

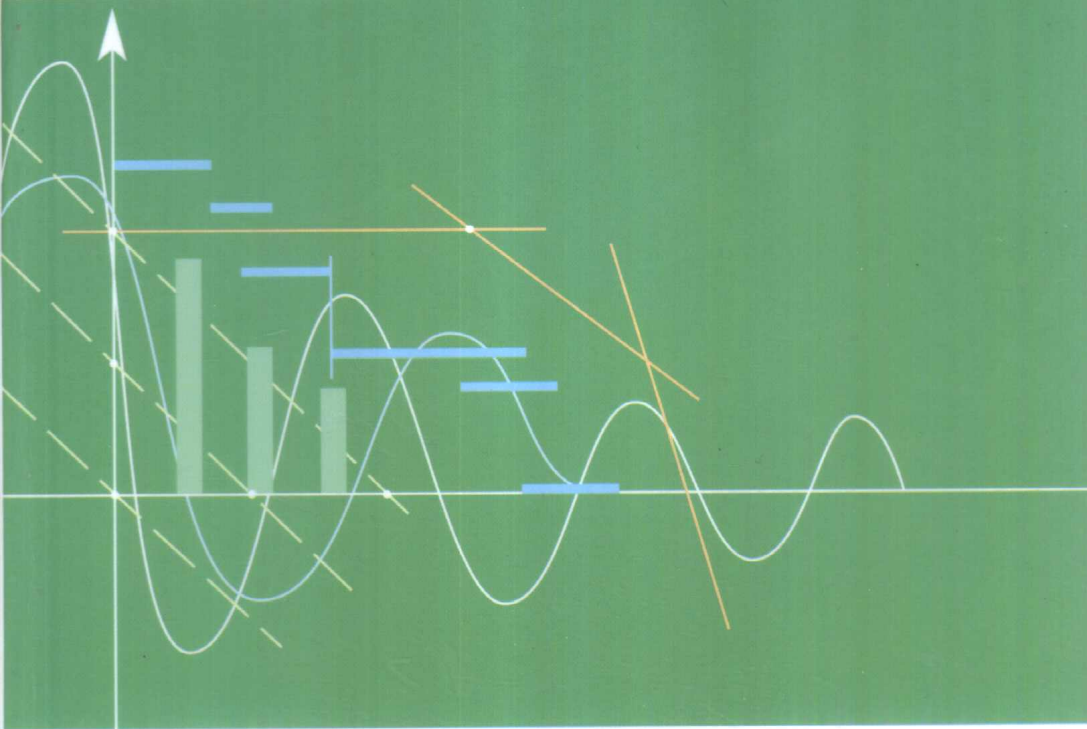
高等学校教材

运筹学导引

上 篇

刘彦佩 著

Operations Research



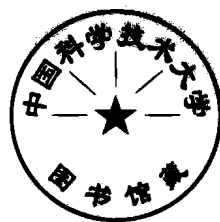
高等学校教材

运筹学导引

上 篇

刘彦佩 著

022-43
L76



北方交通大学出版社
Northern Jiaotong University Press
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书根据作者的研究经验,系统且简要地介绍了运筹学在处理确定型问题时所用的基本理论与方法.从近代数学发展的角度,打破了按问题逐一介绍的方式,综合地提炼出共性,用较短的篇幅反映尽量广泛的内容.同时,在每讲后均提供了相应的练习作为课外活动,供学生自己独立地钻研.

本书主要是面向理科,特别是数学的硕士研究生.数学高年级大学生及工科研究生也可参考使用本书的大部分内容.

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容.

版权所有,侵权必究.

图书在版编目(CIP)数据

运筹学导引. 上篇/刘彦佩著. —北京:北方交通大学出版社, 2002.5
ISBN 7-81082-037-0

I. 运… II. 刘… III. 运筹学 IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 023484 号

丛 书 名: 高等学校教材

书 名: 运筹学导引

著 作 者: 刘彦佩

责任编辑: 孙秀翠 谭文芳

特约编辑: 牛喘月

排版制作: 北京博华电子排版中心

印 刷 者: 北京瑞哲印刷厂

装 订 者: 北京瑞哲印刷厂

出版发行: 北方交通大学出版社

邮编: 100044 电话: 010-62237564 51686045

经 销: 各地新华书店

开 本: 850×1168 1/32 印张: 6.5 字数: 169 千字

版 次: 2002 年 5 月第 1 版 2002 年 5 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-81082-037-0
O·1

印 数: 1000 册 定价: 18.00 元

目 录

第 1 讲 基本常识	(1)
1.1 渊源与起因	(1)
1.2 主要特征	(3)
1.3 处理的阶段	(5)
1.4 自动化	(6)
课外活动 1	(8)
第 2 讲 模型与方法	(10)
2.1 生产系统概述	(10)
2.2 成批生产	(11)
2.3 连续生产(一)	(12)
2.4 连续生产(二)	(15)
2.5 项目生产	(19)
课外活动 2	(22)
第 3 讲 线性性与单形法	(29)
3.1 数学规划	(29)
3.2 线性规划	(30)
3.3 最优性判别	(31)
3.4 调整方法	(33)
3.5 确定始基	(35)
3.6 单形法	(36)
课外活动 3	(38)

第 4 讲 整数性与动态递推	(44)
4.1 整数规划	(44)
4.2 约化	(46)
4.3 动态递推	(48)
4.4 几种变异	(51)
课外活动 4	(54)
第 5 讲 满足性与布尔法	(60)
5.1 满足性问题	(60)
5.2 布尔函数	(61)
5.3 布尔方程	(65)
5.4 布尔优化	(69)
课外活动 5	(74)
第 6 讲 非线性与迭代法	(80)
6.1 最优与极优	(80)
6.2 梯度法	(83)
6.3 可行方向法	(87)
6.4 罚函数	(89)
6.5 总体优化	(91)
课外活动 6	(94)
第 7 讲 网络与禁用构形	(100)
7.1 网络上的运输	(100)
7.2 二部单向网络	(105)
7.3 带中转站	(110)
7.4 无容量限制	(113)
7.5 二部容量限制	(114)
7.6 一般容量限制	(116)
课外活动 7	(119)
第 8 讲 大系统与分解法	(125)

8.1 问题的形式	(125)
8.2 列生成	(127)
8.3 分解原则	(130)
8.4 分解术	(134)
8.5 一个示例	(137)
课外活动 8	(144)
第 9 讲 复杂性与演示法	(150)
9.1 何谓复杂性	(150)
9.2 多项式等价	(152)
9.3 NP-完全性	(155)
9.4 演示法原理	(157)
9.5 几点说明	(160)
课外活动 9	(162)
第 10 讲 渐近性与离合法	(171)
10.1 渐近性的提出	(171)
10.2 分离子定义	(171)
10.3 离合布局	(175)
10.4 分离子定理	(178)
10.5 复杂度分析	(182)
课外活动 10	(184)
术词索引	(192)

第 1 讲 基本常识

1.1 渊源与起因

运筹学一词来自 Operations Research, 其意为运行、操作或作战研究. 事实上, 发起于作战研究. 时至, 对德的二次世界大战中, 首先在英国(1940 年), 继之在美国(1942 年)都建立了一个由各方面专家组成的顾问组, 其任务是研究兵力配备、武器的使用、作战指挥、物资供应, 以及采取的战略与策略. 将他们的工作称为 Operational Research(英国)或 Operations Research(美国). 后来, 在美、英两国分别成立了运筹学会. 这些均可在任何一本介绍运筹学的书中查到.

然而, 今天人们, 特别是数学工作者, 只是对确定型、随机型以及模糊型的优化乃至最优化的研究. 因为现代控制论, 特别是工程控制论也是以优化, 乃至最优化为中心, 与运筹学中的动态规划有异曲同工之妙, 运筹学与控制论结下不解之缘.

从这种意义上说, 在人类文明史中很早就有了运筹的思想. 譬如, 孙臆的赛马术就是一个典型的例子. 在《史记》的第六十五卷, “孙子吴起列传第五”中有这样的记载:

忌数与齐诸公子驰逐重射. 孙子见其马足不甚相远, 马分上、中、下辈. 于是孙子谓忌曰: ‘君弟重射, 臣能令君胜.’ 田忌信然之, 与王及诸公子逐射千金. 及临质, 孙子曰: ‘今以君之下驷与彼上驷, 取君上驷与彼中驷, 取君中

驷与彼下驷。’既驰三辈毕，而田忌一不胜而再胜，卒得王千金。

这里，也指出了孙臆赛马术能用之条件‘马足不甚相远’，即不相上下。只要齐王先出马且每匹马只参赛一次，即使同一辈中，田忌的马都不如齐王的马，田忌就可用这种方法以二比一胜齐王。如图 1-1 所示。其中，箭头为从强者指向弱者。小写字母 a, b 和 c 分别为田忌的上、中和下辈马。大写的字母 A, B 和 C 分别为齐王的上、中和下辈马。

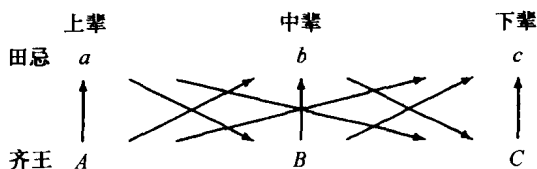


图 1-1 赛马局势图

此例体现了安排、策划、管理等不计一时之失利，以求全局之得益的重要思想。运筹一词综合了这些运作而集一体。它出自《史记》卷八，“高祖本纪第八”的如下一段文字中。

高祖曰：‘公知其一，未知其二。夫运筹策帷帐之中，决胜于千里之外，吾不如子房。镇国家，抚百姓，给馈饷，不绝粮道，吾不如萧何。连百万之军，战必胜，攻必取，吾不如韩信。…’

近代的运筹学起源于美国 and 英国。一些分支的成型则还要早。例如，20 世纪初，丹麦的 Erlang 关于电话局中继线数目的话务理论就奠定了排队论的雏型；在 20 世纪 30 年代，前苏联的 Канторович 对于生产过程中的组织与管理，提出了三个典型的线性规划模型和它们的求解方法，无论从理论上还是实际应用上都优先于美国 Dantzig 的单形法。他的这一成就，足以使得 Канторович 成为近代运筹学，以及数量经济学之先驱和奠基人。不

过,苏联一直没有运筹学的学术机构.因此,不为人们所注意.

我国运筹学的研究开始于20世纪50年代,推广粮食调运中的图上作业法.同时,也引进了苏、美和欧洲在线性规划的理论与方法、对策论、排队论方法以及数理经济等方面较系统的基本理论研究,已开始在社会进步、生产发展、经济繁荣和科学技术的创新等方面起积极作用.

思考1 在孙臆赛马术中,若马分上、下两辈,田忌还能取胜吗?若否,有何良策?

思考2 在孙臆赛马术中,若马分 n 辈, $n \geq 4$,田忌如何取胜?取胜法惟一吗?

思考3 在孙臆赛马术中,若马分四辈,且只一、二和三辈,马足不甚相远,齐王马的四辈比田忌三辈略好,田忌能取胜吗?

思考4 在孙臆赛马术中,若马分五辈,且只一、二和三辈,马足不甚相远,齐王马的五辈比田忌四辈略好,田忌如何取胜?取胜法惟一吗?

练习1 甲、乙二人赛马.马分 n 等,若前 j 等中,等级小的明显比大的强,同等的马乙的略胜甲的.试论述若使甲能胜乙, j 应满足什么条件?

1.2 主要特征

运筹学作为一个独立的学科分支,与其他学科比较有哪些不同之处,反映了它的生命力之所在?

系统的定位 自然科学乃至社会科学的任何一个分支都与系统有关系.人类社会本身就可以看做一个系统,天体银河系、物质的结构、动植物的群体等均可视为系统.

运筹学中所研究的不是系统本身的组成及性质(许多自然科学分支就是这样,如物理学、化学、生物学等),而是对已经了解其组成的系统中,各组成部分之间的内在关系,它们会影响整个系统的运行.也就是说,可以不考虑对整体运行无关的关系.例如,在图 1-1 中,可以不考虑 a, b, c 之间,以及 A, B, C 之间的关系,而只考虑那些由箭头所示的关系就够了.

进而,要将局部对全局影响的关系定量化,估算出局部的任何一点变化,将对全局产生多大的影响.以生产过程为例,一家工厂生产多种利厚的产品也有不少利薄的产品.如果多生产利厚的产品,引起物资的积压而卖不出去,反而使得工厂的总收益减少.这里就要了解利厚产品的社会需求,以及有多少厂家生产这种产品,才能决定合适的生产量.这种系统的定位,当系统很小时,没有必要投入过多的精力去研究,因为凭人们的经验和直观了解,只要注意到大局就不难得到预期的效果,如赛马术的例子.然而,若马不是分三等而分很多等,并且每等马中不同用户的马间也相差甚大,或者很多用户参赛,那就远不如图 1-1 所示的那样简单了.因此,运筹学所面对的系统通常是大系统和复杂系统,它的工作基础依赖于对系统本身研究的广度与深度.因此,运筹学密切地依赖其他学科的研究进展.

交叉学科 科学的全面发展和技术的进步是运筹学赖以产生和发展的基本条件.在各学科尚在形成的时期,由于各科所囿之范围不可能,也没有必要考虑更大规范的问题,所以对于总体的研究还谈不上.这就是为什么在古代曾有过的运筹思想,到 20 世纪 40 年代才开始形成一个新的学科分支.

随着系统规模的扩大,对系统本身广泛而深入地研究,将系统给以分类.对同类系统也分划出很多子系统,这些系统之间的关系已经被揭示.然而,在整个系统的运行中,各子系统的最优的运行并不一定保障整个系统的运行最优,为此,需要利用各学科发展中

形成的方法,特别是数学发展,使得量化的系统,有了利用的可能,以便得到准确或近似的解答.

强调方法论 由于运筹学研究系统的庞大和复杂,不能像其他自然科学一样在实验室中进行实验,这就决定了它与数学之间的不解之缘,以致它的任何一步的理论上的发展都不能不引起数学上的出新.

即使是实验,也是采用所谓模拟试验,其基本原理也早已纳入了数学的研究范围.虽然与数理统计中的假设检验与统计试验有相近之处,但在方法上却随着合适模型的建立而面貌一新.

在多阶段的系统运行的研究中,Bellman 建立的最优准则以及在控制系统的研究中,Понтрягин 提出的极大化原理确有殊途同归之意,虽然都是基于数学原理,但也是数学中的新发现.

1.3 处理的阶段

在处理运筹学的问题时,当今看来,一般应分如下的一些阶段.

问题的形成 为建立运筹学的问题,首先要有对所达到目标的合适的度量,然后考虑其中有哪些变量,分清哪些是可控制的和哪些是相对不可控制的.如果目标不能量化,一般而言,就不大可能形成一个便于处理的运筹学问题.

通过对系统的分析,弄清楚什么样的环境是本质的,系统如何运行.

在这个运行中,有没有不确定的因素,有没有风险,哪些环节是本质的.这些都是为建立模型所必需的.

模型的构造 所谓一个模型就是为实际的问题给出的一个简化的表示,主要是量化的表示.所谓简化是指除去所有那些与问题

的目标无关的变量,而且将其中的关系用数量表现出来.通常,有关变量过多,需要选择那些起主要作用的,而对于那些在误差允许范围内的变量忽略不计.

物理模型,如飞机、坦克、战舰等,直观易懂,但一旦成型就不好改变了.图的模型,用物理和力学原理形成的图形直观易见,但变量多了就不好看了.符号模型,是完全抽象的,容易改变的,更具有普遍意义的,也称数学模型.在当今这是占主导地位的.

首先要将变量区分可控的和不可控的,然后研究这些变量之间的关系,可以是函数(包括逻辑、间断、连续、可微的等)方程和/或不等式,特别是追求的目标也量化为这种广义的函数.

定性研究与求解 首先要论证其可解性,有时要了解适定性的条件(存在且惟一解),然后探求如何求解的过程.多数情形是建立数学上的算法与论证算法的复杂性、精确解与近似解、准确解与模拟解,本教程则是强调模型与方法的基本理论.

检验模型及其解 由于认识上的偏差,如将无关变量误认为有关变量,或将有关变量视为无关的,或者对问题本身结构的误解,导致不适合的关系的利用,使得解与实际运行的结果相差很大,或者通过统计分析检验其正确性.注意,这个过程不是重复计算而改变原有的数据.在此过程中还检验其灵敏性(当改变原始数据不大时,其结果是否相差很大)、可靠性以及时间、空间的占用和花费如何等.

执行与控制 利用所得结果运行整个系统的同时,还用可控变量控制整个系统的运行.通过执行,做进一步的检查与调整.

1.4 自动化

将整个过程在计算机上实现,从用计算机模拟(随机产生数

据)到自动控制过程进展,人工只是通过友好的界面观察系统的运行和控制运行的进展。

模拟、决策分析与支持 管理信息系统(MIS)利用已有数据,决定现在的走向.决策支持系统(DSS)回味预测决策将产生的后果。

软件工具 利用软件工具可建立十分利于操作的工作平台,以便观察和控制系统运行的全过程。

课外活动 1

对于研究生来说,如何选择研究课题,从入学的第一天起(甚至入学之前)就应该开始留意,以便选出合适的研究方向.选得好将会事半功倍,受益终生;否则,也许将会事倍功半,只能带来遗憾与抱怨.

如何才能使自己所选的方向合适呢?一方面要专注攻读各门课程,特别是专业课.那里通常含有前人选择课程的经验,要留意提取.另一方面,通常是更为重要的,就是去找有关文献,了解所感兴趣的专题的过去和现在.为此,最好先尽快地有一个总体的概念,然后再查看专门的刊物.

对于前者,就是要查阅评论和文摘索引之类的刊物,以便尽快对所感兴趣的专题有所了解.目前,有关运筹学的文摘和评论主要有如下 3 个刊物.

《International Abstracts in Operations Research》,缩写为 IAOR.每年 6 期,美国出版.

《Operations Research/Management Science》,每年 12 期,英国出版.

《Current Index to Statistics – Application Methods and Theory》,每年 1 期,荷兰出版.

另外,英国出版的《Journal Contents in Quantitative Methods》,每年 12 期,也收录了 24 种运筹学专业期刊中的最新内容.

在这些刊物中,浓缩了国际上有关运筹学的上百种定期出版物,以及会议录用的绝大多数新近文章,可以反映当今运筹学发展的基本全貌.特别是关心运筹学在各学科以及各工业、社会生活和

军事部门中应用的,更不可不查.

关于运筹学中的数学方法,下面 3 个刊物,在调查发展情况时,是不可缺少的.

《Mathematical Review》,简缩为 MR. 每年 12 期,美国出版. 也可以在网址 www.ams.org/MathSciNet 中查阅. 不过,要有单位或个人账号. 刊登数学近 2~3 年内公开出版物的内容摘要和评论员的评论. 进入 MR 的文章是从美国数学会出版的《Current Mathematical Publications》中选出的. 此刊每月一期,只列出文章的标题、作者和来源.

《Zentralblatt für Mathematik》,简记 Zbl, 内容为英文的数学文摘与评论. 每月至少一期,德国出版. 可在网址 www.zblmath.fiz-karlsruhe.de 或 www.emis.de 上查寻,也要有单位或个人的账号.

另外,前苏联及现在的俄罗斯有《Рефертивный Журнал Математика》,不过内容全是俄文的数学文摘与评论,虽然内容没有英文形式,但有英文标题.

以上刊物至少在中国国家图书馆(原北京图书馆)的检索室有收藏.

至于后者,即查阅专业性的期刊,从文摘和评论中自然就可以得到来源的专业性的刊物了. 在这里,也就不多占篇幅了.

作业:每人选一个专题,查阅近一年(中国国家图书馆,或中国科学技术情报研究所)的文献,提供一篇有关研究近况的报告. 其中,标出这个专题的美国数学会分类和中国图书分类.

第 2 讲 模型与方法

2.1 生产系统概述

这里的所谓生产,是指将输入转变为输出的过程.输入可以是各种资源,如天然和人造的物质,人力本身甚至知识信息等,故可以看做资源,将这些资源通过加工和变换过程而得到产品,它本身可以看做另一个生产过程的资源,称为再生产式产品,以供人们的衣食住行等消费之用,如图 2-1 所示.加工过程本身通常是一个带反馈的过程,如图 2-2 所示.

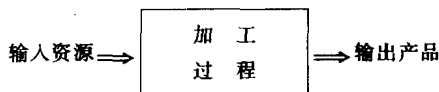


图 2-1 生产系统的组成

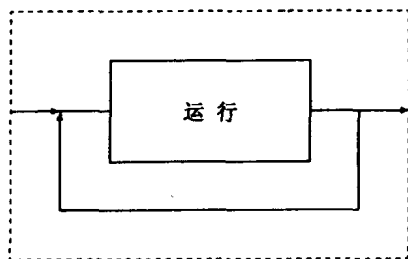


图 2-2 加工过程的结构

系统的容量(人力、物力、环境等,以保证正常运行)和产品的

质量(以使能推销出去)是必须考虑的两个要素.

通常系统都是很大的,而且还很复杂,单靠经验很难使它良性运行.这就需要研究其内在的结构,以便建立符合本身规律的模型,主要是数学模型和采用合适的方法不断改进运行状况.

可以将生产系统划分为成批、连续和项目3种.

2.2 成批生产

在一个加工厂,收到一批要加工的货物.每台机器在加工时都有损失(磨损、消耗和机件损坏等),影响机器的寿命,使得限定加工多少货物之后就要报废.在顾主没有提出交货日期的情况下,厂方要求机器的损伤愈小愈好.

数量化 先要了解哪些数据是现有的和哪些是可以搞到的,以作为已知数据.设工厂有 m 台机器 $M_1, M_2, \dots, M_m$ 可供使用和顾主送来 n 种货物 $G_1, G_2, \dots, G_n$ 需要加工.机器 $M_i (1 \leq i \leq m)$ 限定不能加工超过 a_i 件货物.货物 $G_j (1 \leq j \leq n)$ 有 b_j 件.考虑机器和货物之间的关系,要根据现有的或可以得到的资料折算出 $M_i (1 \leq i \leq m)$, 加工一件 $G_j (1 \leq j \leq n)$ 带来的损失(或收益) $c_{i,j}$.

然后,看一看在 $M_i (1 \leq i \leq m)$ 上要加工多少件 $G_j (1 \leq j \leq n)$ 就是需要确定的,记为 $x_{i,j}$.它们全是非负整数.

条件分析 首先,因为每台机器都不能超过定额,必得

$$x_{i,1} + x_{i,2} + \dots + x_{i,n} \leq a_i, 1 \leq i \leq m \quad (2-1)$$

同时,由于必须加工第 j 种货物 G_j 的件数为 b_j ,有

$$x_{1,j} + x_{2,j} + \dots + x_{m,j} = b_j, 1 \leq j \leq n \quad (2-2)$$

对于 $x_{i,j}, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$, 工厂的总耗费(或总收益)

为