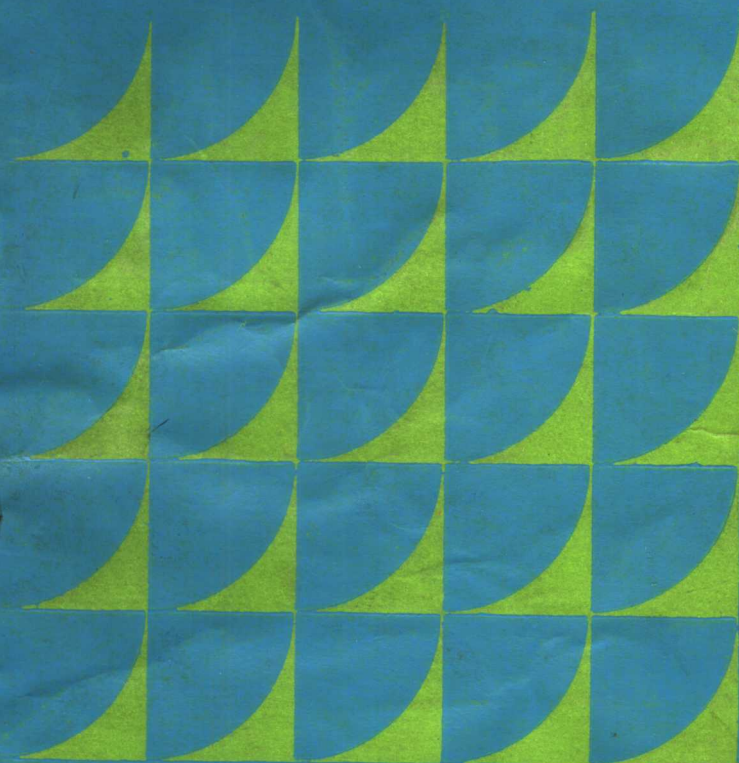


周 森 棠 主 编      汤 兵 勇 副 主 编

# 管理数学基础

(高等部分) 上册

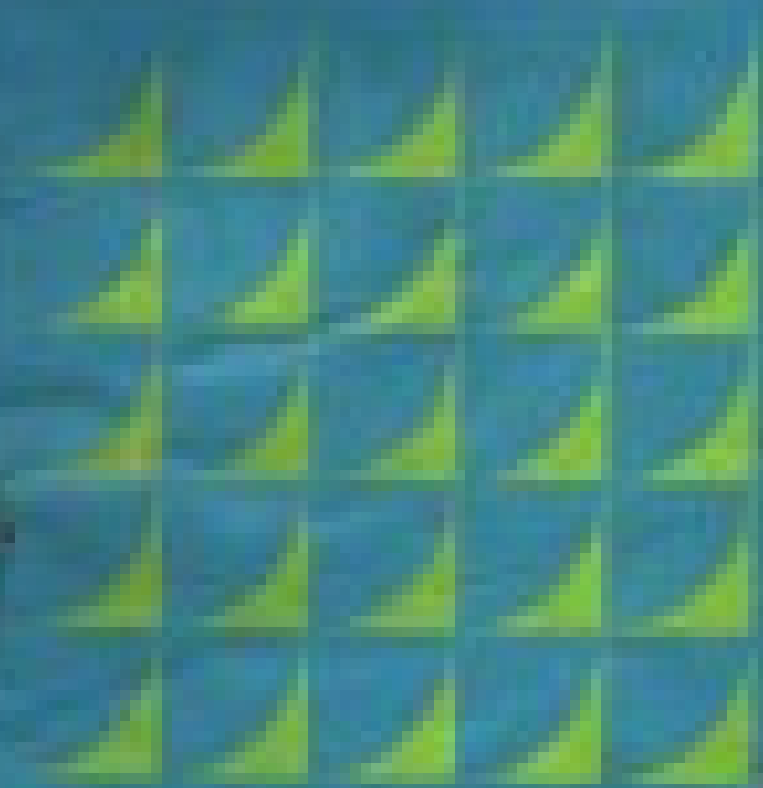


中共中央党校出版社

中国统计出版社 中国统计出版社

# 管理数学基础

（第二版）



中国统计出版社

# 管 理 数 学 基 础

高 等 部 分(上册)

主 编 周森棠

副主编 汤兵勇

中共中央党校出版社

封面设计 张志明

责任编辑 曲 炜

## 管 理 数 学 基 础

高等部分

周森棠主编 汤兵勇副主编

中共中央党校出版社出版发行

新华书店经销

杭州余杭人民印刷厂印刷

850×1168毫米32开 28.625印张 744千字

1988年7月第1版 1988年7月第1次印刷

印数：1—2000册

ISBN7-5035-0049-2/O·2

定价(上下册)：7.80元

## 前 言

党的第十三次全国代表大会，对管理工作和经济工作都提出了很高的要求。赵紫阳同志在这次大会的报告中明确指出：“技术落后，管理落后，靠消耗大量资源来发展经济，是没有出路的。离开科技进步和科学管理，不可能在有限耕地上生产出足够的粮食和其它农产品……。产品水平低，质量差，消耗大，成本高，不仅糟踏资源，不能缓解我国社会经济生活中的矛盾，在国际市场的竞争中也站不住脚。尤其在世界新技术革命迅速发展的形势下，如果我们不抓紧时机，急起直追，就无法缩短我们在经济技术上同发达国家之间的差距。这一切说明，科学技术进步和管理水平的提高，将在根本上决定我国现代化建设的进程，是关系民族振兴的大事。”

我们要加快国民经济发展的速度，卓有成效地进行工作，就必须抓好管理工作和经济工作中的一切环节，以求得各项工作的最佳效果(或最佳效益)。也就是说，要把主要精力集中在如何最合理、最有效地利用现有资源(包括人力、物力、财力及天然资源)和以最少的资源取得最大的效益(包括经济效益和社会效益)等方面来；要总结和研究工作中出现的新情况和新问题，并在实践中寻求、论证和实施开展管理工作和经济工作的最佳途径和方法。归结起来，就是要使我们的管理工作和经济工作更科学化。

马克思曾说过：“一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到了真正完善的地步。”对一个事物的认识，若能在定性分析的基础上，进一步作出定量分析，则对事物的认识必然更加深刻。因此，对领导干部，管理干部和经济干部来说，掌握一定的数量分析方法，就显得非常必要了。《管理数学基础》就是适应这一需要而编写的。

《管理数学基础》分中等部分壹册和高等部分两册。这两册为高等部分，内容包括微积分基础，线性代数基础，概率论基础，数理统计基础，线性规划，经济系统预报与控制的数学方法，变系数数学规划，计划经济大范围最优化的数学理论初步，决策分析，矩阵对策，统筹法等，共十一篇。这十一篇内容中，前三篇属于基础方面，后八篇属于应用方面。各篇内容具有相对独立性。采用本书进行教学时，各部分内容的选用可根据教学对象的需要灵活选取。例如，对已熟悉前三篇基础内容的读者，可重点学习应用部分的内容；对于缺乏基础的读者，则应先读一下前三篇，再根据需要选学后八篇中的有关内容。该教材的特点是：兼顾基础，注重应用；涉及面广，重点突出；力求体现最新科研成果，论述简明通俗。该教材适用于作为管理干部和经济干部、大学经济系和哲学、政治经济学专业、文科院校、成人高校、行政学院和省地市党校的数学教材。对于工矿企事业单位的职工培训，该教材尤为适用。凡具有高中程度的读者，都可以通过自学掌握本书的内容。

该教材的编写宗旨是：以较少的数学基础，求得在管理上和经济上较多较广的应用，使读者通过学习，不仅获得数学的一般知识，还相应地培养其应用数学于实际工作的能力。

该教材与《管理数学基础》中等部分相配套，以满足不同层次的管理和经济干部的需要。

该教材在编写过程中，得到了中央党校科研办公室、中共浙江省委组织部、宣传部的关心和支持；得到了浙江省应用数学研究会名誉理事长、浙江省委党校校长刘亦夫同志、副校长魏益华同志、魏继让同志及校委的关心和支持；得到了黑龙江省委党校副校长冯秉智同志、焦裕众同志的关心和支持；得到了浙江省慈溪县委及慈溪县委党校的关心和支持。湖南省委党校副教育长张松业副教授审阅了该书原稿。浙江省委组织部干部教育处副处长曾希全、浙江省委宣传部何跃新、浙江省委党校副教授刘明、林敬贤、王建等同志为本书的编写提出了许多宝贵意见。浙江教育学

院数理系副教授谢汉光、湖州市委党校张学真和浙江省电大副教授夏杏菊三位同志参与了第一篇、第三篇和第四篇的部分协编工作。陈建华、柏贤礼等同志曾协助我们做了一些工作。在此，特向他们以及许多关心、支持并帮助我们搞好本书编写的领导和同志们表示衷心感谢！每个作者在编写过程中还参考了大量书籍资料，恕不一一开列书名和作者，在此一并致谢！

该教材聘请杭州大学副校长谢庭藩教授和黑龙江大学应用数学研究所所长韩志刚教授担任顾问；由浙江省委党校周森棠担任主编，黑龙江大学应用数学研究所副所长汤兵勇副教授担任副主编。

各篇作者如下：

第一篇由中央党校孔慧英副教授，黑龙江省委党校于克旺副教授，湖南省委党校陆传基，谢汉光，慈溪县委党校龚秋云，江苏省委党校尹杰，张学真，周森棠编写；第二篇由中央党校唐和详，江苏省委党校钱存端编写；第三篇由福建省委党校吴望贤、查英青和徐诗植编写；第四篇由黑龙江省委党校马文清和孟丽娟编写；第五篇由江西省委党校金宗谱编写；第六篇由韩志刚编写；第七篇由汤兵勇编写；第八篇由谢庭藩编写；第九篇由周森棠编写；第十篇由杭州大学楼志渊副教授编写；第十一篇由吕能贤副研究员编写；附录 I 由江苏省委党校杨基金副教授编写。全书由周森棠主持编写、纂辑，由顾问谢庭藩教授和韩志刚教授审定。

由于我们水平所限和时间仓促，在选材和内容方面一定会存在着某些不足或错误之处，敬请使用该教材和阅读本书的同志批评指正。

编 者

一九八七年十一月

顾 问：谢庭藩 韩志刚

主 编：周森棠

副主编：汤兵勇

编 委：于克旺 孔慧英

汤兵勇 吕能贤

周森棠



# 目 录

## 第一篇 微积分基础

|                           |        |
|---------------------------|--------|
| <b>第一章 微分法</b> .....      | ( 1 )  |
| § 1.1 函数的极限 .....         | ( 1 )  |
| 一 数列的极限.....              | ( 1 )  |
| 二 函数的极限.....              | ( 8 )  |
| 三 无穷大量与无穷小量.....          | ( 14 ) |
| 四 函数极限的运算法则.....          | ( 19 ) |
| 五 两个重要极限.....             | ( 24 ) |
| § 1.2 函数的连续性 .....        | ( 27 ) |
| 一 改变量的概念.....             | ( 28 ) |
| 二 函数在一点处的连续性.....         | ( 28 ) |
| 三 闭区间上连续函数的性质.....        | ( 34 ) |
| § 1.3 导数的概念 .....         | ( 35 ) |
| 一 问题的提出.....              | ( 35 ) |
| 二 导数的定义.....              | ( 37 ) |
| 三 函数的连续性与可导性的关系.....      | ( 38 ) |
| 四 几个基本初等函数的导数.....        | ( 39 ) |
| § 1.4 求导运算法则与基本求导公式 ..... | ( 42 ) |
| 一 函数的和差积商的导数.....         | ( 42 ) |
| 二 复合函数的导数.....            | ( 46 ) |
| 三 隐函数的导数.....             | ( 48 ) |
| 四 由参数方程确定的函数的导数.....      | ( 50 ) |
| 五 对数求导法.....              | ( 51 ) |
| 六 基本求导公式.....             | ( 52 ) |
| § 1.5 高阶导数 .....          | ( 53 ) |

|                           |         |
|---------------------------|---------|
| § 1·6 导数应用之一 .....        | ( 56 )  |
| 一 几何应用 .....              | ( 56 )  |
| 二 物理应用 .....              | ( 59 )  |
| 三 经济应用 .....              | ( 59 )  |
| § 1·7 导数应用之二——函数的弹性 ..... | ( 61 )  |
| 一 函数弹性的概念 .....           | ( 61 )  |
| 二 函数弹性的性质 .....           | ( 62 )  |
| 三 用作图法求弹性 .....           | ( 64 )  |
| 四 经济学中常用的弹性 .....         | ( 65 )  |
| § 1·8 微分及其应用 .....        | ( 68 )  |
| 一 微分的概念 .....             | ( 68 )  |
| 二 微分的基本公式 .....           | ( 70 )  |
| 三 微分的应用 .....             | ( 71 )  |
| § 1·9 导数应用之三 .....        | ( 76 )  |
| 一 中值定理 .....              | ( 76 )  |
| 二 函数的单调性 .....            | ( 79 )  |
| 三 曲线的凹凸性 .....            | ( 81 )  |
| 四 极值及其应用 .....            | ( 84 )  |
| § 1·10 函数作图 .....         | ( 91 )  |
| 一 曲线的渐近线 .....            | ( 91 )  |
| 二 函数作图法 .....             | ( 96 )  |
| § 1·11 多元函数微分法 .....      | ( 100 ) |
| 一 空间直角坐标系 .....           | ( 101 ) |
| 二 二元函数及其图形 .....          | ( 102 ) |
| 三 偏 导 数 .....             | ( 106 ) |
| 四 全 微 分 .....             | ( 111 ) |
| 五 复合函数的微分法 .....          | ( 116 ) |
| § 1·12 多元函数的极值及其应用 .....  | ( 120 ) |
| 一 二元函数的极值 .....           | ( 120 ) |
| 二 二元函数的条件极值 .....         | ( 123 ) |

|                          |         |
|--------------------------|---------|
| 三 二元函数的最大(小)值.....       | ( 131 ) |
| 第一章 习 题.....             | ( 134 ) |
| <b>第二章 积 分 法</b> .....   | ( 147 ) |
| § 2.1 不定积分的概念 .....      | ( 147 ) |
| 一 不定积分的概念.....           | ( 147 ) |
| 二 不定积分的性质.....           | ( 150 ) |
| 三 基本积分公式.....            | ( 151 ) |
| 四 直接积分法.....             | ( 153 ) |
| § 2.2 换元积分法 .....        | ( 155 ) |
| 一 第一类换元法.....            | ( 155 ) |
| 二 第二类换元法.....            | ( 159 ) |
| § 2.3 分部积分法 .....        | ( 163 ) |
| § 2.4 定积分的概念与性质 .....    | ( 166 ) |
| 一 定积分的概念.....            | ( 166 ) |
| 二 定积分的性质.....            | ( 171 ) |
| § 2.5 定积分的计算 .....       | ( 174 ) |
| 一 牛顿——莱布尼兹公式.....        | ( 174 ) |
| 二 定积分的换元积分法.....         | ( 177 ) |
| 三 定积分的分部积分法.....         | ( 181 ) |
| 四 奇函数和偶函数在对称区间上的定积分..... | ( 182 ) |
| § 2.6 定积分应用 .....        | ( 184 ) |
| 一 平面图形的面积.....           | ( 184 ) |
| 二 旋转体的体积.....            | ( 186 ) |
| 三 经济应用.....              | ( 189 ) |
| § 2.7 广义积分 .....         | ( 192 ) |
| 一 积分限为无穷的情形.....         | ( 192 ) |
| 二 被积函数为无界的情形.....        | ( 196 ) |
| § 2.8 一阶微分方程及其应用 .....   | ( 198 ) |
| 一 微分方程的概念.....           | ( 198 ) |

|       |           |         |
|-------|-----------|---------|
| 二     | 分离变量法     | ( 201 ) |
| 三     | 常数变易法     | ( 203 ) |
| 四     | 应用实例      | ( 207 ) |
| § 2·9 | 级 数       | ( 209 ) |
| 一     | 级数的概念     | ( 209 ) |
| 二     | 正项级数的收敛性  | ( 213 ) |
| 三     | 条件收敛与绝对收敛 | ( 217 ) |
| 四     | 幂级数       | ( 221 ) |
| 第二章   | 习 题       | ( 226 ) |

## 第二篇 线性代数基础

|       |                  |         |
|-------|------------------|---------|
| 第一章   | 矩阵与向量            | ( 234 ) |
| § 1·1 | 矩阵及其运算           | ( 234 ) |
| 一     | 矩阵的概念            | ( 234 ) |
| 二     | 矩阵的运算            | ( 236 ) |
| § 1·2 | 逆 矩 阵            | ( 242 ) |
| 一     | 逆矩阵的概念和性质        | ( 242 ) |
| 二     | 逆矩阵的存在性          | ( 243 ) |
| 三     | 利用矩阵的初等变换求逆矩阵    | ( 245 ) |
| 四     | 利用逆矩阵解线性方程组      | ( 247 ) |
| § 1·3 | 向 量              | ( 248 ) |
| 一     | 向量和向量空间的概念       | ( 248 ) |
| 二     | 向量组的线性相关性        | ( 250 ) |
| § 1·4 | 向量组与矩阵的秩         | ( 256 ) |
| 一     | 向量组的秩            | ( 256 ) |
| 二     | 矩阵的秩             | ( 258 ) |
| § 1·5 | 线性方程组解的存在定理和解的结构 | ( 264 ) |
| 一     | 线性方程组解的存在定理      | ( 264 ) |
| 二     | 齐次线性方程组解的结构      | ( 267 ) |
| 三     | 非齐次线性方程组解的结构     | ( 270 ) |

|                           |         |
|---------------------------|---------|
| § 1.6 矩阵的特征值与特征向量 .....   | ( 271 ) |
| 一 特征值与特征向量的概念与计算 .....    | ( 271 ) |
| 二 相似矩阵 .....              | ( 276 ) |
| 三 矩阵与对角形矩阵相似的条件 .....     | ( 278 ) |
| 第一章 习 题 .....             | ( 282 ) |
| <b>第二章 投入产出数学模型</b> ..... | ( 286 ) |
| § 2.1 价值型投入产出表 .....      | ( 286 ) |
| § 2.2 直接消耗系数 .....        | ( 288 ) |
| 一 模型方程 .....              | ( 288 ) |
| 二 直接消耗系数矩阵的性质 .....       | ( 290 ) |
| 三 直接消耗系数的应用 .....         | ( 292 ) |
| § 2.3 完全消耗系数 .....        | ( 293 ) |
| 一 完全消耗系数的定义和计算 .....      | ( 294 ) |
| 二 完全消耗系数的应用 .....         | ( 295 ) |
| § 2.4 实物型投入产出模型 .....     | ( 300 ) |
| 一 实物型投入产出表 .....          | ( 300 ) |
| 二 数学模型 .....              | ( 301 ) |
| 三 应 用 .....               | ( 303 ) |
| 第二章 习 题 .....             | ( 307 ) |

### 第三篇 概率论基础

|                           |         |
|---------------------------|---------|
| <b>第一章 随机变量及其分布</b> ..... | ( 308 ) |
| § 1.1 随机事件与概率 .....       | ( 308 ) |
| 一 随机事件与样本空间 .....         | ( 308 ) |
| 二 概 率 .....               | ( 309 ) |
| 三 概率的运算 .....             | ( 311 ) |
| 四 独立试验序列、贝努利概型 .....      | ( 313 ) |
| § 1.2 随机变量与分布函数 .....     | ( 317 ) |
| 一 随机变量 .....              | ( 317 ) |

|            |                    |         |
|------------|--------------------|---------|
| 二          | 分布函数               | ( 318 ) |
| 三          | 分布函数的性质            | ( 319 ) |
| § 1.3      | 离散型随机变量及其分布        | ( 320 ) |
| 一          | 离散型随机变量的概率分布       | ( 320 ) |
| 二          | 几种常见的离散型分布         | ( 322 ) |
| § 1.4      | 连续型随机变量及其分布        | ( 325 ) |
| 一          | 连续随机变量及其分布密度       | ( 325 ) |
| 二          | 几种常见的连续型分布         | ( 328 ) |
| 第一章        | 习 题                | ( 333 ) |
| <b>第二章</b> | <b>随机变量的数字特征</b>   | ( 336 ) |
| § 2.1      | 数学期望               | ( 336 ) |
| 一          | 数学期望的概念            | ( 336 ) |
| 二          | 数学期望的基本性质          | ( 340 ) |
| 三          | 几种常见随机变量的数学期望      | ( 340 ) |
| § 2.2      | 方 差                | ( 343 ) |
| 一          | 方差的概念              | ( 343 ) |
| 二          | 方差的基本性质            | ( 345 ) |
| 三          | 几种常见随机变量的方差        | ( 346 ) |
| 第二章        | 习 题                | ( 348 ) |
| <b>第三章</b> | <b>大数定律和中心极限定理</b> | ( 350 ) |
| § 3.1      | 大数定律               | ( 350 ) |
| 一          | 切贝雪夫不等式            | ( 350 ) |
| 二          | 贝努利大数定律            | ( 352 ) |
| 三          | 切贝雪夫大数定律           | ( 353 ) |
| § 3.2      | 中心极限定理             | ( 355 ) |
| 第三章        | 习 题                | ( 357 ) |

## 第四篇 数理统计基础

|            |               |         |
|------------|---------------|---------|
| <b>第一章</b> | <b>样本及其分布</b> | ( 359 ) |
|------------|---------------|---------|

|                           |             |
|---------------------------|-------------|
| § 1.1 随机抽样 .....          | ( 359 )     |
| 一 总体与样本 .....             | ( 359 )     |
| 二 简单随机抽样 .....            | ( 360 )     |
| 三 样本分布函数 .....            | ( 360 )     |
| 四 频率分布曲线 .....            | ( 362 )     |
| § 1.2 样本的数字特征 .....       | ( 364 )     |
| § 1.3 几种常用的抽样分布 .....     | ( 369 )     |
| 一 正态总体样本的线性函数的分布 .....    | ( 369 )     |
| 二 $\chi^2$ (卡方) 分布 .....  | ( 372 )     |
| 三 $t$ 分 布 .....           | ( 374 )     |
| 四 $F$ 分 布 .....           | ( 376 )     |
| 第一章 习 题 .....             | ( 378 )     |
| <br><b>第二章 参数估计</b> ..... | <br>( 380 ) |
| § 2.1 点 估 计 .....         | ( 380 )     |
| § 2.2 估计量的评价标准 .....      | ( 381 )     |
| 一 无 偏 性 .....             | ( 381 )     |
| 二 一 致 性 .....             | ( 383 )     |
| 三 有 效 性 .....             | ( 384 )     |
| § 2.3 一个正态总体的区间估计 .....   | ( 385 )     |
| § 2.4 单侧置信限 .....         | ( 389 )     |
| 第二章 习 题 .....             | ( 390 )     |
| <br><b>第三章 假设检验</b> ..... | <br>( 392 ) |
| § 3.1 假设检验问题 .....        | ( 392 )     |
| § 3.2 假设检验中的两类错误 .....    | ( 395 )     |
| § 3.3 正态总体参数的假设检验 .....   | ( 396 )     |
| 一 已知方差, 检验均值 .....        | ( 396 )     |
| 二 方差未知, 检验均值 .....        | ( 399 )     |
| 三 方差的检验 .....             | ( 402 )     |

|                                   |         |
|-----------------------------------|---------|
| § 3•4 单侧假设检验 .....                | ( 405 ) |
| 第三章 习 题 .....                     | ( 409 ) |
| <b>第四章 回归分析</b> .....             | ( 411 ) |
| § 4•1 一元线性回归 .....                | ( 411 ) |
| § 4•2 样本相关系数 .....                | ( 417 ) |
| 一 样本相关系数的意义 .....                 | ( 417 ) |
| 二 样本相关系数的计算 .....                 | ( 419 ) |
| § 4•3 化曲线为直线的回归 .....             | ( 422 ) |
| 第四章 习 题 .....                     | ( 427 ) |
| <br><b>附 表</b>                    |         |
| 附表1 几种常用分布的密度、期望、方差表 .....        | ( 430 ) |
| 附表2 普阿松分布表 .....                  | ( 432 ) |
| 附表3 标准正态分布表 .....                 | ( 439 ) |
| 附表4 标准正态分布的双侧 $\alpha$ 分位数表 ..... | ( 441 ) |
| 附表5 $\chi^2$ 分布表 .....            | ( 442 ) |
| 附表6 $t$ 分布表 .....                 | ( 444 ) |
| 附表7 $F$ 分布表 .....                 | ( 446 ) |
| 附表8 样本相关系数临界值表 .....              | ( 456 ) |



# 目 录

## 第五篇 线性规划

|                          |         |
|--------------------------|---------|
| <b>第一章 线性规划</b> .....    | ( 459 ) |
| § 1.1 问题与模型 .....        | ( 459 ) |
| § 1.2 线性规划方法 .....       | ( 467 ) |
| 一 图解法 .....              | ( 467 ) |
| 二 单纯形法 .....             | ( 471 ) |
| 三 对偶单纯形法 .....           | ( 483 ) |
| 四 表上作业法 .....            | ( 493 ) |
| 五 匈牙利法 .....             | ( 497 ) |
| § 1.3 线性规划的应用举例 .....    | ( 500 ) |
| 第一章 习 题 .....            | ( 504 ) |
| <b>第二章 多目标线性规划</b> ..... | ( 508 ) |
| § 2.1 问题与模型 .....        | ( 508 ) |
| § 2.2 目标规划方法 .....       | ( 512 ) |
| § 2.3 目标规划的应用举例 .....    | ( 515 ) |

## 第六篇 经济系统预报与控制的数学方法

|                                |         |
|--------------------------------|---------|
| <b>第一章 经济系统预报的基本数学方法</b> ..... | ( 521 ) |
| § 1.1 动态经济因素所导出的随机过程 .....     | ( 521 ) |
| § 1.2 平稳时间序列的预报 .....          | ( 525 ) |
| 一 平稳时间序列 .....                 | ( 525 ) |
| 二 平稳时间序列的预报 .....              | ( 529 ) |
| § 1.3 经济因素预报的趋势外推法 .....       | ( 533 ) |
| 一 非自适应外推 .....                 | ( 533 ) |