

职工大学教材



# 测试技术基础

河海大学机械学院 何自强 主编



## 内 容 提 要

本书是机械类职工大学“测试技术基础”课程的教材, 主要介绍测试技术的基本理论和应用技术。全书共分信号及其描述、测量装置的基本特性、应变与力的测量、压力与流量测量、振动测量、噪声测量、温度测量、记录仪器、信号分析等九章。各章均附有习题。本书除用作教材外, 对机电行业的技术工人和工程技术人员也可作参考书使用。

职工大学教材  
测试技术基础  
渤海大学机械学院 何自强 主编

\*

水利电力出版社出版

(北京三里河路 6 号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

\*

787×1092毫米 16开本 14.75印张 331千字

1990年6月第一版 1990年6月北京第一次印刷

印数 0001— 3210 册

ISBN 7-120-01019-0/TH·11

定价 6.15 元

## 前 言

本书是根据水利电力部部属职工大学教材建设规划,在热动力机械专业协作组的组织指导下,联合三个院校的有关教师编写成的。

鉴于成人教育的针对性强,而且测试技术课又具有实践性强的特点,本书在内容编排上对测试技术的基本理论的介绍采取突出重点、分散难点的做法,在第一、二章讲述了确定性信号的描述及线性测量系统的静、动态特性,而将随机信号及动态测量数据处理的基础知识全部放在第九章。从第三章到第七章是关于机械工程中常见的应变与力、压力与流量、振动与噪声、温度等参量的测量。这个应用部分占据本书的主要篇幅。对每个参量的测量都力求从传感器、关联电路、测试装置以及标定方法逐项作扼要的叙述。以便使学生对各个参量测量有较全面概括的认识,能在实践中应用所学知识进行测试工作。在第八章记录仪中着重介绍了光线示波器及磁带记录仪,它为信号分析提供了信息源。可以认为,本书的内容编排贯穿着一条与测试过程顺序一致的主线。

本书在阐述测试理论与应用时,都强调阐明基本概念和基本规律。介绍数学公式时重物理意义而不重其推导;介绍测量电路与测量仪器时重工作原理而不重其具体元器件的结构组成。在文字叙述上也力求简洁,尽可能压缩篇幅,使学生不致因测试技术教材内容庞杂而不得要领。各章末均附有一些习题,以图促进学生思考,巩固所学的基本知识。全书共九章,拟用42学时讲授完。实验课时应另行安排。根据专业要求及课内讲授学时的差别,对各章内容可作适当取舍。特别是第三章至第八章的内容各有一定的独立性,讲授时可灵活选择。

本书作为测试技术的入门,除可用作大专院校机类专业测试技术课程教材外,还可供机械工程技术人員参考。

本书由河海大学机械学院何自强副教授主编。参加编写的有何自强(绪言、第一、二、九章),葛洲坝水电工程学院施仲光(第四、五、七章),富春江职工大学梁贺志(第六、八章),河海大学机械学院胡友安(第三章)。

华中理工大学卢文祥副教授最先对本书的编写提纲提出了宝贵的意见,随后又详细审阅了全书,编者在此对他致以谢意。

由于编者水平有限,各自又都担负着教学工作,共同切磋受地域和时间所限,书中错误与疏漏之处在所难免,敬希读者批评指正。

编者

1989年夏

# 目 录

## 前 言

|                    |    |
|--------------------|----|
| 绪 论                | 1  |
| 第一章 信号及其描述         | 4  |
| 第一节 信号的分类          | 4  |
| 第二节 简单周期信号         | 5  |
| 第三节 复杂周期信号         | 8  |
| 第四节 瞬变信号           | 16 |
| 习题                 | 24 |
| 第二章 测量装置的基本特性      | 26 |
| 第一节 线性测量装置         | 26 |
| 第二节 测量装置的静态特性      | 29 |
| 第三节 测量装置动态特性的分析方法  | 33 |
| 第四节 一阶装置的动态特性      | 37 |
| 第五节 二阶装置的动态特性      | 40 |
| 第六节 实现测量装置不失真输出的条件 | 45 |
| 第七节 动态特性参数的测试方法    | 48 |
| 第八节 测量装置的选择原则      | 50 |
| 习题                 | 51 |
| 第三章 应变与力的测量        | 54 |
| 第一节 应变片的变换原理       | 54 |
| 第二节 测量电桥的工作原理      | 60 |
| 第三节 应变仪            | 67 |
| 第四节 应变测量的测点布置      | 70 |
| 第五节 电阻应变式测力仪       | 72 |
| 第六节 压电式测力传感器       | 76 |
| 第七节 测力传感器的工程应用和标定  | 79 |
| 第八节 扭矩的测量          | 81 |
| 第九节 光电式相位差扭矩测量仪    | 84 |
| 习题                 | 85 |
| 第四章 压力与流量测量        | 89 |
| 第一节 压力测量原理         | 89 |
| 第二节 压力传感器          | 91 |
| 第三节 差动变压器式差压力计     | 94 |
| 第四节 电容式压力传感器       | 97 |

|     |               |     |
|-----|---------------|-----|
| 第五节 | 压力测量仪表的标定     | 103 |
| 第六节 | 流量测量原理及流量计    | 105 |
| 第七节 | 流量计的静态标定      | 111 |
| 习题  |               | 112 |
| 第五章 | 振动测量          | 114 |
| 第一节 | 概述            | 114 |
| 第二节 | 振动传感器         | 116 |
| 第三节 | 压电式加速度计       | 120 |
| 第四节 | 光纤加速度传感器      | 129 |
| 第五节 | 涡流式测振传感器      | 132 |
| 第六节 | 振动测量系统        | 135 |
| 第七节 | 振动传感器的校准      | 139 |
| 第八节 | 机械阻抗的测量       | 142 |
| 习题  |               | 148 |
| 第六章 | 噪声测量          | 149 |
| 第一节 | 概述            | 149 |
| 第二节 | 噪声的物理量度       | 149 |
| 第三节 | 噪声频谱          | 151 |
| 第四节 | 噪声的复合         | 153 |
| 第五节 | 噪声的主观量度       | 154 |
| 第六节 | 噪声标准          | 156 |
| 第七节 | 常用噪声测量仪器      | 157 |
| 第八节 | 噪声的现场测量       | 161 |
| 习题  |               | 164 |
| 第七章 | 温度测量          | 166 |
| 第一节 | 温度的测量方法       | 166 |
| 第二节 | 接触式测温法        | 167 |
| 第三节 | 热电偶测温法        | 170 |
| 第四节 | 非接触式测温法       | 175 |
| 习题  |               | 177 |
| 第八章 | 记录仪器          | 179 |
| 第一节 | 记录仪器的类型       | 179 |
| 第二节 | 笔式记录仪         | 179 |
| 第三节 | 光线示波器         | 183 |
| 第四节 | 磁带记录仪的特点和工作原理 | 189 |
| 第五节 | 磁带记录仪的主要性能和使用 | 194 |
| 习题  |               | 198 |
| 第九章 | 信号分析          | 200 |
| 第一节 | 动态测试数据的统计特征   | 200 |
| 第二节 | 信号分析的内容和方法    | 207 |

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| 第三节 相关分析 .....           | 208 |
| 第四节 功率谱分析 .....          | 212 |
| 第五节 信号的数字处理 .....        | 217 |
| 第六节 有限离散傅立叶变换(DFT) ..... | 222 |
| 第七节 数字信号分析仪 .....        | 225 |
| 习题 .....                 | 227 |

---

# 绪 论

## 一、测试技术的重要作用及其发展方向

我国的机械工业正向着机电一体化的道路迈进。所谓机电一体化或机电仪一体化,是在机械技术与微电子技术融合的基础上,再把仪表技术(主要是传感器技术)渗透进去。这就带动了测试技术的应用及发展。70年代后期出现了第二代工业机器人,它大体包括四个主要部分:精密机械、传感器、微型计算机、软件。显然,对提高机器人的智能化程度,测试技术起着关键的作用。因此,科学技术的发展与测试技术的发展是息息相关的。利用先进的测试技术,是科学技术现代化的重要标志之一,也是科学技术进步的必不可少的条件。

例如在机械制造业中,通过切削力测试,可以研究金属切削机理,为制定切削用量,设计机床及夹具提供必要的参数,也可以评定刀架结构和刀具材料的优劣。在动力工程中,为保证大型汽轮发电机组的可靠运行,必须对其主轴进行振动监测,在超过允许值时报警。在动力机械的改进设计中,对主轴、转子、叶片等作强度、刚度分析,也需利用测试手段获得应变、位移、振型以及其他结构动力参数,作为设计的依据。在工程机械的研制中,要对样机进行研究性试验、性能鉴定性试验、可靠性与耐久性试验。这些试验或者在使用现场进行,或者在实验室台架上进行,都要求有完善的动态测试系统。例如工程机械测试车,配备有各种传感器及测试仪,有磁带记录仪及频谱分析仪等信号分析装置,还备有专用的交、直流稳压电源。由上述可见,测试技术在各行各业中的作用日益突出。可以设想,如果没有工艺流程数据的测试与采集,就无法实现生产过程自动化;没有准确无误的状态监测,就不可能保证设备可靠地运行。

当前测试技术正向着数字化、智能化、自动化、实时化的方向发展。由于信号的数字处理技术日臻完善,数字测量将大量地取代模拟测量,例如各种数显仪表已经普遍地使用。微处理器在测试技术中的应用,推动着测试手段智能化、自动化。带有微处理器的智能仪表,是一种可自动控制的数字仪表。它利用微处理器的逻辑功能和控制功能,可进行自动测量、自动调节、自诊故障;它利用微处理器的数据处理功能,可作测量误差校正、数据变换和实验曲线拟合。当前的计算机辅助测试(CAT),大大提高了测量精度和试验工作效率。国内外在采用标准接口把测试仪器和计算机连成自动测试系统方面,已有很多成功的实例。特别是在航天工程的大型自动测试系统中,在信号的遥感遥测方面,在信号的实时分析方面,都处于领先的地位。目前,依靠计算机的专用硬件和软件,已能满足现场测量实时分析解决工程问题的需要。

## 二、非电量的电测法

测试工作是为了获取有关研究对象的状态、运动和特征等方面的信息。信息总是通过某些物理量的形式表现出来的。例如机械强度的信息可以由应变这个物理量来表现;旋转

机械转轴的质量不平衡信息可以由轴或轴承座的振动位移、速度、加速度反映出来。这些物理量就是被测试的信号。

工程中的被测信号，一部分是电量，如电流、电压、电功率等，而更多的是非电量，例如机械量（位移、速度、加速度、力、转矩、应变等），热工量（压力、温度、流量等），化工量（浓度、酸碱度等）。

如果被测试的信号不随时间变化，或者相对于测试时间而言，其变化非常缓慢，则这种信号称为静态信号。对静态信号的间断测量称为静态测量。例如用千分尺测量轴的直径，可分别对轴的不同位置进行多次测量；用百分表测量圆柱工件的径向跳动量时，用手拨动车床卡盘，卡盘上的工件间歇地缓慢地转动，百分表表针示值作缓慢地变动，这些测量方式都是静态测量。如果被测试信号随时间变化较快，则这种信号称为动态信号。对动态信号的连续测量称为动态测量。例如挖掘机在进行作业时，动臂的应变就是动态信号，应该用动态应变仪而不是用静态应变仪来测量。为得到应变随时时间变化的时域信号，就要用光线示波器或磁带记录仪来记录。在互换性与量测技术课程中研究静态测量，在测试技术课程中，则主要研究动态测量。

对非电量测量的方法，有机械测量法，光学测量法，电学测量法等。电测法是把被测信号（非电量）转换为电信号而进行测量的方法，目前应用最多。因此，测试技术课程的主要任务就是研究非电量动态信号的电测法。电测法的主要优点是：

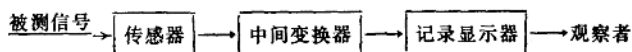
（1）电测法把非电量转换为电量后进行测量，通过电量放大器可将被测信号放大很多倍，因而灵敏度高，可测量极微小的量。又通过电量衰减器，可获得很宽的测量范围。

（2）电测装置有很小的惯性，因此其工作频率范围比机械式仪表宽得多，不仅能测量静态信号，更适宜测量变化迅速的动态信号。

（3）非电量变为电量后，容易传输和控制，因而能提高测量精度，便于实现测量、记录和数据处理自动化。在自动化生产过程中，便于通过反馈去控制和调整生产过程。

### 三、测试技术课程的教学内容和基本要求

对任一物理量的测量，测量系统通常都由三部分组成，如下面框图所示：



第一部分是传感器，它实现非电量转换为电量的过程。传感器处于测量系统的第一个环节，也称为一次仪表。第二部分是中间变换器，它将微弱的电信号进行滤波、放大、调制等处理，或根据测量要求对信号进行分析和运算，因而常由特定的测量电路构成专用仪表，称为二次仪表。第三部分是记录显示器，它将有信息记录下来或显示出来，直接提供给观察者使用；或者先用记录仪将信号记录下来，然后配合分析仪进行信号分析，从而得到所需的数据结果。例如用磁带记录仪记录下机床加工时床身的振动信号，然后将该信号输入结构动态特性分析仪，便可分析得到振动的固有频率、振型等。

要正确地完成对一个物理量的测试，首先要深入了解代表该物理量的信号特征。不同的信号特征，有不同的描述方法。在测试技术的基础理论中，首先要阐明的问题就是信号

及其描述。其次,对不同特征的信号进行测量,要选择合适的测量仪表,这些仪表(统称为测量装置)的静态特性和动态特性,应能满足测量精度的要求。例如工作频率范围在低频段的振动测量仪,可以测量一般机械的稳态简谐振动,如用来测量冲击振动,其信号为非周期的瞬变信号,含有较多的高频成分,就不可能得到正确的结果。因此,测试理论要阐明的第二个问题是关于测量装置的基本特性。掌握了这方面的知识,才能正确地选用测量仪器。我们也会明白,为什么不能用百分表测量动态位移,为什么用热电偶测量温度时不应立即读数,过多长时间后读数才是可靠的,读数误差有多大。测试理论要阐明的第三个问题是信号分析及数据处理。测试装置输出的信号,其中包含有用信号及干扰信号。噪声干扰的来源可能是由于测量装置的不完善,或者被测系统中有其他的输入源。噪声干扰可能“污染”甚至“淹没”有用信号,此时信号的信噪比很低,必须对信号进行分析处理,才能提取出有用信号,获得可靠的数据。

测试技术是一门技术基础课。课程的学习目的是使我们能较正确地选用测试装置,组成测试系统,并初步掌握进行动态测试所需要的基本知识和技能,为进行专业方面的实测打下基础。测试技术课程的教学内容可分为理论部分和应用部分。理论部分包括信号及其描述,测量装置的基本特性,数据处理等章。应用部分包括应变测量,力与扭矩测量,振动测量,噪声测量,压力与流量测量等几种常见的物理量的动态测试。本课程的基本要求如下:

- (1) 掌握信号的时域和频域的描述方法,建立明确的信号频谱概念;
- (2) 掌握一阶、二阶测量装置的静、动态特性参数,理解信号不失真输出的条件;
- (3) 对常用传感器工作原理及其关联电路有清楚的认识,并能较正确地选用传感器;
- (4) 对应变、力、位移、振动、噪声、压力、温度等参量的动态测试问题有较清晰的概念,并能初步运用于工程实际测试中;
- (5) 了解信号分析的基本概念及动态测试数据的处理方法。

测试技术课程的特点是多学科交叉和渗透,而且实践性强。在学习本课程之前,学生应具有微积分、微分方程、积分变换、概率统计的基础知识;应具有模拟电子与数字电子技术的基本知识;应具有测量和实验技术的基本概念。在学习过程中,要理论联系实际,通过参加必要的实验训练自己解决问题的能力,这样才能掌握测试技术的基本内容,做到学以致用。

# 第一章 信号及其描述

## 第一节 信号 的 分 类

在对工件进行回火热处理时,要事先规定工件在炉内的加热过程,其温度随时间的变化曲线如图1-1所示。为控制加热过程,对炉膛温度用热电偶测温装置进行监测。这时热电偶输出的电信号随时间变化的规律以及记录仪录下的曲线和图1-1所示曲线是相似的。我们把这种反映被测物理量连续变化的有用信息称为模拟信号。模拟信号的幅值通常用时间的连续函数来描述,故又称为连续信号。进行模拟信号测量及其数据处理,就是要得到正确表征模拟信号的函数、信号波形、特征量数据。模拟信号可以直接用表头指示、纸带记录或屏幕显示,读取方式简便、直观。模拟信号经过功率放大,可以推动控制系统执行元件进行生产过程控制。

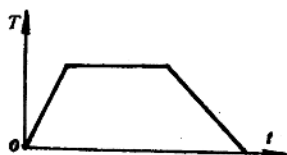


图 1-1 温度-时间曲线

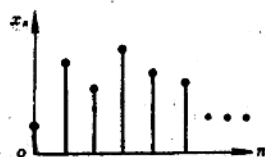


图 1-2 数字信号的离散图线

但是,要进一步提高测量或控制的精度,就必须通过模数转换装置把模拟信号转换为数字信号。数字信号又称为离散信号,它的幅值与时间关系用离散的数字序列来描述或以离散图线表示(图1-2)。数字信号用数字显示,大大提高了读取数据的精确度,也便于将读数输入电子计算机进行数据处理。由于测试技术日趋数字化,今后将越来越多地采用数字信号测量和数字信号处理。然而,根据学习上循序渐进的原则,又考虑到目前在生产上仍在广泛地采用模拟信号测量,所以本课程将以研究模拟信号为主。

按照描述信号的数学方法不同,又可以把信号分为确定性信号和随机信号(非确定性信号)两大类。确定性信号是指能够用明确的数学关系式来描述的信号。例如简谐振动的位移信号,可以用正弦函数描述:

$$x(t) = A \sin \omega t$$

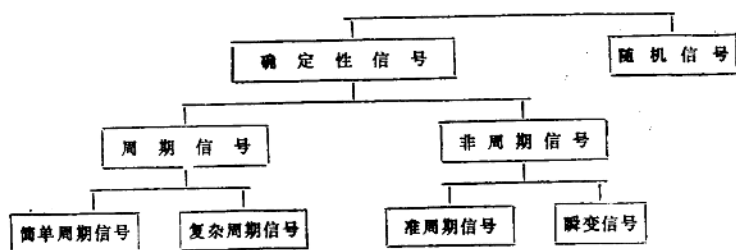
式中  $A$ ——振幅, cm;

$\omega$ ——圆频率, 亦称角频率, rad/s。

随机信号是指不能用特定的数学关系式或图形来描述,仅能用概率统计方法估计的信号。例如车辆在不平路面上行驶,车厢颠簸的振动信号就属于随机信号。随机信号的幅值变化没有规律,在实验室无法重复产生同样的信号。在实践上要判别信号是否属于确定性信号,可以通过实验看能否重复多次获得相同信号(在实验误差范围内),如能重复产

生, 则该信号可认为是确定性的; 否则就是随机的。

本章着重研究确定性信号。确定性信号又可分为周期信号和非周期信号。周期信号有简单和复杂两种; 非周期信号有准周期信号与瞬变信号两种。分类情况如下示:



上述各种信号的波形如图1-3所示。可以看到, 周期信号的波形能周期地重复出现, 非周期信号的波形则无重复性, 而随机信号的波形则完全没有规律地变化。

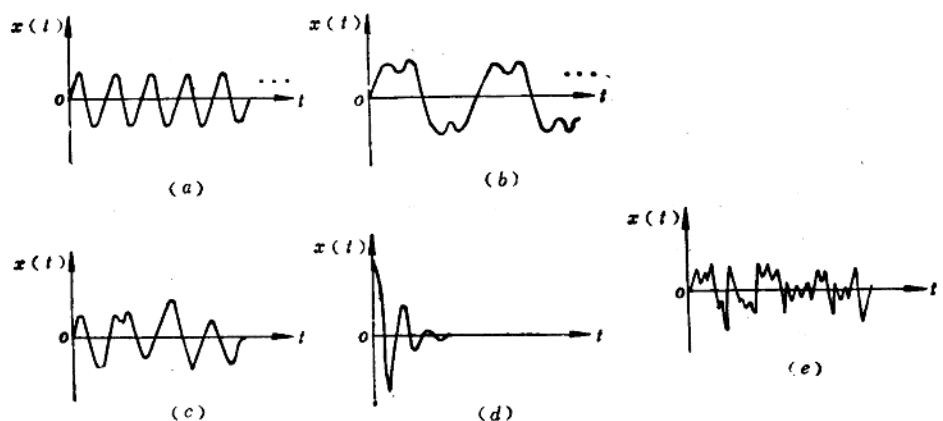


图 1-3 各种信号的波形图

(a) 正弦信号; (b) 复杂周期信号; (c) 准周期信号; (d) 瞬变信号; (e) 随机信号

## 第二节 简单周期信号

简单周期信号的数学表达式是正、余弦函数, 故又称为正弦信号。通常写成如下形式:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (1-1)$$

它是时间的连续函数, 其函数曲线如图1-4(a)所示。这种描述方式就是信号的时域描述, 它反映了信号随时间变化的规律。

为了明确信号的频率结构和各频率成分的强弱(幅值大小以及相位关系), 还要对信号进行频域描述, 即所谓频谱分析。信号的时域描述用时间轴为横坐标轴; 信号的频域描述则用频率轴为横坐标轴。频域描述时分别画出幅值-频率图和相位-频率图。前者称为幅值

频谱, 简称为幅谱或频谱; 后者称为相位频谱, 简称相谱。正弦信号的幅谱和相谱如图 1-4 (b) 所示。

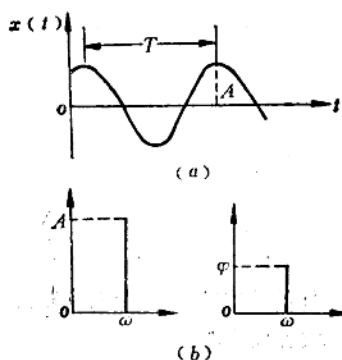


图 1-4 正弦信号的时域、频域描述  
(a) 时域; (b) 频域

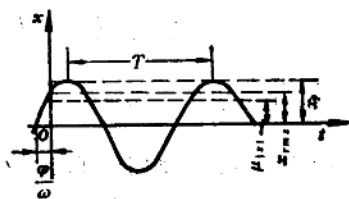


图 1-5 周期信号的强度表示

由正弦信号的时域描述及频域描述可见, 正弦信号的特点是: 幅值不变 (等幅), 频率单一, 随时间简谐变化 (谐波)。

周期信号的数据可用三个特征量表示:

#### 1. 周期信号的强度

这个特征量通常取信号的幅值表示, 如图 1-5 所示。幅值是指峰值  $x_p$  或峰峰值  $x_{p-p}$ 。峰值是信号可能出现的最大瞬时值, 即:

$$x_p = |x(t)|_{\max} = A \quad (1-2)$$

峰峰值等于峰值的两倍:

$$x_{p-p} = 2x_p = 2A$$

周期信号的强度还可用均值、绝对均值、有效值、均方值表示。

周期信号的均值  $\mu_x$  是信号的静态分量 (直流分量), 其表达式为:

$$\mu_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (1-3)$$

正弦信号的直流分量  $\mu_x = 0$ 。

如果正弦信号经过全波整流, 负半波变为正半波, 此时可求得信号的绝对均值为:

$$\mu_{|x|} = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} |x(t)| dt \quad (1-4)$$

正弦信号的绝对均值与峰值关系有:  $\mu_{|x|} = \frac{2}{\pi} x_p = 0.636 x_p$ 。均值只能描述信号的静态分量, 不能反映信号的波动分量。表征信号强度最实用的是有效值, 一般电流表、电压表的示值就是有效值。有效值即是信号的均方根值, 其表达式为:

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (1-5)$$

正弦信号有:

$$x_{rms} = \frac{\sqrt{2}}{2} x_p = 0.707 x_p$$

有效值的平方称为均方值, 它表示信号的平均功率, 其表达式为:

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = x_{rms}^2 \quad (1-6)$$

对正弦信号有:

$$P_{av} = \frac{1}{2} x_p^2$$

由此可见, 正弦信号是一种功率有限信号, 但它不是能量有限信号, 即它不满足绝对可积的条件:

$$\int_0^\infty |x(t)| dt < \infty \quad (1-7)$$

所有周期信号都不满足式(1-7), 它们都不是能量有限信号, 而是功率有限信号。这一点在信号分析中应予注意。

## 2. 信号的频率

信号变化的快慢可用圆频率 $\omega$ 、频率 $f$ 、周期 $T$ 来表示。它们的关系是:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \text{ 或 } f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1-8)$$

## 3. 相位与初相位

正弦信号 $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ 的相位是 $(\omega t + \varphi)$ , 初相位是 $\varphi$ 。

对两个同频的正弦信号 $A \sin(\omega t + \varphi_1)$ 和 $B \sin(\omega t + \varphi_2)$ , 它们之间有相位差:  $(\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1$ 。

还要指出, 简单周期信号可用正弦函数表达, 也可用余弦函数表达。根据正、余弦函数的变换公式:

$$\left. \begin{aligned} \sin \omega t &= \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\ \cos \omega t &= \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ -\cos \omega t &= \cos(\omega t - \pi) = \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\ -\sin \omega t &= \sin(\omega t + \pi) = \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

可见, 余弦函数形式的简单周期信号比正弦函数形式的简单周期信号的相位超前 $\frac{\pi}{2}$ 。

### 第三节 复杂周期信号

#### 一、信号的特点

在磨床砂轮架上,电动机转子角速度 $\omega_1$ ,由于它的质量偏心产生周期激振力,使砂轮架以圆频率 $\omega_1$ 作强迫振动。同时,砂轮转动角速度 $\omega_2$ ,因其质量偏心又使砂轮架以圆频率 $\omega_2$ 作强迫振动。因此,砂轮架的振动将由上述两个振动叠加而成,振动信号为:

$$X(t) = A\sin\omega_1 t + B\sin\omega_2 t$$

可见这个信号包含两个不同频率的正弦信号,其幅值频谱应有两条谱线,如图1-6所示。这种振动信号属于复杂周期信号。

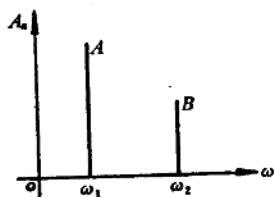


图 1-6 复杂周期信号的幅谱

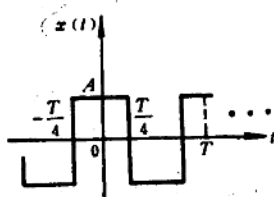


图 1-7 周期性对称方波信号

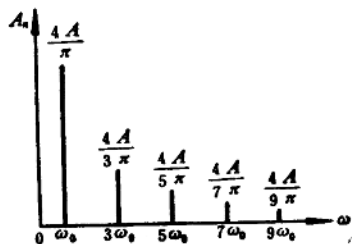


图 1-8 对称方波信号的幅谱

通常复杂周期信号由多个不同频率的正弦信号合成得到。图1-7所示的对称方波信号就是一种复杂周期信号,它的数学表达式为:

$$X(t) = \frac{4A}{\pi} \left( \cos\omega_0 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t + \dots \right)$$

上式表明,对称方波信号的时域描述是一个无穷级数,它的第一项表示基波,其圆频率 $\omega_0$ 称为基频。其余各项表示各次谐波。第二项的圆频率为 $3\omega_0$ ,是基频的三倍,则该项表示三次谐波;第三项的圆频率为 $5\omega_0$ ,是基频的五倍,表示五次谐波。对称方波各谐波成份的圆频率是基频的奇数倍,由图1-8所示的幅谱可清晰地表示出来。

复杂周期信号的特点是:①信号由基波及各次谐波叠加而成,仍具有周期性;②谐波频率为基频的整数倍;③谐波次数越高,其幅值越小。

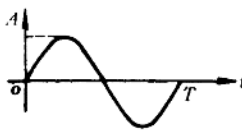
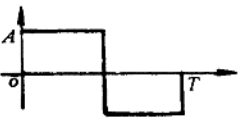
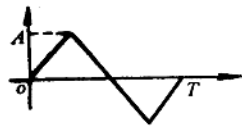
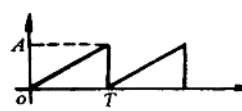
应指出,相对于谐波频率,基频有最小的频率值,但不能说频率值最小的一个圆频率就是基频。例如由三个谐波频率:60Hz、75Hz、100Hz的正弦信号叠加而成的一个复杂周期信号,其中最小频率为60Hz,但它不是基频。基频应是谐波频率的最大公约数,即 $f_0 = 5\text{Hz}$ 。这样一来,60Hz=12 $f_0$ 是十二次谐波频率;75Hz=15 $f_0$ 是十五次谐波频率;100Hz=20 $f_0$ 是二十次谐波频率。

复杂周期信号的信号强度也可用峰值、均值、有效值、均方值来表示,习惯上常用有效值表示。对不同波形的周期信号,这些值有不同的数量关系。表1-1列举了几种典型周期信号的峰值与均值、绝对值、有效值的数量关系。

在实际测量复杂周期信号的信号强度时,总是由表头示值给出有效值。值得注意的

表 1-1

典型周期信号的幅值

| 波 形 图                                                                             | $x_p$ | $\mu_x$       | $\mu_{ x }$      | $x_{rms}$            |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------|---------------|------------------|----------------------|
|  | $A$   | $0$           | $\frac{2A}{\pi}$ | $\frac{A}{\sqrt{2}}$ |
|  | $A$   | $0$           | $A$              | $A$                  |
|  | $A$   | $0$           | $\frac{A}{2}$    | $\frac{A}{\sqrt{3}}$ |
|  | $A$   | $\frac{A}{2}$ | $\frac{A}{2}$    | $\frac{A}{\sqrt{3}}$ |

是, 表头的有效值刻度, 即指针的偏转角, 将随检波电路不同而不同。有效值检波电路的输出与信号的有效值成正比; 峰值检波电路或绝对均值检波电路的输出是按正弦信号峰值、绝对均值、有效值的关系换算来刻度的。这样, 对正弦信号来说, 不管表头采用何种检波电路, 都可以得到相同的有效值读数。但如用这种表头测量方波、三角波等, 就必须根据波形修正有效值读数。

## 二、频谱分析

对复杂周期信号作频谱分析, 目的是要明确各次谐波分量的幅值和相位。这就得绘制出幅谱图和相谱图。特别要明确低次谐波的幅值、相位, 这对分析机械振动问题很有用。

复杂周期信号频谱分析的数学工具是傅立叶级数。在有限区间内, 任何周期函数 (即周期信号)  $x(t)$ , 凡满足狄里赫利条件<sup>①</sup>, 都可展成傅立叶级数。傅立叶级数的三角函数展开式如下:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (1-10)$$

式中的常数  $a_0$ 、 $a_n$ 、 $b_n$  的计算式为:

① 即函数  $x(t)$  在区间  $[0, T]$  上只有有限个极值点和第一类间断点。

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos n\omega_0 t dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin n\omega_0 t dt \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

如果  $x(t)$  是周期偶函数, 即  $x(t) = x(-t)$ , 则  $x(t)$  的傅立叶级数中  $b_n = 0$ , 因而仅有常数项  $a_0$  及余弦项。此时

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} x(t) dt \\ a_n &= \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \end{aligned}$$

例如如图1-9所示的周期性三角波信号, 其时域函数为:

$$x(t) = \begin{cases} A + \frac{2A}{T}t, & -\frac{\pi}{2} \leq t \leq 0 \\ A - \frac{2A}{T}t, & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

按偶函数的傅立叶级数求得:

$$x(t) = \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n\omega_0 t, \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

又若  $x(t)$  是周期性奇函数, 即  $x(t) = -x(-t)$ , 则  $x(t)$  的傅立叶级数中  $a_0 = a_n = 0$ , 因而仅有正弦项。此时

$$b_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt$$

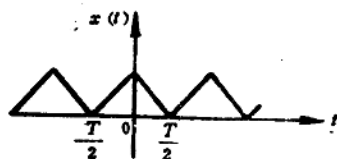


图 1-9 周期性三角波信号

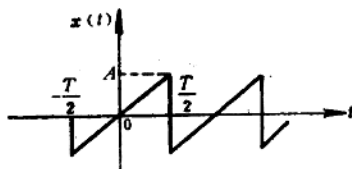


图 1-10 周期性锯齿波信号

例如如图1-10所示的周期性锯齿波信号, 其时域描述为:

$$x(t) = t, \quad -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$$

它的傅立叶级数就仅有正弦项

$$x(t) = \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin n\omega_0 t$$

【例1-1】 周期性矩形波信号的频谱分析。已知信号的时域描述为：

$$x(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq \frac{T}{4} \\ 0, & \frac{T}{4} < t < \frac{T}{2} \end{cases}$$

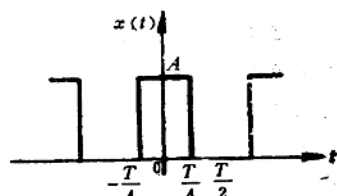


图 1-11 周期性矩形波信号

解：由图1-11可见， $x(t)$ 为周期性的偶函数，有  
 $b_n = 0$ 。

$$\text{而 } a_0 = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{4}} A dt = \frac{A}{2}$$

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{4}} A \cos n\omega_0 t dt = \frac{2A}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2}$$

$$= \frac{2A}{n\pi} (-1)^{\frac{n-1}{2}}, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (\text{注意 } T = \frac{2\pi}{\omega_0})$$

$$\text{所以 } x(t) = \frac{A}{2} + \frac{2A}{\pi} \cos \omega_0 t - \frac{2A}{3\pi} \cos 3\omega_0 t + \frac{2A}{5\pi} \cos 5\omega_0 t - \dots$$

作幅值频谱图时，各次谐波的幅值都应取正值，因此，要将含负号的各项变换为正号项，即取 $-\cos n\omega_0 t = \cos(n\omega_0 t - \pi)$ 代入上式，得：

$$x(t) = \frac{A}{2} + \frac{2A}{\pi} \cos \omega_0 t + \frac{2A}{3\pi} \cos(3\omega_0 t - \pi) + \frac{2A}{5\pi} \cos 5\omega_0 t + \dots$$

利用上式便可作出幅谱和相谱，如图1-12所示。

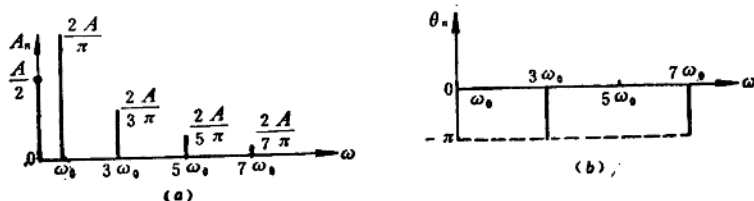


图 1-12 周期性矩形波信号的幅谱和相谱  
(a)幅谱；(b)相谱

对一般形式的周期函数，可以把傅立叶级数中同频的正、余弦项合并，这时

$$\text{令 } a_n = A_n \cos \varphi_n, \quad b_n = A_n \sin \varphi_n$$

$$\text{则 } x(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n (\cos n\omega_0 t \cos \varphi_n + \sin n\omega_0 t \sin \varphi_n)$$

$$= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t - \varphi_n) \quad (1-12)$$