

XINSHIJI BAN
新世纪版

ABC

主编 仇炳生
编者 李 锋 韦震亚 高绪荣

初中 (二年级用) 代数

中学
学科
同步
训练
A
B
C
丛书

上海科学技术出版社



世纪版中学学科同步训练 ABC 丛书

ABC
ABC

初中
代数

主编 仇炳生
编者 李 锋 韦震亚
高绪荣

上海科学技术出版社

二年级用

内 容 提 要

本丛书是根据九年义务教育全日制初级中学的教学大纲分学科编写而成的。本丛书符合各学科的教学目的和要求。

本书是供初中二年级学生使用的代数分册,根据课本内容按章编写。每一章分设“知识要点与学习水平”、“典型例题”、“练习”及“单元自测”。“知识要点与学习水平”归纳了对学生不同要求的知识点;“典型例题”使学生深入理解并灵活运用所学的知识;“练习”及“单元自测”帮助考察学生学习的效果并训练学生解决问题的能力。另外,书中设有“阶段自测”及两个学期的期末自测。书末附有答案。

责任编辑 刘 啸 苏德敏

新世纪版中学学科同步训练 ABC 丛书

初 中 代 数

(二年级用)

主编 仇炳生

编者 李 锋 韦震亚 高绪荣

上海科学技术出版社出版、发行

(上海瑞金二路 450 号 邮政编码 200020)

新华书店上海发行所经销 常熟市文化印刷厂印刷

开本 787 × 1092 1/16 印张 5.75 字数 129 000

2001 年 6 月第 1 版 2002 年 6 月修订,第 4 次印刷

印数: 2 6201—3 7200

ISBN 7-5323-5951-4/G · 1321

定价: 6.80 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题,
请向本社出版科联系调换

出版说明

新世纪版中学学科同步训练 ABC 丛书是以九年义务教育全日制初级中学语文、数学、英语、物理、化学教学大纲为依据分学科编写的学习辅导参考用书。它与当前的教学有一定的同步性,并符合以上五门学科的教学目的和要求,成为教师指导学生学习的极好助学手段。

本丛书的特点是用 A、B、C 三级训练方式,体现教材单元的知识坡度;体现学生学习过程的自我评价和循序渐进。

A 级——面向全国各地区的学生。这一级训练的水平体现九年义务教育大纲中最基本的要求。

B 级——用以提高学生综合应用知识的能力。这一级训练是体现培养能力和发展智力,体现大多数学生应达到的水平。

C 级——配有适当比例的竞赛类、趣味类、智力训练等题目,以开拓学生的知识面,提高灵活解题的技巧和能力。

整套丛书训练题的设计特色,既体现知识体系,又符合学生实际水平与认识规律,重视直观性与操作性,书末均附有答案,可供学生在练习后进行自测检查。

本书由仇炳生统稿,我们表示衷心感谢。

上海科学技术出版社

2002 年春

目 录

第八章 因式分解	1
知识要点与学习水平.....	1
典型例题.....	1
练习一(A 级)	6
练习二(A 级)	7
练习三(A 级)	8
单元自测(A 级)	9
单元自测(B 级)	10
阶段自测	12
A 级(90 分钟)	12
B 级(90 分钟)	13
C 级(45 分钟)	15
第九章 分式	16
知识要点与学习水平	16
典型例题	17
练习一(A 级)	23
练习二(A 级)	24
练习三(A 级)	25
练习四(A 级)	26
练习五(A 级)	29
单元自测(A 级)	30
单元自测(B 级)	31
第一学期期末自测	34
A 级(90 分钟)	34
B 级(90 分钟)	36
C 级(90 分钟)	37
第十章 数的开方	39
知识要点与学习水平	39
典型例题	40
练习一(A 级)	42
练习二(A 级)	43

练习三(A级)	44
单元自测(A级)	46
单元自测(B级)	47
阶段自测	49
A级(90分钟)	49
B级(90分钟)	50
C级(90分钟)	52
第十一章 二次根式	53
知识要点与学习水平	53
典型例题	54
练习一(A级)	57
练习二(A级)	58
练习三(A级)	60
练习四(A级)	62
练习五(A级)	63
单元自测(A级)	65
单元自测(B级)	66
第二学期期末自测	69
A级(90分钟)	69
B级(90分钟)	71
C级(90分钟)	72
参考答案	74

第八章 因式分解

知识要点与学习水平

节次	知 识 要 点 和 难 点	学 习 水 平			
		识 记	理 解	应 用	综 合
8.1 提公因式法	(1) 因式分解意义 (2) 因式分解与整式乘法的区别 (3) 找公因式 (4) 运用分配律写出另一个因式 (5) 提取公因式分解因式 (6) 恒等变形中符号处理 (7) 利用提取公因式法简便计算	✓ ✓		✓ ✓ ✓ ✓ ✓	
8.2 运用公式法	(8) 平方差公式特征 (9) 平方差公式因式分解 (10) 完全平方公式特征 (11) 完全平方公式因式分解 (12) 提取公因式后正确运用公式分解因式		✓ ✓	✓ ✓ ✓	
8.3 分组分解法	(13) 运算法则在分解中作用 (14) 分组后提取公因式 (15) 分组后运用公式 (16) $x^2 + (p+q)x + pq$ 型式子的因式分解 (17) 分解到不可分解的意义 (18) 因式分解一般步骤 (19) 正确运用各法因式分解	✓ ✓ ✓		✓ ✓	

典型例题*

例 1 指出下列各式是否是因式分解,若是因式分解,是否已分解完.

(1) $(a+1)(a-1)=a^2-1$;

* 本书中典型例题是针对 B 级题而安排的,下同.

- (2) $x^2 - 12x + 36 = (x-6)^2$;
 (3) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1 = (x^2+5x+5)^2$;
 (4) $x^2 - 3x - 4 = (x+2)(x-2) - 3x$;
 (5) $-9a^2 + 6ab - b^2 = (-3a+b)(3a-b)$;
 (6) $-2a^5 + 4a^4b - 2a^3b^2 = -2a(a^2-ab)^2$;
 (7) $x^2(1-x) - 1 + x = (1-x)(x^2-1)$.

解 第(1)题不是因式分解,而是整式乘法;第(2)、(3)题是因式分解,已分解完.第(4)题不是因式分解,因为因式分解是对整个多项式进行的,而本题它只对某几项分解;第(5)题是因式分解但应注意首项系数是负数时,可作为公因式的系数提出,这样因式应写为 $-(3a-b)^2$;第(6)题是因式分解,但公因式未提尽,公因式应是 $-2a^3$,结果应是 $-2a^3(a-b)^2$;第(7)题是因式分解,但未分解完,后一个因式还应用平方差公式继续分解,最后结果应是 $-(x-1)^2(x+1)$.

例2 分解因式:

- (1) $2y(x-y)(y+x) + (y-x)^2(x+y) - (y-x)(y+x)^2$;
 (2) $2a(a^2-b^2) + \frac{b^2}{2}(a-b)$;
 (3) $-(a-3b)^2 + 4(a-3b)(3a+b) - 4(3a+b)^2$;
 (4) $x^{n+2} - 2x^{n+1} - 3x^n + 6x^{n-1}$ (n 是大于1的整数).

解 (1) 原式 $= (x-y)(x+y)[2y + (x-y) + (x+y)] = 2(x-y)(x+y)(x+y)$
 $= 2(x-y)(x+y)^2$.

评注 $(y-x)^2 = (x-y)^2$, $y-x = -(x-y)$, $y+x = x+y$.

$$(2) \text{ 原式} = 2a(a+b)(a-b) + \frac{b^2}{2}(a-b) = \frac{1}{2}(a-b)(4a^2 + 4ab + b^2)$$

$$= \frac{1}{2}(a-b)(2a+b)^2.$$

评注 ① 把 a^2-b^2 分解为 $(a+b)(a-b)$ 就有公因式 $a-b$ 可提取了.

② 提出系数 $\frac{1}{2}$, $2a(a+b)$ 就变为 $4a^2+4ab$.

$$(3) \text{ 原式} = -[(a-3b)^2 - 4(a-3b)(3a+b) + 4(3a+b)^2]$$

$$= -[(a-3b) - 2(3a+b)]^2 = -(-5a-5b)^2 = -25(a+b)^2.$$

评注 ① 先提“-1”后,这二次三项式是完全平方式.

② 合并后还可以提出系数-5, $(-5)^2=25$,不要忘记-5平方.

$$(4) \text{ 原式} = x^{n-1}(x^3 - 2x^2 - 3x + 6) = x^{n-1}[(x^3 - 2x^2) - (3x - 6)]$$

$$= x^{n-1}[x^2(x-2) - 3(x-2)] = x^{n-1}(x-2)(x^2-3).$$

评注 ① 字母指数公因式是相同字母的最低次幂 x^{n-1} .

② 提完公因式还可提出公因式 $(x-2)$,或分组提 (x^2-3) .

例3 分解因式:

- (1) $4(a+2)^2 - 9(a+3)^2$; (2) $4a^2(x-2y) - 12ab(2y-x) - 9b^2(2y-x)$;
 (3) $(4x-3y)^2 + (4y-3x)^2 - (4x-3y)(3x-4y) + (3y-4x)(3x-4y)$;
 (4) $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$; (5) $a^2b^{2n} + 4ab^n - 21$.

解 (1) 原式 $= [2(a+2)]^2 - [3(a+3)]^2$
 $= [2(a+2) + 3(a+3)][2(a+2) - 3(a+3)]$

$$= (5a+13)(-a-5) = -(5a+13)(a+5).$$

$$(2) \text{ 原式} = 4a^2(x-2y) + 12ab(x-2y) + 9b^2(x-2y) \\ = (x-2y)(4a^2+12ab+9b^2) = (x-2y)(2a+3b)^2.$$

$$(3) \text{ 原式} = (4x-3y)^2 + (4y-3x)^2 + (4x-3y)(4y-3x) + (4x-3y)(4y-3x) \\ = [(4x-3y) + (4y-3x)]^2 = (x+y)^2.$$

$$(4) \text{ 原式} = n(n+3)(n+1)(n+2) + 1 \\ = (n^2+3n)(n^2+3n+2) + 1 \\ = (n^2+3n)^2 + 2(n^2+3n) + 1 \\ = (n^2+3n+1)^2.$$

$$(5) \text{ 原式} = (ab^n)^2 + 4ab^n - 7 \times 3 = (ab^n+7)(ab^n-3).$$

例 4 分解因式:

$$(1) \frac{x^2y^2}{9} + \frac{2xy^3}{3} + y^4; \quad (2) a^4(a^4-1) - a^4 + 1.$$

$$\text{解} \quad (1) \text{ 原式} = y^2 \left(\frac{x^2}{9} + \frac{2xy}{3} + y^2 \right) \\ = y^2 \left(\frac{x}{3} + y \right)^2.$$

$$\text{另解} \quad \text{原式} = \frac{1}{9}y^2(x^2+6xy+9y^2) \\ = \frac{1}{9}y^2(x+3y)^2.$$

$$(2) \text{ 原式} = a^4(a^4-1) - (a^4-1) = (a^4-1)(a^4-1) = (a^4-1)^2 \\ = [(a^2+1)(a+1)(a-1)]^2 = (a^2+1)^2(a+1)^2(a-1)^2.$$

$$\text{另解} \quad \text{原式} = (a^4)^2 - a^4 - a^4 + 1 = (a^4)^2 - 2a^4 + 1 = (a^4-1)^2 \\ = [(a^2+1)(a+1)(a-1)]^2 = (a^2+1)^2(a+1)^2(a-1)^2.$$

例 5 分解因式:

$$(1) ax+ay+bx+by-cx-cy;$$

$$(2) 2xy-x^2+1-y^2;$$

$$(3) a^2-8ab+16b^2+6a-24b+9;$$

$$(4) a^3+a^2b-9a-9b.$$

解 (1) 以是否分别含 a, b, c 标准两两分组, 有 $(x+y)$ 公因式.

$$\text{原式} = (ax+ay) + (bx+by) - (cx+cy) = a(x+y) + b(x+y) - c(x+y) \\ = (x+y)(a+b-c).$$

以是否分别含 xy 为标准三分组, 有 $(a+b-c)$ 公因式.

$$\text{原式} = (ax+bx-cx) + (ay+by-cy) = x(a+b-c) + y(a+b-c) \\ = (a+b-c)(x+y).$$

$$(2) \text{ 原式} = 1 - (x^2 - 2xy + y^2) = 1 - (x-y)^2 = (1+x-y)(1-x+y).$$

$$(3) \text{ 原式} = (a-4b)^2 + 6(a-4b) + 9 \\ = [(a-4b) + 3]^2 \\ = (a-4b+3)^2.$$

$$(4) \text{ 原式} = (a^3+a^2b) - (9a+9b)$$

$$\begin{aligned}
&=a^2(a+b)-9(a+b) \\
&=(a+b)(a^2-9) \\
&=(a+b)(a+3)(a-3).
\end{aligned}$$

另解 原式 $= (a^3-9a)+(a^2b-9b)$

$$\begin{aligned}
&=a(a^2-9)+b(a^2-9) \\
&=(a^2-9)(a+b) \\
&=(a+3)(a-3)(a+b).
\end{aligned}$$

例 6 分解因式:

(1) $(ax-by)^2+(bx+ay)^2$; (2) $ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)$;
 (3) $ab(a-b)+bc(b-c)+ac(c-a)$; (4) $a^2+(a+1)^2+(a^2+a)^2$.

解 (1) 原式 $=a^2x^2-2abxy+b^2y^2+b^2x^2+2abxy+a^2y^2=a^2x^2+b^2y^2+b^2x^2+a^2y^2$

$$=(a^2+b^2)x^2+(a^2+b^2)y^2=(a^2+b^2)(x^2+y^2).$$

(2) 原式 $=abx^2+aby^2+a^2xy+b^2xy=(abx^2+a^2xy)+(aby^2+b^2xy)$

$$=ax(bx+ay)+by(ay+bx)=(bx+ay)(ax+by).$$

评注 重新展开后一、四组合,二、三项组合即可.

(3) 原式 $=ab(a-b)+b^2c-bc^2+ac^2-a^2c$

$$\begin{aligned}
&=ab(a-b)-(a^2c-b^2c)+(ac^2-bc^2) \\
&=ab(a-b)-c(a+b)(a-b)+c^2(a-b) \\
&=(a-b)(ab-ac-bc+c^2)=(a-b)[(ab-bc)-(ac-c^2)] \\
&=(a-b)[b(a-c)-c(a-c)]=(a-b)(a-c)(b-c).
\end{aligned}$$

评注 保留一项,展开后两项,重新组合有 $(a-b)$ 公因式可提.

(4) 原式 $=a^2+a^3+2a+1+(a^2+a)^2=2(a^2+a)+1+(a^2+a)^2$

$$=(a^2+a)^2+2(a^2+a)+1=(a^2+a+1)^2.$$

评注 只须展 $(a+1)^2$,这一项与 a^2 合并成 $2(a^2+a)+1$ 与最后一项配成一个完全平方式.

例 7 分解因式:

(1) x^4+4 ; (2) $a^4+a^2b^2+b^4$;
 (3) x^3-3x^2+4 .

解 (1) 原式 $=x^4+4x^2+4-4x^2=(x^2+2)^2-(2x)^2=(x^2+2+2x)(x^2+2-2x)$.

(2) 原式 $=a^4+2a^2b^2+b^4-a^2b^2=(a^2+b^2)^2-(ab)^2$

$$=(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab).$$

(3) 原式 $=x^3+x^2-4x^2+4=x^2(x+1)-4(x^2-1)$

$$=x^2(x+1)-4(x+1)(x-1)=(x+1)(x^2-4x+4)=(x+1)(x-2)^2;$$

另解 原式 $=x^3-2x^2-x^2+4=x^2(x-2)-(x^2-4)$

$$=x^2(x-2)-(x+2)(x-2)=(x-2)(x^2-x-2)=(x-2)^2(x+1);$$

另解 原式 $=x^3-3x^2-4x+4x+4=x(x^2-3x-4)+4(x+1)$

$$=x(x+1)(x-4)+4(x+1)=(x+1)(x^2-4x+4)=(x+1)(x-2)^2;$$

另解 原式 $=x^3+1-3x^2+3=(x+1)(x^2-x+1)-3(x^2-1)$

$$\begin{aligned}
&=(x+1)(x^2-x+1)-3(x+1)(x-1)=(x+1)(x^2-4x+4) \\
&=(x+1)(x-2)^2.
\end{aligned}$$

评注 法一、法二拆2次项 $-3x^2=x^2-4x^2$,分组有 $(x+1)$ 公因式. $-3x^2=-2x^2-x^2$,分组有 $(x-2)$ 公因式.法三添一次项 $-4x+4x$,分组有公因式 $(x+1)$.法四拆常数项 $4=1+3$,分组后有 $(x+1)$ 公因式.

例8 求待定系数:

(1) 已知: x 为一切实数时, $ax^3+ax^2+bx+c=(x+3)(x-3)(x+1)$,求 a 、 b 、 c 的值;

(2) 已知: x 为一切实数时, $x^3-x^2-16x+16=(x-4)(x^2+mx-4)$,求 m 的值.

解 (1) 右边 $=(x^2-9)(x+1)=x^3-9x+x^2-9$.

$\therefore x$ 为一切实数都有 $ax^3+ax^2+bx+c=x^3+x^2-9x-9$,

$\therefore a=1, b=-9, c=-9$.

(2) 当 x 为一切实数时, $x^3-x^2-16x+16=(x-4)(x^2+mx-4)$ 恒成立,设 $x=1$ 时,
 $0=-3(1+m-4)\Rightarrow m=3$.

评注 设 x 的一个特征数,来求 m .

例9 求代数式的值.

(1) 已知 $x^4+6x^2y^2+9y^4=4$,求 x^2+3y^2 的值.

(2) 已知 $a(a-1)-(a^2-b)=-2$,求 $\frac{a^2+b^2}{2}-ab$ 的值.

解 (1) 由已知等式,得 $(x^2+3y^2)^2-4=0$,

$\therefore (x^2+3y^2+2)(x^2+3y^2-2)=0$.

$\because x^2\geq 0, 3y^2\geq 0, \therefore x^2+3y^2+2\neq 0$.

$\therefore x^2+3y^2=2$.

(2) $\because$ 原等式左边 $=a^2-a-a^2+b=b-a$,

$\therefore b-a=-2$,

$\therefore (b-a)^2=4$,

$\therefore a^2+b^2-2ab=4$,

$\therefore \frac{a^2+b^2}{2}-ab=\frac{a^2+b^2-2ab}{2}=\frac{4}{2}=2$.

例10 已知多项式 $2x^3-x^2+m$ 有一个因式 $2x+1$,求 m 的值.

解 根据已知条件,设 $2x^3-x^2+m=(2x+1)(x^2+ax+b)$,则

$$2x^3-x^2+m=2x^3+(2a+1)x^2+(a+2b)x+b.$$

$$\text{由此可得} \begin{cases} 2a+1=-1, & \text{①} \\ a+2b=0, & \text{②} \\ m=b. & \text{③} \end{cases}$$

由①,得 $a=-1$.

把 $a=-1$ 代入②,得 $b=\frac{1}{2}$,

把 $b=\frac{1}{2}$ 代入③,得 $m=\frac{1}{2}$.

例11 证明题:

(1) 当 x 为任何实数时,证明: $(x-1)(x-3)(x-4)(x-6)+10$ 是正数;

(2) 证明:两个连续奇数的平方差一定是8的倍数.

证明 (1) 原式 $=[(x-1)(x-6)][(x-3)(x-4)]+10$
 $=(x^2-7x+6)(x^2-7x+12)+10$
 $=(x^2-7x)^2+18(x^2-7x)+72+10$

$$\begin{aligned}
 &= (x^2 - 7x)^2 + 18(x^2 - 7x) + 81 + 1 \\
 &= (x^2 - 7x + 9)^2 + 1.
 \end{aligned}$$

不论 x 取任何实数 $(x^2 - 7x + 9)^2 \geq 0 \Rightarrow (x^2 - 7x + 9)^2 + 1 > 0$,

$\therefore (x-1)(x-3)(x-4)(x-6) + 10 > 0$.

故 $(x-1)(x-3)(x-4)(x-6) + 10$ 是正数.

(2) 设这两个连续奇数分别为 $2n+1, 2n+3$ (n 为整数), 则

$$\begin{aligned}
 &(2n+3)^2 - (2n+1)^2 \\
 &= (2n+3+2n+1)(2n+3-2n-1) \\
 &= 2(4n+4) \\
 &= 8(n+1).
 \end{aligned}$$

由此可见, $(2n+3)^2 - (2n+1)^2$ 一定是 8 的倍数.

例 12 已知 $\triangle ABC$ 的三条边 a, b, c 满足 $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) = 0$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

解 已知等式的左边

$$\begin{aligned}
 &= a^2b - a^2c + b^2c - ab^2 + c^2(a-b) \\
 &= ab(a-b) - c(a+b)(a-b) + c^2(a-b) \\
 &= (a-b)(ab - ac - bc + c^2) \\
 &= (a-b)[a(b-c) - c(b-c)] \\
 &= (a-b)(b-c)(a-c).
 \end{aligned}$$

$$\because a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) = 0,$$

$$\therefore (a-b)(b-c)(a-c) = 0,$$

$$\therefore a=b \text{ 或 } b=c \text{ 或 } c=a,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 为等腰三角形或等边三角形.}$$

练习一(A 级)

一、下列各题中从左边到右边的变形, 哪些是因式分解? 哪些不是?

1. $(2x+3)(2x-3) = 4x^2 - 9$. ()

2. $ma + mb - c = m(a-b) - c$. ()

3. $a^2 - 4ab + 4b^2 - 1 = a(a-4b) + (2b-1)(2b+1)$. ()

4. $25x^2 - 4y^2 = (5x+2y)(5x-2y)$. ()

二、选择题*

下列各题从左到右的变形不是因式分解的是()

(A) $-ab^2 + 4a = -a(b+2)(b-2)$.

(B) $x^2 - 4x + 4 - y^2 = (x+y-2)(x-y-2)$.

(C) $(x-m)(x-n) = x^2 - (m+n)x + mn$.

* 本书中的选择题, 每个小题都给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论, 其中只有一个结论是正确的, 把你认为正确结论的代号写在题后的括号内, 下同.

(D) $4a^2b^2 - (a^2 + b^2)^2 = -(a+b)^2(a-b)^2$.

三、填空题

- $5\pi a^2 + 5\pi b^2 = \underline{\hspace{2cm}} (a^2 + b^2)$.
- $4px + 4x = 4x \underline{\hspace{2cm}}$.
- $\frac{1}{3}m^2t^2 - \frac{1}{3}m^2s = \underline{\hspace{2cm}} (t^2 - s)$.
- $12x^3 + 8x = \underline{\hspace{2cm}} (3x^2 - 2)$.
- $24m - 18m^2 = 6m \underline{\hspace{2cm}}$.
- $-mx^2 + m^2x + mx = -mx \underline{\hspace{2cm}}$.
- $-5mn - 10mnx + 15mny = \underline{\hspace{2cm}} (1 + 2x - 3y)$.
- $-\frac{2}{3}a^3b^2 + \frac{1}{3}b^3a^2 - \frac{4}{3}a^3b^3 = \underline{\hspace{2cm}} (2a - b + 4ab)$.
- $-2a^2 + 3a^3 - 4a^4 = -2a^2 \underline{\hspace{2cm}}$.

四、在下边各式右边的括号前填上适当的符号使左右两边相等

- $-a - b = \underline{\hspace{1cm}} (a + b)$.
- $-a^2 + b^2 = \underline{\hspace{1cm}} (a^2 - b^2)$.
- $x - y = \underline{\hspace{1cm}} (y - x)$.
- $(-x - y)^2 = \underline{\hspace{1cm}} (y + x)^2$.
- $(x - y)^2 = \underline{\hspace{1cm}} (y - x)^2$.
- $(a - b)^2(x - y) = \underline{\hspace{1cm}} (a - b)^2(y - x)$.
- $(a - b)(x - y) = \underline{\hspace{1cm}} (b - a)(y - x)$.
- $(a - b)(x - y)^2 = \underline{\hspace{1cm}} (b - a)(y - x)^2$.
- $-(1 - a - b)^2 = \underline{\hspace{1cm}} (a + b - 1)^2$.
- $(a - b)(x - y)^3 = \underline{\hspace{1cm}} (a - b)(y - x)^3$.
- $(a - b)(x - y)^3 = \underline{\hspace{1cm}} (b - a)(y - x)^3$.
- $-(1 - a - b)^3 = \underline{\hspace{1cm}} (a + b - 1)^3$.

五、分解因式

- $6a^3 - 8a^2 + 4a$.
- $a^8 + a^7 - 2a^6 - 3a^5$.
- $6a^3x^4 - 8x^5a^2 + 16ax^6$.
- $-mx^2 + m^2x + m^3x$.
- $-4m^3 + 16m^2 - 26m$.
- $\frac{8}{9}x^3y^2 - \frac{2}{3}x^2y^3$.
- $m(x + y) - 4n(x + y)$.
- $(a + b)^2 + (a + b)$.
- $(x - 3)^2 - (x - 3)^3$.
- $a^2b(x - y) - ab(y - x)$.
- $y(x - y)^2 - (y - x)^3$.
- $a(x - y) - b(y - x) - c(x - y)$.
- $(a - b)^2(a + b)^3 - (b - a)^3(b + a)^2$.
- $-xy(m - n)^3 - y(n - m)^3 + y^2(n - m)^3$.
- $(x + 1)(2x - 3) - (x + 1)(3 - 2x)^2 - (1 + x)^2(3 - 2x)$.
- $2(x - y)(x + y) - (y - x)^2(x + y) - (y - x)(y + x)^2$.

练习二(A级)

一、填空题

- $4m^2 = (\hspace{1cm})^2$.
- $324x^2 = (\hspace{1cm})^2$.
- $0.64y^2 = (\hspace{1cm})^2$.
- $\frac{1}{289}x^2y^4 = (\hspace{1cm})^2$.
- $0.09t^4s^6 = (\hspace{1cm})^2$.
- $-0.027p^3 = (\hspace{1cm})^3$.
- $\frac{1}{343}x^{3n} = (\hspace{1cm})^3$.
- $-\frac{64}{125}x^3y^9 = (\hspace{1cm})^3$.
- $0.0081x^4 = (\hspace{1cm})^4$.
- $\frac{a^2b^4}{0.16c^2} = (\hspace{1cm})^2$.

二、利用公式填空

- $\frac{1}{9}x^2 - 4y^2 = \left(\frac{1}{3}x - 2y\right)(\hspace{1cm})$.
- $(2a)^2 - (5b)^2 = (-5b \hspace{1cm})(5b \hspace{1cm})$.

3. $(2m^2)^2 - (n^3)^2 = (\quad)(\quad)$.
4. $0.25x^2 + 2xy + (\quad)^2 = (0.5x + \quad)^2$.
5. $(\quad)a^2 + 6a + 1 = (\quad)^2$.
6. $(\quad)x^2 - \frac{3}{2}xy + 9y^2 = (\quad x - 3y)^2$.
7. $4a^2 + (\quad) + \frac{1}{4}b^2 = (\quad)^2$.
8. $(4m + \quad)^2 = 16m^2 + 4m + (\quad)$.
9. $\left(-\frac{1}{3}a - b\right)(\quad) = b^2 - \frac{1}{9}a^2$.
10. $9x^4 - (y - z)^2 = (\quad)(\quad)$.

三、选择题

1. 下列各式中不能用平方差公式因式分解的个数是()
 (1) $-a^2 + b^2$, (2) $-(a^2 + b^2)$, (3) $-(-a^2) - b^2$, (4) $(-a)^2 - (-b)^2$.
 (A) 1 个. (B) 2 个. (C) 3 个. (D) 4 个.
2. 下列多项式中能直接用完全平方式因式分解的是()
 (A) $a^2 - 2ab - b^2$. (B) $\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}xy + y^2$.
 (C) $-m^2 - m + \frac{1}{4}$. (D) $a^2 - 2ab + 4b^2$.
3. 如果多项式 $25x^2 - mxy + 9y^2$ 是完全平方式, 那么 m 的值是()
 (A) 15. (B) 30. (C) ± 15 . (D) ± 30 .
4. 下列各式因式分解正确的是()
 (A) $\frac{1}{4}y^2 - 1 = \frac{1}{4}(y+2)(y-2)$. (B) $a^4 - 2a + 1 = (a^2 - 1)^2$.
 (C) $x^2 - 2xy - 4 + y^2 = (x-y)^2 - 4$. (D) $-16a^2 - 9b^2 = (-4a + 3b)(-4a - 3b)$.

四、因式分解

1. $1 - \frac{1}{16}a^4$. 2. $-169x^2 + 256y^2$. 3. $\frac{121}{225}x^2 - 361y^2$.
4. $(x-y)^2 - (x+y)^2$. 5. $4(m-n)^2 - (2m+3n)^2$. 6. $16 - 4p^2$.
7. $196x^2 - 84xy + 9y^2$. 8. $x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{64}$. 9. $-\frac{m^2}{16} + mn - 4n^2$.
10. $48ax^2 + 12ax + \frac{3}{4}a$. 11. $(x-2y)^2 + 10(2y-x) + 25$. 12. $4(a+b)^3 - 100(a+b)$.
13. $-4a^3 + a(a-b)^2$. 14. $4(x+y)^2 - 3(4x+4y) + 9$. 15. $4(x^2+1)^2 - 16x^2$.

练习三(A 级)

一、用两种不同的分组方法分解 $a+1+ab+b$.

二、选择题

1. 下列各式分组分解中, 分组正确的是()
 (A) $a^2 + a - b^2 - b = (a^2 + a) - (b^2 + b)$.
 (B) $am - an - bm + bn = (am - bm) - (an + bn)$.
 (C) $x^2 + 2xy + y^2 - 1 = (x^2 - 1) + (2xy + y^2)$.

$$(D) x+y+x^2-y^2=(x+y)+(x^2-y^2).$$

2. 多项式 $x^3+x^2y-xy^2-y^3$ 分解因式结果是()

$$(A) (x-y)^2(x+y). \quad (B) (x-y)(x^2+xy+y^2).$$

$$(C) (x+y)^2(x-y). \quad (D) (x+y)(x^2-xy+y^2).$$

3. 下列各式因式分解有错误的是()

$$(A) (x+y)^2+(x+y)=(x+y)(x+y+1).$$

$$(B) a^2-a-b^2+b=(a^2-b^2)-(a+b)=(a+b)(a-b-1).$$

$$(C) 1-2x+x^2-y^2=(1-x)^2-y^2=(1-x+y)(1-x-y).$$

$$(D) \frac{1}{2}x-y+x^2-4y^2=\frac{1}{2}(x-2y)+(x-2y)(x+2y)=\frac{1}{2}(x-2y)(1+2x+4y).$$

4. 下列各因式分解错误的是()

$$(A) x^2+5x+6=(x+2)(x+3). \quad (B) x^2-6x+5=(x-1)(x-5).$$

$$(C) x^2-5x-6=(x-2)(x-3). \quad (D) x^2+5x-6=(x-1)(x+6).$$

5. $x^2-px+q=(x+a)(x+b)$, 那么 p 等于()

$$(A) ab. \quad (B) -ab. \quad (C) a+b. \quad (D) -a-b.$$

三、分解因式

1. $ab+bm-aq-mq.$

2. $xy+1-x-y.$

3. $a^3-a^2b+a^2c-abc.$

4. $m^2n^2+4mn-2m^3-2n^3.$

5. $x^2-y^2-a^2+b^2-2ay+2bx.$

6. $2x^2-4xy-6ay+3ax-x+2y.$

7. $x^2-y^2-y-\frac{1}{4}.$

8. $x^2-6xy+9y^2-4a^2+4ab-b^2.$

四、分解因式

1. $x^2+4x+3.$

2. $a^2+a-30.$

3. $m^2-12m-45.$

4. $-x^2-2x+8.$

5. $x^2-\frac{5}{6}x-\frac{1}{6}.$

6. $x^2-7xy-60y^2.$

五、分解因式

1. $x^4+7x^2-8.$

2. $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8.$

3. $a^2-2ab+b^2-5a+5b+6.$

4. $-4x^2-8xy-4y^2+8x+8y-4.$

5. $a^3-3a^2b-ab^2+3b^2.$

6. $x^2-3xy+2y^2-x+2y.$

7. $x(x-2)(x-1)-6.$

8. $4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2.$

9. $(x^2+6y^2)^2-25x^2y^2.$

10. $(x+y)^2(x-y)^2+4(y^2-x^2)-5.$

单元自测(A级)

一、选择题(每小题2分,共12分)

1. 下列各多项式中,能用平方差公式分解因式的是()

$$(A) x^2-(-y^2). \quad (B) -x^2-5y^2.$$

$$(C) x^2-4y. \quad (D) -(-a)^2+b^2.$$

2. 将 $a^2(a-b)^2-b^2(b-a)^2$ 分解因式的结果是()

$$(A) (a-b)^2(a^2+b^2). \quad (B) (a-b)^2(a^2-b^2).$$

(C) $(a-b)^3(a-b)(a+b)$. (D) $(a-b)^3(a+b)$.

3. 分解因式结果是 $(2x+y)(y-2x)$ 的多项式是()

(A) $4x^2+y^2$. (B) $4x^2-y^2$. (C) y^2-4x^2 . (D) $4x^2-4xy+y^2$.

4. 将 $-m^4+m^2n^2$ 分解因式的结果是()

(A) $(-m^2+mn)(-m^2-mn)$. (B) $-m^2(m^2+n^2)$.
(C) $-m(n+m)(n-m)$. (D) $-m^2(m+n)(m-n)$.

5. 多项式 $-6m^4n^3+12m^3n^2-3m^2n$, 各项的公因式是()

(A) $-6m^4n^3$. (B) $-3m^2n$. (C) $3mn^2$. (D) $-6m^2n$.

6. 若多项式 x^2-3x+a 可分解为 $(x-5)(x-b)$, 则 a, b 的值分别是()

(A) $a=10, b=-2$. (B) $a=-10, b=-2$.
(C) $a=10, b=2$. (D) $a=-10, b=2$.

二、填空题(每小题 1 分, 共 6 分)

1. $(a^2-b^2) \div (\quad) = a-b$.

2. $(\quad)(x-y) = x^2+2xy-3y^2$.

3. $(\quad)+4x-4 = -(\quad)^2$.

4. $a^2+7a+12 = (a+3)(a-\quad)$.

5. $-15xy - (\quad) = -5y(\quad+5)$.

6. $(\quad)a^2-6a+1 = (\quad)^2$.

三、分解因式(每小题 2 分, 共 20 分)

1. $x(a-y) - y(y-a)$.

2. $6x(3x-2) - x^2(3x-2)$.

3. x^2-9+8x .

4. $x^2-24x+144$.

5. $16x^2-9y^2z^2$.

6. $-(a-2b)^2+4a^2$.

7. $1+m+\frac{m^2}{4}$.

8. $a^2-6a(b+c)+8(b+c)^2$.

9. $(x^2+2x)^2+2x(x+2)+1$.

10. $-(a-2b)^2+4a^2$.

四、分解因式(每小题 4 分, 共 16 分)

1. $16a^5-4a^3$.

2. $(x+5)^3-(x+5)^5$.

3. $10a(a-b)^2+20b^2(b-a)$.

4. $-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{3}xy-\frac{1}{9}y^2$.

五、分解因式(第 1、2 小题各 4 分, 第 3~8 小题各 5 分, 共 38 分)

1. $-x^3+4x^2y-4xy^2$.

2. $10ab-3+6b-5a$.

3. $ax^2-bx^2-bx+ax+b-a$.

4. $(x^2+1)^2-4x^2$.

5. $(x^2+x)^2-22(x^2+x)+40$.

6. $a^2(a+1)-2a(a+1)-3a-3$.

7. $6a-6b-9a^2+18ab-9b^2-1$.

8. $1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+x(x+1)^3$.

六、求值(第 1 题 3 分, 第 2 题 5 分, 共 8 分)

1. $198^2-396 \times 98+98^2$.

2. 先化简, 再求值: $(a+b+c)^2+(a+b-c)^2-(a-b-c)^2-(a-b+c)^2$, 其中 $a=\frac{4}{5}$, $b=-25$.

单元自测(B 级)

一、选择题(每题 2 分, 共 8 分)

1. 已知: $a^3-12a+16$ 有一个因式为 $(a+4)$, 把它分解因式后应该是()

- (A) $(a+4)(a^2+a+1)$. (B) $(a+4)(a+2)^2$.
 (C) $(a+4)(a-2)^2$. (D) $(a+4)(a^2-a+1)$.
2. 化简 $(x^2-2x-1)^2-2(x^2-2x+3)(x^2-2x-1)+(x^2-2x+3)^2$ 结果是()
 (A) $2x^2-4x+2$. (B) -4 . (C) $4x+4$. (D) 16 .
3. 若 $4x^2-2(m+1)x+36$ 是完全平方式, 则 m 值应为()
 (A) 11 . (B) ± 13 . (C) ± 11 . (D) -13 或 11 .
4. 若 $x^2-px+6=(x+a)(x+b)$, p, a, b 都是整数, 则 p 的值可以取()
 (A) $\pm 7, \pm 1$. (B) $\pm 1, \pm 5$. (C) $\pm 5, \pm 7$. (D) $\pm 5, \pm 6$.

二、填空题(每题 1 分, 共 11 分)

1. $3xy^3-3xy=(\quad)(\quad)(y+1)$.
 2. $(a-b)^2-(a+b)^2-a^2-4b^2=(\quad)(\quad)^2$.
 3. $\frac{27}{16}x^2-3y^2=(\quad)(3x-4y)(\quad)$.
 4. $\frac{1}{2}(5a+3b)^2-a(5a+3b)+\frac{1}{2}a^2=(\quad)(\quad)^2$.
 5. $x^3-x^2-16x+16=(\quad)(\quad)(x-4)$.
 6. $9x^4-3x^3+7x^2-3x-2=(x^2+1)(\quad)(\quad)$.

三、分解因式(每题 3 分, 共 30 分)

1. $a(1-a)-(a-1)^2$. 2. $0.25m^2-\frac{1}{5}mn+\frac{n^2}{25}$.
 3. $48(x+y+z)^2-75(x-y-z)^2$. 4. $x^4-10x^2y^2+9y^4$.
 5. $(x-y)^3-4xy(y-x)$. 6. $a^2-8ab+16b^2+6a-24b+5$.
 7. $ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)$. 8. $x^2(x+3)^2-(4x^2+12x)$.
 9. $x^4+2x^3+2x^2+2x+1$. 10. $x^5y-x^3y+2x^2y-xy$.

四、分解因式(每题 4 分, 共 24 分)

1. $(x^2-x)^2+\frac{1}{2}(x^2-x)+\frac{1}{16}$. 2. $a^2+4b^2+9c^2-4ab-12bc+6ac$.
 3. $9x^2+18x+9-y^2-2y-1$. 4. $x-y-3+3(x-y)^2-(x-y)^3$.
 5. $a^2-4b^2-c^2+a+2b+4bc-c$. 6. $2(x^2+y^2)(x+y)^2-(x^2-y^2)^2$.

五、分解因式(每题 5 分, 共 20 分)

1. $-4(3a+b)^2+4(a-3b)(3a+b)-(a-3b)^2$.
 2. $(x^2-4x-2)(x^2-4x+9)+30$.
 3. x^4-4x^2+4x-1 .
 4. $(m-2n)^4-2m^2-8n^2+8mn+1$.

六、求代数式的值(第 1 题 3 分、第 2 题 4 分)

1. 已知: $a+b=-4, ab=1$, 求 a^2b+ab^2 的值.
 2. 已知: $(x^2+3y^2)^2-2(x^2+3y^2)-8=0$, 求 x^2+3y^2 的值.