

高等工程数学丛书

网络分析的状态变量法

江泽佳 编

人民邮电出版社

高等学校教学参考书
网络分析的状态变量法

江 泽 佳 编

*

人 民 教 育 出 版 社 出 版

新华书店北京发行所发行

沈阳市第二印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 5.5 字数 133,000

1979年2月第1版 1979年10月第1次印刷

印数 00,001—22,000

书号 15012·0145 定价 0.47 元

前 言

1977年12月在合肥召开的高等学校工科基础课电工、无线电教材编写会议上,决定在新编电工原理,电路、信号与系统等教材中,增加有关状态变量的内容。会议还决定组织编写一批参考书,供采用新教材的高校师生进一步加深有关知识之用。本书就是其中的一种。

由于时间较紧,更主要的是限于著者的水平,书中难免有不少缺点和错误,希读者不吝指正。

在编写过程中,承重庆大学电工原理教研室周守昌、张安邦、吴宁、宋俊寿等同志仔细阅读初稿,提出了许多宝贵意见,使本书谬误之处有所减少,龙克勇同志和串禾同志为本书绘制了插图,在此一并表示感谢。

江 泽 佳

1978年10月



目 录

第一章 状态变量和状态变量分析法

§ 1-1	序言	1
§ 1-2	网络的状态模型和状态变量	3
§ 1-3	网络的状态方程和输出方程	7

第二章 简单网络的状态变量分析法

§ 2-1	一阶网络的状态方程	15
§ 2-2	二阶网络的状态方程	17
§ 2-3	列状态方程的(储能元件)抽出替代法	21

第三章 网络拓扑学简介

§ 3-1	网络拓扑学的几个基本定义	26
§ 3-2	基本割集电流方程和基本回路电压方程	29

第四章 建立网络状态方程的拓扑法

§ 4-1	常态树和常态网络	35
§ 4-2	列常态网络的状态方程	36
§ 4-3	对一般线性不随时变网络建立状态方程的系统公式法	47
§ 4-4	对含受控源的网络建立状态方程	69
§ 4-5	对含互感的网络建立状态方程	73
§ 4-6	对含理想变量器和回转器的网络建立状态方程	75

第五章 状态方程的解析解法

§ 5-1	线性不随时变齐次状态方程的解	84
§ 5-2	矩阵指数 e^{At} 的计算	90
§ 5-3	线性不随时变非齐次状态方程的解	109
§ 5-4	非线性状态方程的解	113
§ 5-5	非线性网络的小信号分析法	122
§ 5-6	状态变量法与输入-输出法的比较	130

§ 5-7 关于线性随时变状态方程的解·····	137
附录 5-1 矢量和矩阵的范数·····	138
附录 5-2 相似矩阵和矩阵的特征值·····	140
附录 5-3 n 维欧几里得空间·····	141
附录 5-4 凯来-哈密尔顿定理·····	142

第六章 状态方程的数值解法

§ 6-1 定积分的数值算法·····	145
§ 6-2 数值法积分的误差·····	148
§ 6-3 矢量微分方程的开式数值解法·····	151
§ 6-4 皮卡得迭代法·····	154
§ 6-5 矢量微分方程的闭式数值解法·····	162

中英文索引

第一章 状态变量和状态变量分析法

§ 1-1 序 言

近代系统工程的迅速发展和数字电子计算机的广泛应用,促使作为电机、电子、通信及控制工程基础的网络分析,在研究对象和研究方法上都起了深刻的变化。具体说来,在网络特性方面,过去主要研究的对象是线性网络,随着应用于网络中的晶体管和其它非线性元件的数量不断增加,对于非线性网络的研究日益显得重要。在信号特点方面,过去主要研究的对象是连续信号,由于数字计算机、数字通信和控制系统的普遍应用,对离散信号在网络中的响应的分析,变得与连续信号同样重要。在研究方法上,过去主要使用解析的方法,而这种方法对于非线性网络和非连续信号,常常是极为困难甚至是无能为力的,随着研究对象的变化,数值计算的方法,逐渐成为网络分析中与解析法同等重要,在某些情况下,甚至是唯一可行的方法。

自从二十世纪二十年代以来,研究连续信号作用于线性网络的问题,最有力的工具是拉普拉斯变换法。它的特点是将研究对象的特性用一网络函数(或称转移函数)表示,然后就可以根据激励(输入)函数求出响应(输出)函数。这种方法称为输入-输出法,又称端部法,因为它只研究网络的端部特性,而不考虑网络内部的结构、参数、电压、电流等。从六十年代以来,另一种过去在控制系统中用到的分析方法——状态变量法,被广泛地应用到网络分析中来。与输入-输出法相比,状态变量法是一种内部法,因为它首先分析能够代表网络内部特性的某些物理量,称为状态变量,然后

才通过这些量和输入量,求得所需要的输出量。

状态变量法不仅适用于线性网络,而且适用于非线性网络;不仅适用于参数不随时间变化的网络(简称不随时变网络,或时不变网络),而且适用于参数随时间变化的网络(简称随时变网络,或时变网络)。许多过去无法解决的非线性、随时变网络问题,借状态变量法就可以迎刃而解。状态变量法不仅适用于单一输入、单一输出的问题,而且同样适用于多输入、多输出的问题,对状态变量法来说,前者不过是后者的一个特例,而对输入-输出法来说,多变量问题常是比较难解的。这是状态变量法的第一个优点。

对于较复杂的网络,包括一部分线性、不随时变网络和大部分非线性、随时变网络,数值算法常是唯一可能采用的方法。在借助于数字计算机进行计算时,用状态变量法比用拉普拉斯变换法(需要求象函数和反函数)容易,因为用状态变量法求数值解常是就一较简单的算式作多次重复的运算,而这正是计算机所擅长的。这是状态变量法得到广泛应用的另一个重要原因。

最后,由于状态变量法是一种内部法,它对于分析由网络和其它元件组成的系统的特性,如稳定度、可控度、可测度等,是很方便的。这种分析可以在不必求出变量的解的情况下进行。

当然,状态变量法也远不是万能的,还存在着许多无法按照状态变量法列出所需的方程,或者虽然列出了方程却无法求解(解析解或近似解)的问题。但是,由于将状态变量法应用到网络分析中来,我们已经能够解决许多过去无法解决的问题,或者能够比较容易地解决许多过去很难解决的问题,这应当说是当代网络分析(当然也可以用于综合)方法上一个十分重要的发展。

本书试图对状态变量法在网络分析中的应用作一初步介绍,假定读者已经具备网络分析(包括拉普拉斯变换)的基本知识,并对矩阵运算有所了解。第三章对为建立状态方程所需的网络拓扑

(图论)的基本知识作了简单介绍。因为本书用的某些定义(如关联矩阵 $\mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{B}$ 中支路排列的次序)可能与其它书籍和文献不同,对网络拓扑比较熟悉的读者也宜略加浏览。第五章末对某些读者可能比较生疏的数学知识,以附录形式列出,但未作深入探讨。

限于篇幅,本书未涉及离散信号及系统分析的内容。

§ 1-2 网络的状态模型和状态变量

网络中的无源元件按照其能否储蓄能量而可以分为两大类:储能元件,如电容和电感;和非储能元件,如电阻或电导。非储能元件的特点是,在任何瞬时的输出(电压或电流)都是为该瞬时的输入(电流或电压)所决定。例如线性电阻或电导的电压和电流之间的关系服从欧姆定律

$$v(t) = Ri(t) \quad i(t) = Gv(t)$$

若以 $f(t)$ 代表输入, $y(t)$ 代表输出,则二者之间的函数关系可表示为如下的一般形式

$$y(t) = h(f(t)) \quad (1-1)$$

由若干个非储能元件组成的网络的特性也可以用式(1-1)表示。

储能元件与非储能元件不同,它在某一瞬时的输出不是仅仅决定于该瞬时的输入,而是要由输入的全部历史来决定。例如电容器的电荷(输出)与电流(输入)的关系是

$$q_c(t) = \int_{t_0}^t i_c(\tau) d\tau \quad t \geq t_0 \geq -\infty \quad (1-2)$$

t_0 是输入开始作用的时间。在此以前,电容器内应无电荷储存,即当 $t \leq t_0$, $q_c = 0$ 。故储能元件的输入和输出之间的函数关系可表示为

$$y(t) = H(f[t_0, t]) \quad (1-3)$$

上式说明,为了确定在某一瞬时 t 的输出值,需要知道在区间 $[t_0, t]$ 的全部输入值 $f[t_0, t]$ 。因此,储能元件又可称为记忆元件,非储能元件又可称为无记忆元件。

要用上式表达有记忆元件的网络特性是有困难的,因为 t_0 可以有无限多值,即我们并不确切知道网络受到输入作用的历史从何时开始。一般网络中,既含有记忆元件,又含有无记忆元件。为了表示它们在任何瞬时的特性,我们可以将网络划分为有记忆和无记忆两个部分,并使得有记忆部分的输出在任一瞬时的值能够完全确定网络在该瞬时以后的输入-输出特性。具有上述特性的有记忆部分的输出量称为网络的状态变量,如此构成的模型称为网络的状态模型。

无论是有记忆或是无记忆网络,都可以将其特性用类似如图1-1所绘的框图表示,框中注的符号代表网络函数,它表示输出与输入之间的关系。

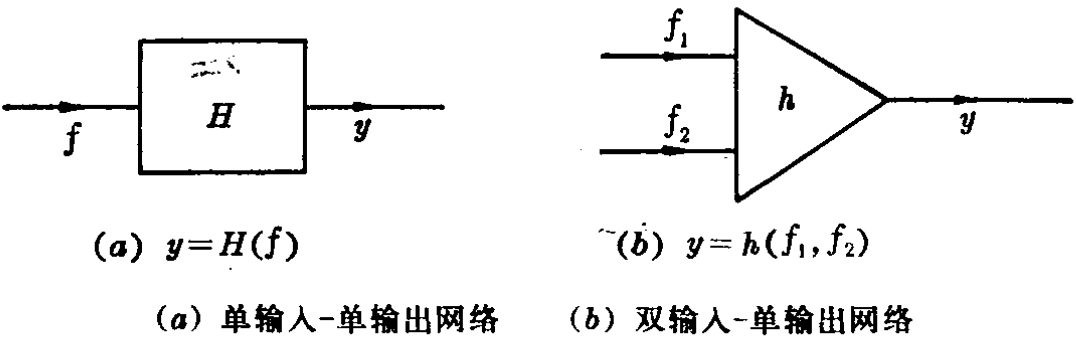


图 1-1 网络特性的框图表示法

图 1-2 所示框图是网络状态模型的一般形式。其中 f 是输入量, y 是输出量, x 是状态变量, m 称为状态修正量。无记忆部分各量之间的函数关系是

$$m = h(f, x) \tag{1-4}$$

$$y = g(f, x) \tag{1-5}$$

有记忆部分的函数关系是

$$x(t) = H(m[t_0, t]) \tag{1-6}$$

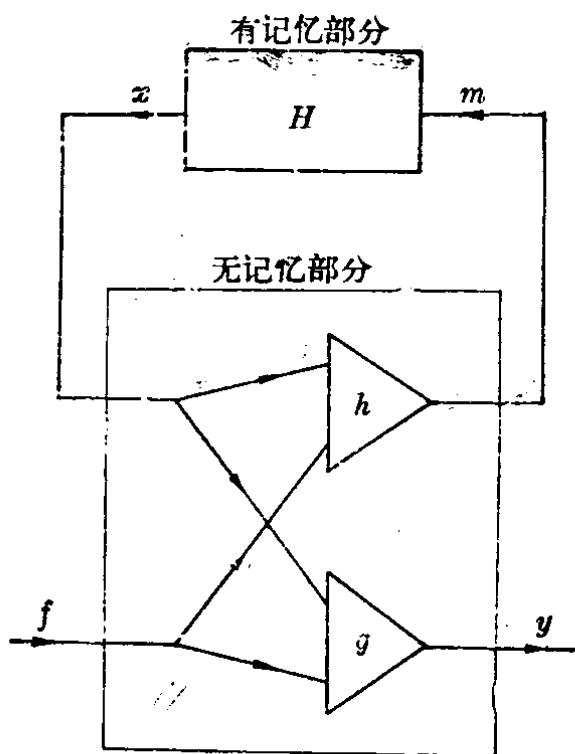


图 1-2 状态模型框图

而且它必须满足下式

$$x(t_0) = x_0 \quad (1-7)$$

x_0 称为网络的初始状态, 简称初态。

上列诸式中:

h 是将状态修正量 m 表为输入 f 和状态变量 x 的函数;

g 是将输出 y 表为输入 f 和状态变量 x 的函数;

H 与 h 和 g 不同, 它是初始状态 x_0 和状态修正量在区间 $[t_0, t]$ 的值 $m[t_0, t]$ 的泛函数, $t > t_0$ 。

由于 H 具有以上性质, 就使得我们有可能根据在 $t = t_0$ 的初态 x_0 和在区间 $[t_0, t]$ 的输入 $f[t_0, t]$ 来决定在 $t \geq t_0$ 时的输出 $y(t)$ 。

例如在图 1-3 所示简单一阶网络中, 设电压源电动势 e 为输入量, 电流 i 为输出量。将原电路用等效电压源(戴维宁)定理变

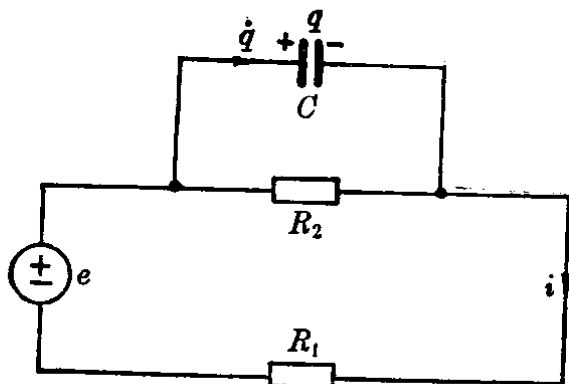


图 1-3 简单一阶网络

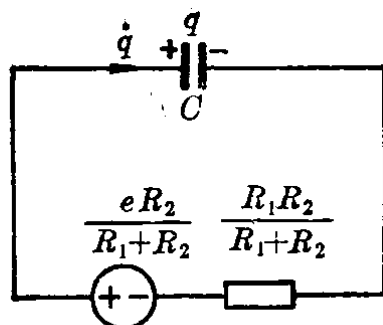


图 1-4 图 1-3 的等效电路

换后(图 1-4), 就不难写出电容电流

$$\dot{q} = \left(\frac{eR_2}{R_1 + R_2} - \frac{q}{C} \right) / \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{e}{R_1} - \frac{q}{C} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

于是得输出电流

$$i = \dot{q} + \frac{q}{R_2 C} = \frac{e}{R_1} - \frac{q}{CR_1} = g(e, q) \quad (1-8)$$

如果我们能够知道在某一瞬时 t_0 的电荷 $q(t_0) = q_0$, 就可以计算在 $t > t_0$ 时的电荷

$$q = q(t_0) + \int_{t_0}^t \dot{q} d\tau = q_0 + \int_{t_0}^t m(\tau) d\tau = H(m[t_0, t]) \quad (1-9a)$$

其中

$$m = \dot{q} \quad (1-9b)$$

试将式(1-9)和式(1-3)加以比较, 就可以看出, 由于知道了在 $t = t_0$ 时的电容电荷 q_0 , 我们只要再知道在区间 $[t_0, t]$ 的输入函数 $e(\tau)$, $t_0 \leq \tau \leq t$, 便可以决定在这一区间电荷 $q(\tau)$ 的变化, 因而也就可以由式(1-8)求出电流 i 的变化, 而不再需要知道在 $t_0 \geq \tau \geq -\infty$ 区间输入 e 和电荷 q 变化的情况。因此, 我们可以将电容电荷 q 作为图 1-3 所示简单一阶网络的状态变量, $q_0 = q(t_0)$ 就是该网络的初始状态。已知初始状态 q_0 和在 $t \geq t_0$ 区间的输入函数 $e(t)$, 就可以决定网络在该区间的状态 q 以及输出 i 。

网络中的变量, 包括输入量、输出量、状态变量和状态修正量,

都可以不只一个。在一般情况下，每一状态变量与一记忆元件有关，状态修正量的数目和状态变量的数目相等。图 1-5 表示一个

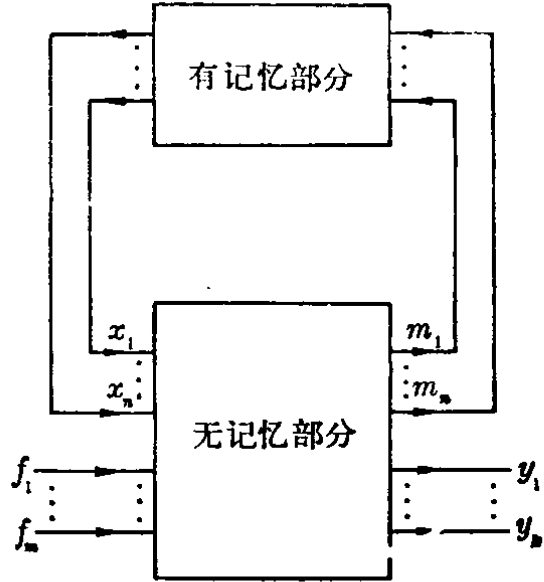


图 1-5 多变量网络的状态模型

具有 m 个输入、 k 个输出、 n 个状态变量和 n 个状态修正量的多变量网络的状态模型。在建立状态模型时，应使状态变量的数目为最小。因此，网络的状态变量就是这样一组数目为最小的量的集合：只要知道在某一时刻 t_0 的状态变量 $x_1(t_0)$ 、 $x_2(t_0)$ 、 $\cdots$ 、 $x_n(t_0)$ ，和在 $t \geq t_0$ 区间网络的输入量 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 、 $\cdots$ 、 $f_m(t)$ ，就可以完全确定在 $t \geq t_0$ 区间网络的状态变量 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 、 $\cdots$ 、 $x_n(t)$ ，和其它我们所要求的输出量 $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$ 、 $\cdots$ 、 $y_k(t)$ 。换句话说，状态变量概括了为预测网络未来的特性而必须知道的有关网络过去状况的信息。

在网络分析中，可以选择电容电压或电荷、电感电流或磁通链作为状态变量。在一般情况下，状态变量的数目就等于网络中电感和电容的数目之和。

§ 1-3 网络的状态方程和输出方程

一般对网络进行分析时，先根据克希霍夫电流定律和电压定

律, 以及各无源元件的伏安特性, 列出一组独立的多变量微分方程。经过消去运算, 得到某一个变量的高阶微分方程

$$\begin{aligned} & \{D^n + \alpha_{n-1}D^{n-1} + \cdots + \alpha_1D + \alpha_0\}y(t) \\ & = \{\beta_nD^n + \beta_{n-1}D^{n-1} + \cdots + \beta_1D + \beta_0\}f(t) \end{aligned} \quad (1-10)$$

式中

$$D^k \triangleq \frac{d^k}{dt^k} \quad k=1, 2, \cdots, n$$

对于线性不随时变网络, 系数 α_i 和 β_j 都是常数, $i=0, 1, \cdots, n-1$, $j=0, 1, \cdots, n$ 。微分方程的阶数 n , 一般等于网络的储能元件数 (在特殊情况下可以低于此数, 参看邱关源主编《电工基础》上册, 12-8 节)。用解微分方程的经典方法或者拉普拉斯变换法解式 (1-10), 就得到所求的解 (输出)。此式中只考虑了一个激励源 (输入) 作用的情况。如果有一个以上的激励源同时作用, 对于线性电路可以用迭加定理先求出每一激励源单独作用时的解, 然后相加得全部激励同时作用时的解。

用状态变量法进行网络分析时, 对原网络微分方程进行整理后, 要求得出两组联立方程:

1. 一组表示状态变量与输入量之间的关系的微分方程, 称为状态方程, 其中每一个方程含有一个状态变量的一阶导数项;
2. 一组表示输出量与状态变量和输入量之间的关系的代数方程, 称为输出方程。

状态变量分析法的主要问题就是立状态方程和解状态方程。本书第二、三、四章介绍建立状态方程的方法, 第五、六章介绍解状态方程的方法。至于输出方程, 因为是一组代数方程, 它的建立和求解都是比较容易的。

对于式 (1-10) 形式的高阶微分方程, 也可以变换为如状态方程所要求的联立一阶微分方程和代数方程, 然后进行数值计算。

令

$$x_1(t) = y(t) - b_0 f(t)$$

$$x_2(t) = Dx_1(t) - b_1 f(t) = Dy(t) - b_0 Df(t) - b_1 f(t)$$

$$x_3(t) = Dx_2(t) - b_2 f(t) = D^2 y(t) - b_0 D^2 f(t)$$

$$- b_1 Df(t) - b_2 f(t) \quad (1-11)$$

.....

$$x_n(t) = Dx_{n-1}(t) - b_{n-1} f(t) = D^{n-1} y(t) - b_0 D^{n-1} f(t)$$

$$- b_1 D^{n-2} f(t) - \dots - b_{n-2} Df(t) - b_{n-1} f(t)$$

则

$$\alpha_0 x_1(t) = \alpha_0 y(t) - b_0 \alpha_0 f(t)$$

$$\alpha_1 x_2(t) = \alpha_1 Dy(t) - b_0 \alpha_1 Df(t) - b_1 \alpha_1 f(t)$$

$$\alpha_2 x_3(t) = \alpha_2 D^2 y(t) - b_0 \alpha_2 D^2 f(t) - b_1 \alpha_2 Df(t) - b_2 \alpha_2 f(t)$$

.....

$$\alpha_{n-1} x_n(t) = \alpha_{n-1} D^{n-1} y(t) - b_0 \alpha_{n-1} D^{n-1} f(t)$$

$$- b_1 \alpha_{n-1} D^{n-2} f(t) - \dots - b_{n-2} \alpha_{n-1} Df(t) - b_{n-1} \alpha_{n-1} f(t)$$

$$\frac{d}{dt} x_n(t) = D^n y(t) - (b_0 D^n + b_1 D^{n-1} + \dots + b_{n-2} D^2 + b_{n-1} D) f(t)$$

于是

$$\frac{d}{dt} x_n(t) + \alpha_0 x_1(t) + \alpha_1 x_2(t) + \alpha_2 x_3(t) + \dots + \alpha_{n-1} x_n(t)$$

$$= (D^n + \alpha_{n-1} D^{n-1} + \dots + \alpha_2 D^2 + \alpha_1 D + \alpha_0) y(t)$$

$$- b_0 D^n f(t) - (b_1 + b_0 \alpha_{n-1}) D^{n-1} f(t) - \dots$$

$$- (b_{n-1} + b_0 \alpha_1 + b_1 \alpha_2 + \dots + b_{n-2} \alpha_{n-1}) Df(t)$$

$$- (b_n + b_0 \alpha_0 + b_1 \alpha_1 + b_2 \alpha_2 + \dots + b_{n-1} \alpha_{n-1}) f(t) + b_n f(t)$$

再令

$$\beta_n = b_0$$

$$\beta_{n-1} = b_1 + b_0 \alpha_{n-1}$$

$$\dots\dots\dots (1-12)$$

$$\beta_1 = b_{n-1} + b_0 \alpha_1 + b_1 \alpha_2 + \dots + b_{n-2} \alpha_{n-1}$$

$$\beta_0 = b_n + b_0 \alpha_0 + b_1 \alpha_1 + b_2 \alpha_2 + \dots + b_{n-1} \alpha_{n-1}$$

则

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt}x_n(t) + \alpha_0 x_1(t) + \alpha_1 x_2(t) + \alpha_2 x_3(t) + \dots + \alpha_{n-1} x_n(t) \\ &= (D^n + \alpha_{n-1} D^{n-1} + \dots + \alpha_2 D^2 + \alpha_1 D + \alpha_0) y(t) \\ &\quad - (\beta_n D^n + \beta_{n-1} D^{n-1} + \dots + \beta_1 D + \beta_0) f(t) + b_n f(t) \end{aligned}$$

将式(1-10)代入上式, 移项后得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x_n(t) &= -\alpha_0 x_1(t) - \alpha_1 x_2(t) - \alpha_2 x_3(t) - \dots - \alpha_{n-1} x_n(t) \\ &\quad + b_n f(t) \end{aligned} \quad (1-13a)$$

将式(1-11)改写如下

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x_1(t) &= x_2(t) + b_1 f(t) \\ \frac{d}{dt}x_2(t) &= x_3(t) + b_2 f(t) \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{d}{dt}x_{n-1}(t) &= x_n(t) + b_{n-1} f(t) \end{aligned} \quad (1-13b)$$

以及

$$y(t) = x_1(t) + b_0 f(t) \quad (1-14)$$

式(1-13b)和(1-13a)就是状态方程组的标准形式, 用矩阵表示

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \dots & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} +$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ b_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \underbrace{f(t)}_{f(t)} \quad (1-15)$$

式中常数 $b_1, b_2, \dots, b_{n-1}, b_n$ 可以借解联立方程(式(1-12))求出。

输出方程(式(1-14))也可以用矩阵形式表示

$$\underbrace{y(t)}_{y(t)} = \underbrace{[1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]}_{\mathbf{c}'} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\beta_n}_{d} \underbrace{f(t)}_{f(t)} \quad (1-16)$$

由状态变量 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_{n-1}(t), x_n(t)$ 组成的列阵 $\mathbf{x}(t)$ 称为状态矢量。 $\mathbf{A}$ 是一 $n \times n$ 方阵, $\mathbf{b}$ 是一列阵, $\mathbf{c}'$ 是列阵 $\mathbf{c}$ 的转置矩阵, $\mathbf{b}$ 和 $\mathbf{c}$ 的维数都是 $n \times 1$ 。

如果在式(1-10)中, $\beta_n = 0, \beta_{n-1} \neq 0$, 则可改令

$$y(t) = (\beta_{n-1} D^{n-1} + \dots + \beta_1 D + \beta_0) y_1(t)$$

$$x_1(t) = y_1(t)$$

$$x_2(t) = D y_1(t)$$

$$x_3(t) = D^2 y_1(t)$$

.....

$$x_n(t) = D^{n-1} y_1(t)$$

于是得状态方程的矩阵形式为

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \cdots & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \underbrace{f(t)}_{f(t)} \quad (1-17)$$

输出方程为

$$\underbrace{y(t)}_{y(t)} = \underbrace{[\beta_0 \ \beta_1 \ \cdots \ \beta_{n-2} \ \beta_{n-1}]}_{\mathbf{c}'} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{0}_{\mathbf{d}} \underbrace{f(t)}_{f(t)} \quad (1-18)$$

如果网络中共有 m 个激励(输入) $f_1(t), f_2(t), \dots, f_m(t)$, 和 k 个输出 $y_1(t), y_2(t), \dots, y_k(t)$, 则线性不随时变网络的状态方程和输出方程具有如下形式(状态变量数仍设为 n)

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} +$$