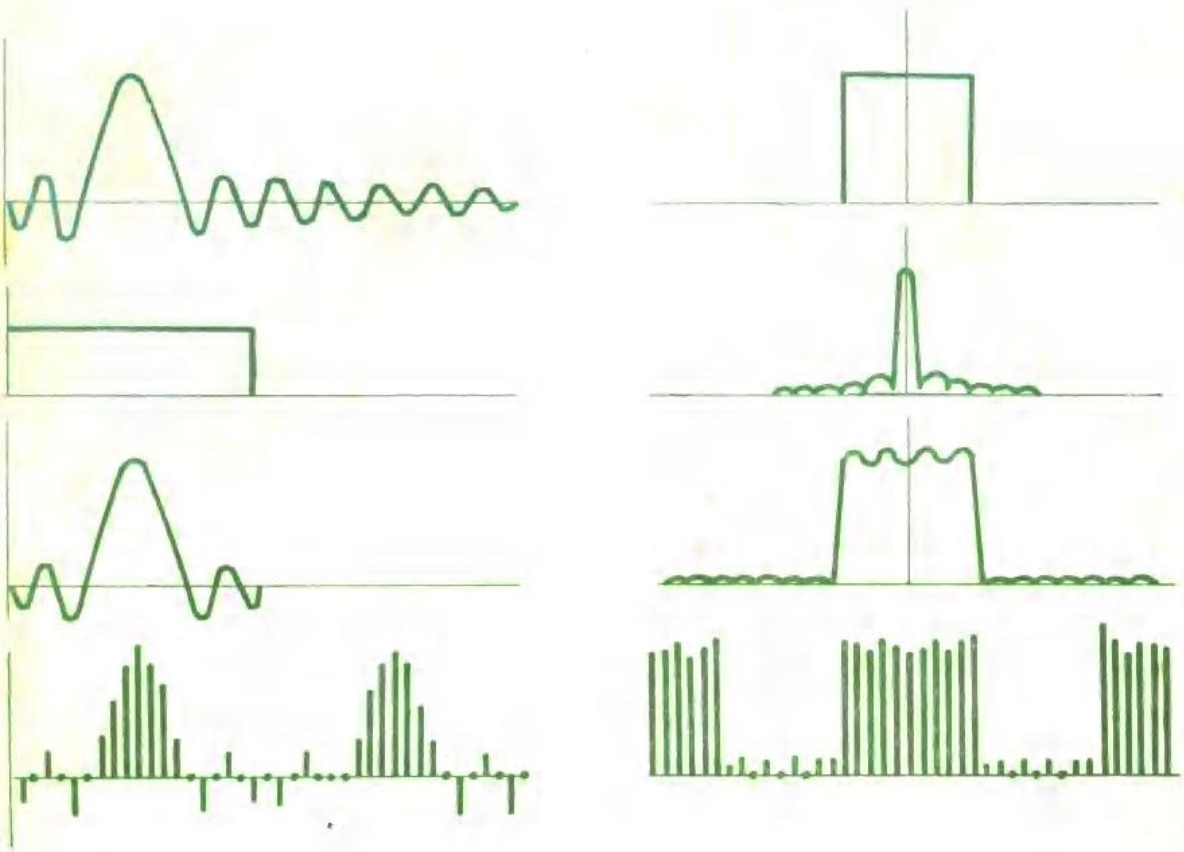


数字滤波器分析与设计

陕西科学技术出版社

数字滤波器分析与设计

〔美〕A · 安东尼奥　著

程湘君　吕崇周　刘鹏程　译

赵　华　孟　　校

陕西科学技术出版社出版

（西安北大街131号）

陕西省新华书店发行　西安新华印刷厂印刷

开本 787×1092　1/16　印张 26.25　字数 589,000

1984年4月第1版　　1984年4月第1次印刷

印数 1—4,100

统一书号：15202·62　　定价：3.80元

译 者 的 话

本书是根据1979年出版的〔美〕*Concordia* 大学电气工程系*Andreas Antoniou* 教授所著“*Digital Filters: Analysis and Design*”一书翻译的。

本书是关于数字滤波器方面的教科书。本书的最大特点在于它将数字滤波器的分析与设计的理论、技术和方法有机地结合在一起，并用离散系统的理论来研究数字滤波器。讨论了数字滤波器设计中的各种实际问题，给出了大量的设计表格，提供了典型的计算机程序。本书从教学法角度出发，在内容的选取和安排上做了种种考虑，对大专院校来说是一本好的教科书。

本书可作高年级大学生及低年级研究生的教材或参考书，也可供大学教师、研究所和工厂从事数字信号处理及数字滤波器研究与设计的工程师、技术人员参考之用。

译文中如有错误与不当之处，诚恳地希望读者批评指正。

译　者

于西北电讯工程学院

序　言

本书把用于分析、设计和实现数字滤波器的理论、技术和程序整理在一起，把数字滤波器看作是可以用软件或硬件实现的系统。换言之，本书涉及到用于过滤记录信号的算法结构（或计算机程序），还涉及到用于完成像通信系统中许多地方需要的实时滤波任务的专用数字硬件设计。

学习本书必须的预备知识是大学基础数学，如微积分学、复变函数和简单的微分方程。学习§5.5时还需要椭圆函数的基本知识。而这方面的内容，大学课程通常不设置，附录A作了简短而适可的叙述。学习第十一章需要对随机变量和随机过程有一个基本了解，为此我们在第十章先复习这方面的内容。

第一章首先把数字滤波器作为线性的或非线性的，因果的或非因果的等等时间离散系统引入，然后在初级水平上介绍时域分析。这种分析是依靠归纳法解滤波器的差分方程来完成的。尽管这种方法和实际中使用的不同，但它是有教学法价值的。它使初学者能扎实地理解数字滤波器的物理本质。最后给出了另一种更高级的以状态空间描述为基础的时域分析。

第二章讲述分析数字滤波器的基本数学工具——z变换。第三章讨论z变换对线性时不变滤波器在时域和频域分析中的应用。

第四章讨论数字滤波器的实现，即传输函数变为数字滤波网络的过程。本章的后面叙述了一个非常有用的拓朴定理，称之为泰勒根定理（*Tellegen*）。接着用该定理引出可逆性、相互可逆性和转置等概念。最后以泰勒根定理为基础给出了简便的敏感度分析。

第五章讨论的递归型数字滤波器的传输函数逼近，几乎总是间接的用模拟滤波器的逼近（例如切比雪夫、椭圆等）来得出的。本章特别对椭圆逼近进行了详细讨论，因为它是现有逼近中最有效的一种。尽管这种逼近的推导十分复杂，但正如§5.5的最后所证实的那样，能得到一个简单而又便于使用的公式。

从第一章到第五章，数字滤波器被当作具有它自己一套分析方法的特殊实体来处理的。第六章里，我们建立了时间离散信号和时间连续信号之间的理论联系，它导出了z变换和傅里叶变换之间的直接关系。利用这一关系，大量丰富的模拟技术可以用于数字滤波器的分析和设计中。此外，数字滤波器可以用在模拟信号的处理上。

第七章讨论递归滤波器的逼近问题。阐明了可以将给定的时间连续传输函数变换成对应的时间离散传输函数的方法，例如冲激响应不变法和双线性变换法。第八章里可以找到能够用来设计满足预定指标的巴特沃斯（*Butterworth*）、切比雪夫（*Tschebyscheff*）、以及椭圆滤波器的详细步骤。这些步骤容易程序化。

第九章讨论非递归滤波器以及它的逼近。详细阐述窗函数的应用。重点放在凯苏（*Kaiser*）窗函数上，因为已经证实它具有多适应性。

在第十章里，作为表示随机信号的工具，我们引入了随机过程的概念。因为信号需

要量化，所以随机信号必然会出现在数字滤波器中。第十一章讨论数字滤波器中的有限字长效应及其近代分析方法。其中包括系数量化、乘积量化、定标、以及极限环界限等。

第十二章讨论数字滤波领域中一个比较新的革新——波数字滤波器。这种型式的滤波器确实有引人注目的特点，例如敏感度低等。给出了设计这种滤波器（满足预定指标的）的详细步骤。最后列出一些指导性原则可供选择数字滤波器网络(或结构)时参考。

第十三章给出了离散傅里叶变换以及与它有关的快速傅里叶变换。快速傅里叶变换是数字滤波器软件实现的数学工具。我们花了不少精力导出离散傅里叶变换和（1）z变换、（2）连续傅里叶变换、以及（3）傅氏级数之间的明显关系。如果这些关系了解不透彻的话，快速傅里叶变换方法就难以运用。

本书的最后一章——第十四章，讨论了数字滤波器的硬件实现。首先简短地回顾布尔代数，然后详细地叙述在实现中可以用作元件的各种类型的组合电路和时序电路。其次讨论了主要的集成电路系列并比较它们的特性。接着在§14.7里叙述了三种特殊的实现方法并讨论了它们的优缺点。最后略述数字滤波领域的过去、现在和将来的趋向。

大多数内容是通过例子来说明的。而且本书从头到尾包括有经过选择的习题。此外，在附录B中还给出十七个有用的计算机程序，滤波器设计者在现实生活设计中可以用它，大学生在课外自修和解答疑难问题时也可以用它。

本书可供高年级大学生或一年级研究生作为教科书。

（下略）

A·安东尼奥

引　言

信号，几乎在工程和科学的每一个领域中都出现，例如声学、生物医学工程、通讯、控制系统、雷达、物理学、地震学、以及遥测技术等。信号一般可区分为两类，即时间连续信号和时间离散信号。

时间连续信号是定义在所有时刻上的信号。典型的例子是以时间为变量的电压波形和空间飞行器速度。时间离散信号是定义在离散时刻（也许是相隔一毫秒，一秒或一天）上的信号。这类信号的例子如每天的降雨量和证卷交易所里特定商品商定的价格。

时间离散信号和时间连续信号一样，可以用唯一的频率函数来表示，这种频率函数叫做信号的频谱。它是信号频率域描述。

过滤是根据某一希望的指标对信号的频谱进行修正、整形、或处理的过程。它可能对某一范围的频率分量进行放大或衰减，或对某一特定分量进行抑制或分离，等等。滤波的用途是多方面的，例如消除信号污染（像噪声）；消除由于传输信道不完善或者测量不精确而引起的信号失真；把故意混合在一起的借以最大利用信道的两个或更多个不同信号分开；将信号分解为频率分量；将信号解调；将时间离散信号转换成时间连续信号；以及把信号进行带限处理等等。

数字滤波器是一种用来过滤时间离散信号的数字系统。它可以用软件（计算机程序）或专用硬件来实现，而且在两种情况下都可以用来过滤实时信号或非实时信号（记录信号）。

尽管数字滤波器这个名字一直到六十年代中期才出现，但软件数字滤波器和第一台数字计算机在四十年代后期就已经出现。在数字计算机的历史上早已有用牛顿（*Newton*）、斯特林（*Stirling*）、埃弗雷特（*Everett*）以及其他的古典数值分析公式对数列（时间离散信号）函数（信号）进行内插、微分和积分。由于信号的内插、微分或积分相当于对信号频谱的处理，所以编制子程序或程序以进行运算，这实质上就是数字滤波器。在往后的年代里，出现了许多复杂的和高度完善的算法和程序，能在许多场合完成各种过滤任务。例如：数据平滑和预测、图象识别、心电图处理、以及频谱分析等。事实上，随着时间的推移，对软件数字滤波器的兴趣变得越来越浓厚，同时，它的应用将以指数率增长。

一个带限时间连续的信号借采样可变为时间离散信号。相反地，根据山农（*Channon*）采样定理，这样产生的时间离散信号借内插可恢复为时间连续信号。因此，硬件数字滤波器可以用来完成过去几乎只能用模拟滤波器完成的实时过滤任务。数字滤波器的优点具有一般数字系统的传统优点：

1. 元件的容许误差要求不高。

2. 元件的特性漂移和周围的假信号对系统性能没有影响。

3. 精确度高。

4. 实体尺寸小

5. 可靠性高

数字滤波器另一个非常重要的优点是：随着滤波器参数的改变，很容易改变滤波器的性能。这一特点允许我们只用一种程序滤波器完成多重滤波任务。这可以设计像自适应滤波器那样的新型滤波器。目前数字滤波器的主要缺点是它的成本比较高，但是，随着大规模集成电路的迅速发展，硬件数字滤波器的成本在不太远的将来可能会猛烈下降。那时硬件数字滤波器将会在更多的应用场合代替模拟滤波器。

目　录

第十三章 离散傅里叶变换

第十四章 硬件实现

附录A. 椭圆函数

附录B. 计算机程序

第一章　基 本 分 析

§1.1　引　　言

数字滤波器和模拟滤波器一样，可以用相互连接在一起的元件所组成的网络来表示。数字滤波器的分析是给定激励来确定滤波器网络响应的过程。另一方面，数字滤波器的设计是预先指定一组激励来综合和实现一个滤波器网络以满足所希望响应的过程。

这一章是数字滤波器分析的一个导论。首先讨论用于数字滤波器的时不变、因果性等基本概念。然后讲述初级的时域分析。最后介绍一种更高级的以状态空间为基础的时域分析方法。

§1.2　时间离散信号的类型

一个时间连续信号可以用一个函数 $x(t)$ 来表示，它的定义域是范围（t_1，t_2）内的数，其中 $-\infty\leqslant t_1$ 和 $t_2\leqslant\infty$。类似地，一个时间离散信号可以用函数 $x(nT)$ 来表示，其中 T 是一常数，n 是范围（n_1，n_2）内的一个整数，并且 $-\infty\leqslant n_1$ 和 $n_2\leqslant\infty$。另外，时间离散信号还可以用 $x(n)$ 或 x_n 表示。在本书里我们将使用前两种符号，即 $x(nT)$ 和 $x(n)$。

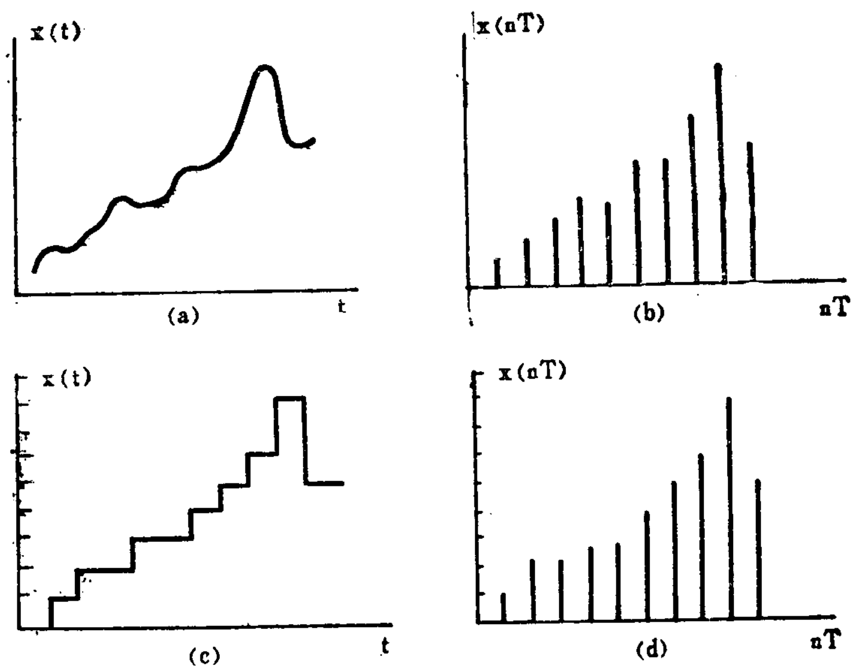


图1.1　信号类型：（a）非量化时间连续信号，（b）非量化时间离散信号，（c）量化时间连续信号，（d）量化时间离散信号

和时间连续信号一样，时间离散信号可以区分为两类，即非量化信号和量化信号。非量化信号可以取规定范围内任何一个值，而量化信号只能在有限个离散值中取值。以时间为自变量的环境温度是一个非量化信号。但是用数字式温度计测量的环境温度是量化信号。各种类型的信号说明在图1.1中。

§1.3　看作系统的数字滤波器

数字滤波器可以用图1.2所示的方框图来表示。输入$x(nT)$和输出$y(nT)$分别是滤波器的激励和响应。响应和激励服从某一对应规律。我们可以将这一事实用符号表示为

$$y(nT)=\mathscr{R}x(nT)$$

图1.2　数字滤波器

这里$\mathscr{R}$是一个算符。

和其它信号处理系统一样，数字滤波器也可以分为时不变或时变，因果或非因果，线性或非线性等类型[1]。

时不变

一个数字滤波器，如果它的内部参数不随时间变化，则我们说它是时不变的。这意味着指定的激励将总是给出同样的响应而与加入时刻无关。

严格的定义是：一个起始松弛 $x(nT)=y(nT)=0$ $(n<0)$ 的滤波器说成是时不变的，当且仅当对于所有可能的激励都有

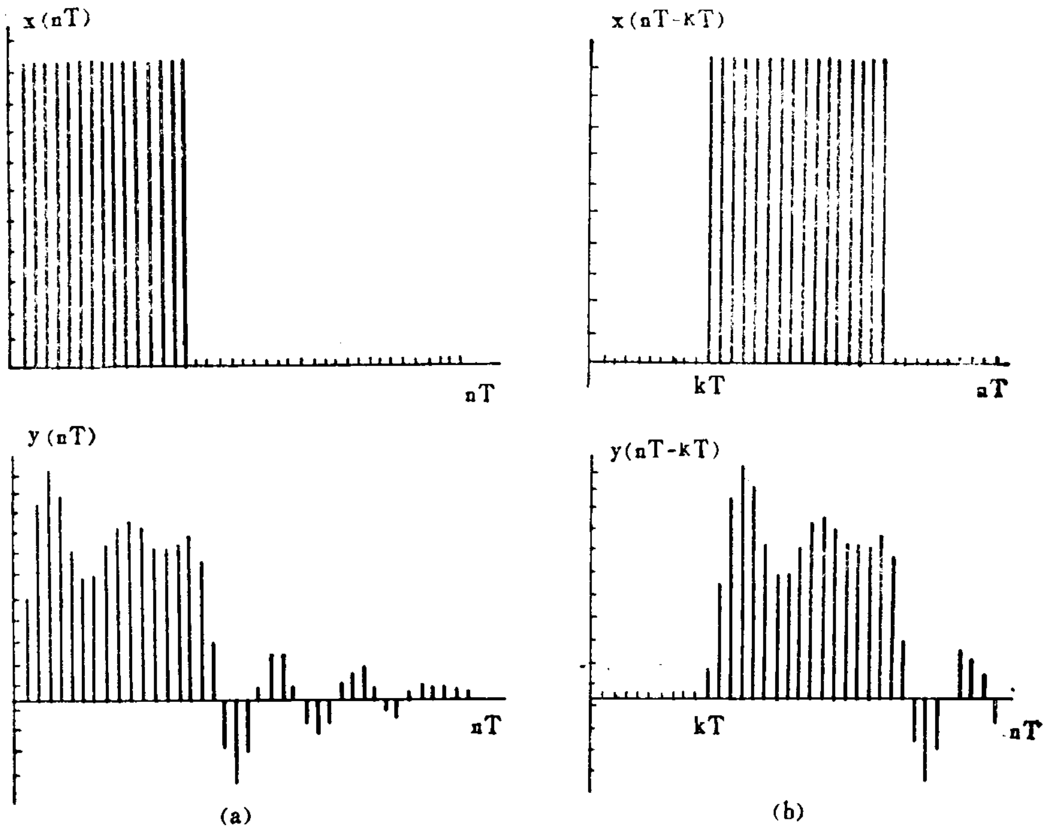


图1.3　时不变：对（a）激励$x(nT)$的响应和对（b）迟延激励$x(nT-kT)$的响应

$$\mathscr{R}x(nT-kT)=y(nT-kT)$$

时不变滤波器的性能说明在图1.3a和b中。

例1.1 (a) 一个数字滤波器的描述方程为

$$y(nT)=\mathscr{R}x(nT)=2nTx(nT)$$

试检验它的时不变性。(b) 重复(a)，如果

$$y(nT)=\mathscr{R}x(nT)=12x(nT-T)+11x(nT-2T)$$

解： (a) 对时延激励的响应是

$$\mathscr{R}x(nT-kT)=2nT[x(nT-kT)]$$

而时延响应是

$$y(nT-kT)=2(nT-kT)[x(nT-kT)]$$

显然，

$$\mathscr{R}x(nT-kT)\neq y(nT-kT)$$

因此该滤波器是时变的。

(b) 在这种情况下

$$\begin{aligned}\mathscr{R}x(nT-kT)&=12x[(n-k)T-T]+11x[(n-k)T-2T]\\&=y(nT-kT)\end{aligned}$$

即滤波器是时不变的。

因果性

一个因果数字滤波器，它在指定时刻上的响应与激励的后续值无关。更精确地说，一个数字滤波器是因果的，当且仅当对于满足约束

$$\begin{aligned}&x_1(nT)=x_2(nT) \quad 对n\leqslant k\\&x_1(nT)\neq x_2(nT) \quad 对n>k\end{aligned} \tag{1.1}$$

的所有可能的激励对$x_1(nT)$和$x_2(nT)$，恒有

$$\mathscr{R}x_1(nT)=\mathscr{R}x_2(nT) \qquad 对n\leqslant k$$

这一因果滤波器的判断准则说明在图1.4a和b中。

例1.2 (a) 一个数字滤波器表示为

$$y(nT)=\mathscr{R}x(nT)=3x(nT-2T)+3x(nT+2T)$$

试检验它的因果性。(b) 重复(a)，如果

$$y(nT)=\mathscr{R}x(nT)=3x(nT-T)-3x(nT-2T)$$

解： (a) 假设$x_1(nT)$和$x_2(nT)$满足方程(1.1)。对于$n=k$，

$$\mathscr{R}x_1(nT)=3x_1(kT-2T)+3x_1(kT+2T)$$

$$\mathscr{R}x_2(nT)=3x_2(kT-2T)+3x_2(kT+2T)$$

但是因为

$$3x_1(kT+2T)\neq 3x_2(kT+2T)$$

所以

$$\mathscr{R}x_1(nT)\neq\mathscr{R}x_2(nT) \qquad 对n=k$$

即滤波器是非因果的。

(b) 对于这种情况

且 $$\mathscr{R}x_1(nT)=3x_1(nT-T)-3x_1(nT-2T)$$

$$\mathscr{R}x_2(nT)=3x_2(nT-T)-3x_2(nT-2T)$$

如果$n\leqslant k$，则$n-1$，$n-2<k$，因此，当$n\leqslant k$时

$$x_1(nT-T)=x_2(nT-T),$$

$$x_1(nT-2T)=x_2(nT-2T)$$

或者

$$\mathscr{R}x_1(nT)=\mathscr{R}x_2(nT)\quad 对n\leqslant k$$

即滤波器是因果的。

线性

一个数字滤波器是线性的，当且仅当它对所有可能的α值以及所有可能的激励$x_1(nT)$和$x_2(nT)$，都满足条件

$$\mathscr{R}\alpha x(nT)=\alpha\mathscr{R}x(nT)$$

$$\mathscr{R}[x_1(nT)+x_2(nT)]=\mathscr{R}x_1(nT)+\mathscr{R}x_2(nT)$$

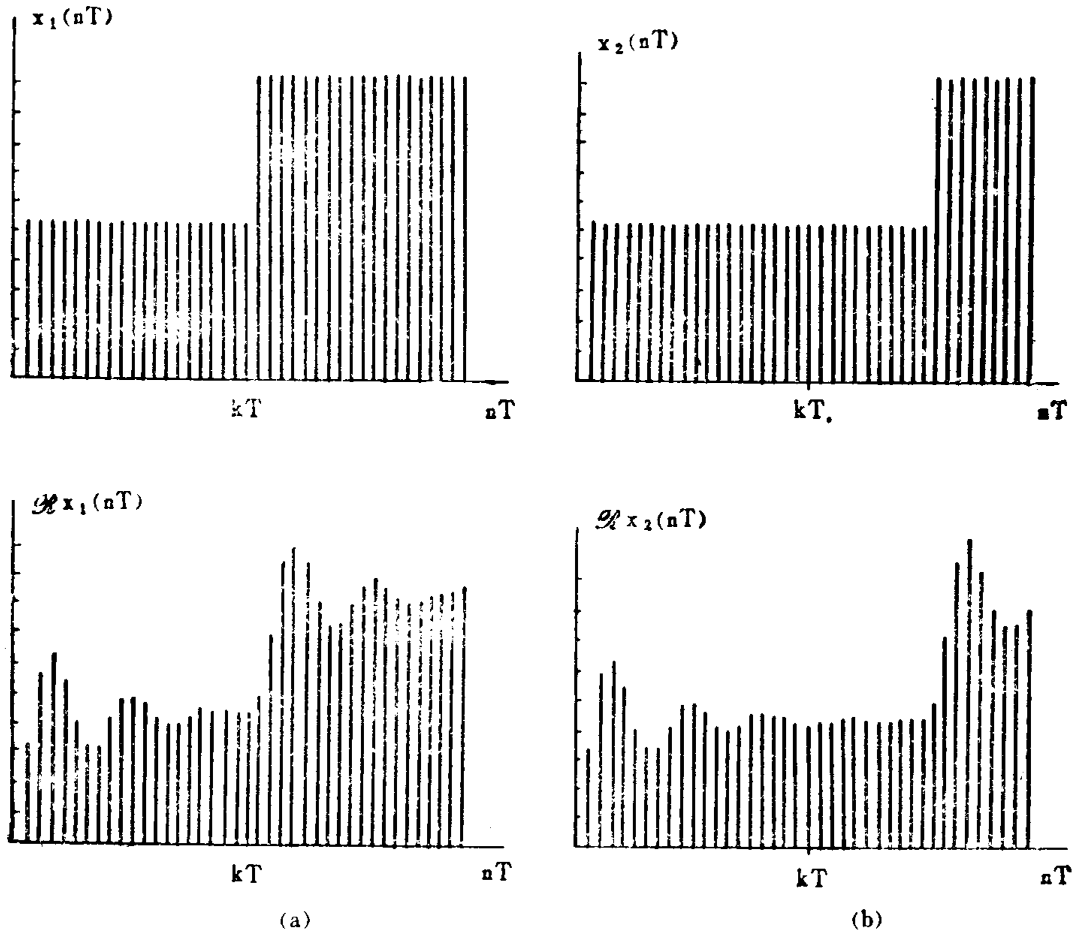


图1.4 因果性判据：(a) 对$x_1(nT)$的响应，(b) 对$x_2(nT)$的响应

线性滤波器对激励$\alpha x_1(nT)+\beta x_2(nT)$(其中α和β是任意常数) 的响应，可以表示

为
$$y(nT)=\mathscr{R}[\alpha x_1(nT)+\beta x_2(nT)]=\mathscr{R}\alpha x_1(nT)+\mathscr{R}\beta x_2(nT)$$
$$=\alpha\mathscr{R}x_1(nT)+\beta\mathscr{R}x_2(nT)$$
因此，上述两个条件可以合并成一个：
$$\mathscr{R}[\alpha x_1(nT)+\beta x_2(nT)]=\alpha\mathscr{R}x_1(nT)+\beta\mathscr{R}x_2(nT)$$

例1.3 （a）一个数字滤波器的响应具有如下形式：
$$y(nT)=\mathscr{R}x(nT)=7x^2(nT-T)$$
试检验它的线性。（b）重复（a），如果
$$y(nT)=\mathscr{R}x(nT)=(nT)^2x(nT+2T)$$

解： （a）对于不等于1的常数α
$$\mathscr{R}\alpha x(nT)=7\alpha^2x^2(nT-T)$$
而
$$\alpha\mathscr{R}x(nT)=7\alpha x^2(nT-T)$$
显然，
$$\mathscr{R}\alpha x(nT)\neq\alpha\mathscr{R}x(nT)$$
因此滤波器是非线性的。

（b）对于这种情况
$$\mathscr{R}[\alpha x_1(nT)+\beta x_2(nT)]=(nT)^2[\alpha x_1(nT+2T)+\beta x_2(nT+2T)]$$
$$=(\alpha)(nT)^2x_1(nT+2T)+\beta(nT)^2x_2(nT+2T)$$
$$=\alpha\mathscr{R}x_1(nT)+\beta\mathscr{R}x_2(nT)$$
即滤波器是线性的。

在本书里我们将几乎无例外地只研究线性、因果、时不变滤波器。

§1.4 数字滤波器的表征

模拟滤波器是用微分方程来表征的。另一方面，数字滤波器是用差分方程来表征的。数字滤波器可以区分为两种类型：非递归和递归滤波器。

非递归滤波器

非递归滤波器在nT时刻上的响应具有如下形式：
$$y(nT)=f\{\cdots,\ x(nT-T),\ x(nT),\ x(nT+T),\ \cdots\}$$
如果我们假定滤波器是线性时不变的，则$y(nT)$可以表示为
$$y(nT)=\sum_{i=-\infty}^{\infty}a_ix(nT-iT) \tag{1.2}$$
其中a_i是常数。现在，根据因果性的假定，利用前面定义过的因果性可以证明
$$a_{-1}=a_{-2}=\cdots=0$$
因此
$$y(nT)=\sum_{i=0}^{\infty}a_ix(nT-iT)$$

如果还有$x(nT)=0$对$n<0$，$a_i=0$对$i>N$，则

$$
\begin{aligned}
y(nT) &= \sum_{i=0}^{n} a_i x(nT-iT) + \sum_{i=n+1}^{\infty} a_i x(nT-iT) \\
&= \sum_{i=0}^{N} a_i x(nT-iT) + \sum_{i=N+1}^{\infty} a_i x(nT-iT) \\
&= \sum_{i=0}^{N} a_i x(nT-iT) \qquad (1.3)
\end{aligned}
$$

因此，一个线性、时不变、因果、非递归滤波器可以用一个N阶线性差分方程来表示。N是滤波器的阶数。

递归滤波器

递归滤波器的响应是激励和响应序列的函数。在线性、时不变、因果滤波器的情况下

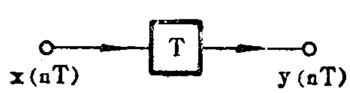
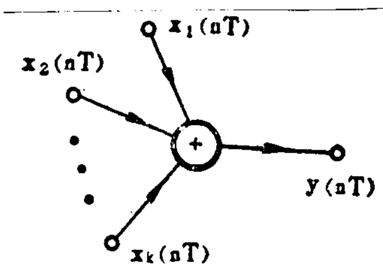
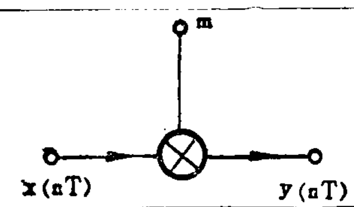
$$
y(nT)=\sum_{i=0}^{N} a_i x(nT-iT)-\sum_{i=1}^{N} b_i y(nT-iT) \qquad (1.4)
$$

这也就是说，如果时刻nT取作当前，则当前的响应是当前和过去N个激励值以及过去N个响应值的函数。注意，如果$b_i=0$，则（1.4）式简化为（1.3）式，因此非递归滤波器实质上是递归滤波器的一种特殊情况。

§1.5　数字滤波器网络

基本的数字滤波器元件是单位迟延器、加法器和乘法器。它们的特性和符号给在表

表1.1　数字滤波器元件

符　号		方　程
单位延迟器		$y(nT)=x(nT-T)$
加法器		$y(nT)=\sum_{i=1}^{k} x_i(nT)$
乘法器		$y(nT)=mx(nT)$

1.1中。它们的实现可取各种不同的形式，这取决于待处理的信号的表示形式。如果信号是二进制数列，则单位迟延器将是移位寄存器的形式，而加法器和乘法器将是由"与非"或"或非"门组成的组合电路或时序电路。

数字滤波器网络是单位迟延器、加法器和乘法器的相互连接的集合。它们的分析通常是简单的，而且可以利用表1.1中的元件方程来完成。

例1.4 (a) 分析图1.5a的网络。(b) 重复(a)，对图1.5b的网络。

解： (a) 节点A和B上的信号分别为$y(nT-T)$和$e^{\alpha}y(nT-T)$。于是

$$y(nT)=x(nT)+e^{\alpha}y(nT-T)$$

(b) 在这种情况下，利用位移算子$\mathscr{E}$可以简化分析，$\mathscr{E}$定义为

$$\mathscr{E}^{-r}u(nT)=u(nT-rT)$$

由图1.5b

$$u_1(nT)=m_1x(nT)+m_3u_2(nT)+m_5u_3(nT)$$

$$u_2(nT)=\mathscr{E}^{-1}u_1(nT),\qquad u_3(nT)=\mathscr{E}^{-1}y(nT)$$

$$y(nT)=m_2u_2(nT)+m_4u_3(nT)$$

消去$u_1(nT)$，$u_2(nT)$和$u_3(nT)$，我们有

$$y(nT)=a_1x(nT-T)+b_1y(nT-T)+b_2y(nT-2T)$$

其中$a_1=m_1m_2$，$b_1=m_3+m_4$，$b_2=m_2m_5-m_3m_4$。

显然，数字滤波器网络的分析就是解一组联立方程。因此可以使用信号流图技术[2,3]。

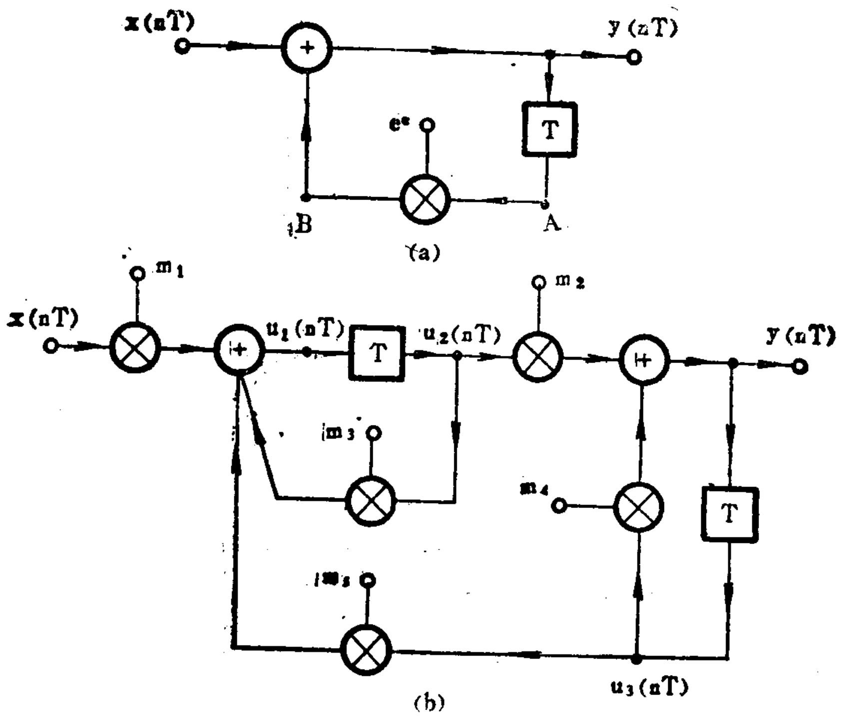


图1.5 数字滤波器网络（例1.4）：(a) 一阶滤波器，(b) 二阶滤波器