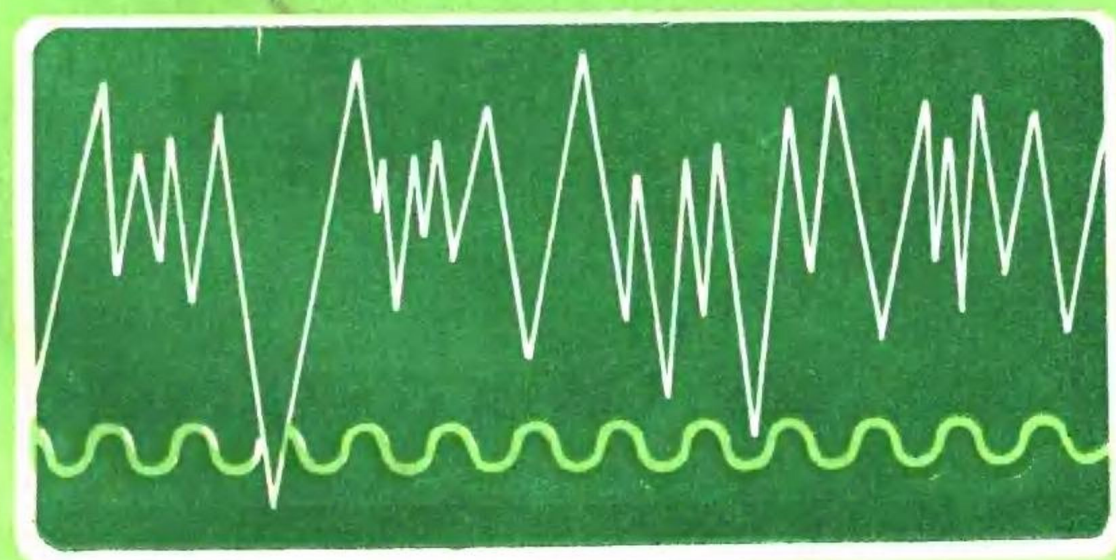


- JIDIAN CESHI JISHU JICHU
- JIDIAN CESHI JISHU JICHU
- 王心伟 主编 孟庆隆 主审
- 湖南大学出版社

机电测试技术基础



机电测试技术基础

王 心 伟 主 编

孟 庆 隆 主 审

责任编辑 俞 涛 黄道见

☆

湖南大学出版社出版发行

湖南省新华书店经销 长沙政治军官进修学院印刷厂印刷

☆

787×1092 16开 17.5印张 423千字

1989年12月第1版 1989年12月第1次印刷

印数: 0001—5000册

ISBN 7—314—00358—0/TN·4

定 价: 6.90元

前 言

我们所处的时代是信息时代,科学技术的发展日新月异。没有先进的测试手段,现代科学技术的发展几乎寸步难行。许多科学研究的失败,往往与没有完善的测试手段作保障有关。测试技术的水平已成为衡量一个国家科学技术水平的一个重要标准。因此,作为科学技术发展的基础组成部分,测试技术越来越受到人们的重视,越来越有必要让实验室工作人员对测试技术基础有较系统的学习和了解。

本书正是应这一需要,根据机械电子工业部高等学校实验室研究会审定的《测试技术基础》教材编写大纲编写而成的,可作为实验室人员培训及实验技术专业教材,亦可以作为有关工程技术人员及科技人员的参考书。

本书共十章,内容包括:概述、误差与信号、测试装置的基本特性、典型的测量电路、常用的传感器、信号显示与记录装置、干扰的抑制技术、基本电量及电参数的测试、压力及热工参数的测试、机械参数的测试等。以电测方法为主,介绍了测试技术的基础知识和一些常见参数的测试方法。为满足各方面读者的实际需要,本书力求应用技术观点,对涉及到的较深的理论和公式,给予通俗的说明,略去了理论证明和公式推导。读者只要理解公式的实际意义,就能顺利地阅读本书并能灵活地运用。在第五、六、八、九、十章中,采用表格的形式,分别总结出:各种传感器的工作原理、特点及用途;各种显示、记录仪器的特点与应用;有关参数的测试方法及特点,旨在给读者在实际工作中选择测试方法和仪器提供方便。

参加本书编写的有:王心伟(第一章、第二章第四节、第三章第六节、第四章、第五章、第七章、第八章第五节及第十章第四节)、张心桂(第二章第一至第三节、第八章第一至四节)、吴方昇(第三章第一至五节、第六章)、陈道炯(第九章)、李旗号(第十章第一、二、三、五、六节)。全书由王心伟同志担任主编。安徽工学院孟庆隆教授担任主审,林皇文教授、王经纬、王祖汗副教授参加了部份章节的审阅,并提出了许多宝贵的意见。束德林教授对本书编写大纲的拟定给予了指导。潘剑怀同志参与了第四章的部分拟稿工作。

机械电子工业部高等学校实验室研究会、机械电子工业部教育司于新民同志,陕西机械学院徐锦章同志以及湖南大学冯建中等同志对本书的编写给予了大力支持和帮助。在此,特向以上同志以及参加审定本书编写大纲的诸位同志表示衷心地感谢。

编 者

1989年8月于合肥

目 录

第一章 概述	(1)
第一节 测试及其在实验室工作中的地位	(1)
第二节 测试工作的内容及范围	(1)
第三节 测试方法与测试系统	(2)
第四节 试验设计的基本原则	(3)
第二章 误差与信号	(5)
第一节 测试误差	(5)
第二节 误差的合成与分配	(11)
第三节 测试数据的处理	(18)
第四节 信号的描述	(24)
第三章 测试装置的基本特性	(34)
第一节 概述	(34)
第二节 测试装置的静态特性	(36)
第三节 测试装置的动态特性	(38)
第四节 常见测试装置的动态特性	(42)
第五节 测试装置的标定技术	(46)
第六节 测试方案及测试装置的选择	(53)
第四章 典型的测量电路	(57)
第一节 概述	(57)
第二节 电桥	(60)
第三节 谐振电路	(64)
第四节 滤波器	(67)
第五节 检波器	(71)
第六节 调制与解调	(74)
第七节 模拟、数字转换器	(77)
第五章 常用的传感器	(82)
第一节 概述	(82)
第二节 电阻式传感器	(84)
第三节 电容式传感器	(89)
第四节 电感式传感器	(94)
第五节 涡流式传感器	(96)
第六节 压电式传感器	(98)
第七节 磁电式传感器	(101)
第八节 热电式传感器	(103)
第九节 霍尔式传感器	(108)
第十节 光电式传感器	(110)

第十一节 光学纤维传感器	(113)
第十二节 其它几种传感器	(115)
• 第十三节 一些传感器的应用	(117)
第六章 信号显示与记录装置	(127)
第一节 概述	(127)
第二节 模拟式显示装置	(129)
第三节 笔式记录器	(131)
第四节 光线示波器	(136)
第五节 磁带记录仪	(142)
第六节 记忆示波器	(148)
第七节 数字式显示与记录装置简介	(149)
第七章 干扰的抑制技术	(152)
第一节 概述	(152)
第二节 噪声源与噪声耦合方式	(154)
第三节 屏蔽技术	(158)
第四节 接地技术	(161)
第五节 噪声抑制的其它技术	(166)
第八章 基本电量及电参数的测试	(173)
第一节 电压、电流的测试	(173)
第二节 电功率的测试	(179)
第三节 电参数的测试	(184)
第四节 频率和相位的测试	(190)
第五节 频谱的测试	(196)
第九章 压力及热工参数的测试	(206)
第一节 温度参数的测试	(206)
第二节 压力的测量	(213)
第三节 流量的测量	(222)
第四节 物位的测量	(230)
第十章 机械参数的测试	(236)
第一节 位移的测试	(236)
第二节 转速的测试	(244)
第三节 扭矩的测试	(248)
第四节 振动的测试	(254)
第五节 噪声的测试	(259)
• 第六节 厚度的测试	(266)
附录1 傅里叶变换	(271)
附录2 δ函数	(272)

第一章 概 述

第一节 测试及其在实验室工作中的地位

测试, 又称检测、测量。它是人们认识和改造客观世界、进行科学研究的一种重要手段。通过测试, 人们获得所研究事物的有关信息, 形成定性和定量认识, 总结出客观规律, 得出正确结论。又通过测试检验这些认识, 检验结论是否符合客观实际。可见测试是人类认识客观世界的“钥匙”, 科学研究离不开测试技术。事实证明: 在科学技术发展的过程中, 几乎无一成果不和测试技术有关, 测试技术常是科学研究成败的关键。由于测试手段不全, 导致研究夭折; 高水平的测试技术能使科学研究获得重大突破。这样的例子是不胜枚举的。所以人们把测试技术水平作为衡量一个国家科学技术水平的一个重要标准。

科学技术需要测试, 工农业生产、企业管理、文化教育、军事活动、日常生活等人类活动的一切领域中也都用测试技术。测试是一门基础性学科, 其水平高低直接影响其它学科的发展。正因为如此, 人们在利用它为其它学科发展服务的同时, 又全力吸取各种新技术, 促进测试技术的发展。当前的测试技术几乎利用了近代所有新技术和新理论, 如光学、半导体、光导纤维、声学、通讯、遥感、计算技术以及数理统计、控制理论、信息论等都广泛应用于测试技术中。新技术, 尤其是计算技术的应用, 使测试技术得到了飞快的发展; 测试仪器趋向智能小型化, 数据进行实时处理(测试与数据处理同步进行), 测得的数据更加准确, 获得的信息更加丰富。

实验室是进行科学研究及教学的基地, 新技术、新知识、新发明、新创造对绝大部份学科来说都离不开实验室, 实验室是出科研成果的地方。高等学校实验室除开展科学研究外, 还担负着实验教学的任务。但不论那一种实验室, 都是进行实验(试验)的场所, 测试技术在整个实验室工作中处于举足轻重的地位。

不同学科的实验室, 实验教学内容及教学实验项目一般是不一样的, 但绝大部份的教学实验都有测试的内容, 都用到测试技术。基础课的教学实验如此, 技术基础课、专业课的实验教学也是如此。在实验教学中, 测试技术作为最基本的实验技能要求学生去掌握。学生对测试技术掌握得如何, 是评定他们实验技术水平高低的一个重要指标。与之相应, 在实验室仪器设备中, 测试仪器类配置较多, 投资较大。许多实验室所配置的最贵、最好的仪器往往都是测试仪器设备。

由此可见, 测试技术直接影响科学技术的发展和实验教学质量的提高, 同时也关系到一个实验室的建设。因此, 各个实验室都已把强化测试手段放在重要位置上, 要求实验室工作人员掌握测试技术中的有关理论、方法, 以适应实验室的工作。

第二节 测试工作的内容及范围

测试是人们借助于专门工具, 通过实验去获得被测对象有关信息的过程。测试中为获得

有关信息所采用的一系列手段和方法称为测试技术。

信息是通过一定形式的物理量——信号表现出来的。例如一台收音机的质量（信息）可通过其声音和灵敏度（信号）表现出来。而测试则是通过对信号的测量以获得被测对象的有关信息的。

测得的结果有两种情况：一种是结果就是所需要的信息，如用体温表测量人的体温；另一种是有关信息隐藏在所获得的信号中，如天气预报，测试所获得的仅是过去和当前天气情况的数据或信号，将来天气情况（有关信息）隐藏在这些信号中，此时需要对所获得的信号做进一步的处理，以提取所需要的有关信息。

测试的基本原理是比较，即将被测量与相同性质的标准量进行比较，获得被测量为标准量的若干倍的数量概念。通常被测量能直接与标准量比较的场合不太多，大多数的被测量和标准量都要变换为双方便于比较的某个中间量。例如用水银温度计测量人的体温，人的体温（被测量）被变换为水银柱的热膨胀位移量，而温度的标准量被传递到玻璃管上的标尺分格，这时被测量和标准量都变换到同性质的线位移这个中间量上，就可以比较了。根据测试对象和测试要求选择变换方式、中间量等变换技术，常是某些测试中的技术关键。变换是整个测试技术中的核心。

变换是通过变换元件实现的。变换元件是以一定的物理定律为基础，实现某一特定变换任务的元件。多个变换元件的有机组合，就构成测试仪器（仪表）。与被测量直接接触的变换元件，称为敏感元件，它是直接影响变换质量的最关键的元件。

由于测试方法不完善或测试仪器不理想等原因，测试获得的信号中含有一些无用信号（无用信息），这些无用信号称为对有用信号的干扰。干扰的存在必定使获得的信号异于仅含有有用信息的信号，使信号失真，从而使测试结果存在误差。如何减少或预防干扰以提高测试质量，是测试工作中的一项重要内容。

第三节 测试方法与测试系统

一、常见的测试方法

测试方法随科学技术的发展，不断变革，新的方法不断涌现。目前实验室工作中常见的测试方法有：

按待求量与测试量关系分，有直接测试与间接测试法。前者指用测试装置对待求量直接进行测试。后者指直接测试量不是待求量，而是与待求量有确切函数关系的中间量，待求量根据中间量的测得值及已知函数关系求出。两种方法比较，间接测试法比直接法复杂，误差较大。

按测试装置与被测对象是否直接接触，可分为接触测试方法和非接触测试方法。

按测试原理分，有电量测试方法与非电量测试方法。电量测试方法是指采用电学原理进行测试的方法。目前主要是指对非电物理量采用电量测试方法测试，简称电测法。与其它测试方法比较，目前电测法理论比较成熟，测试仪器先进、精度高、反应速度快，能够自动连续地进行测试，可以进行遥测遥控，便于自动记录，且能与计算机相联进行信号处理等，所以广泛应用于各学科、各领域测试中，也是各类实验室目前所采用的主要测试方法。以后

若没有指明，则测试方法就是指电测法。非电测试方法是指采用其它原理，例如机械、光学等原理进行测试的方法。

二、测试系统的组成

根据自动控制原理知：测试系统是由测试对象和测试装置组成的。完成一项测试工作所需要的装置总体称为测试装置。在测试工作中，为讨论问题方便，常把上述的测试装置称为测试系统，测试装置与装置有同一含义，都泛指测试仪器或测试工具。本书讨论中对上述两种定义不予区分。

一个测试系统是由一台或几台测试仪器组成的，具体情况视测试对象、测试目的及测试仪器的功能而定。实验室工作中常碰到的测试系统，根据在测试过程中所起的作用，可概括地分为图1-1所示的几部份。

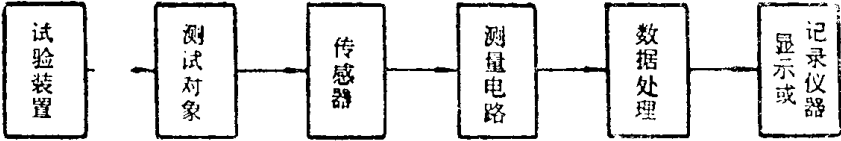


图1-1 测试系统方块图

传感器，又称变换器，是把一种形式的能变换成另一种形式的能的装置。在电测法中，它是把非电物理量变换为电信号或电参数的装置。

测量电路把传感器输出的电信号或电参数，根据测试要求做进一步的变换，这种变换和传感器变换不同的是电信号或电参数之间的变换。例如：低电压变换成高电压，交流变换为直流，电阻变化变换为电压变化等。

记录显示仪器把测试结果，即把被测量与标准量比较的结果显示或记录下来。

数据处理是对测试信号加以分析、运算、整理，提取信号中有用信息。这一部份可放在显示记录仪器之前，也可以放在它之后。

试验装置是使被测体产生一定形式信号的装置。信号是信息的载体，一个被测体只有存在含有信息的信号，才能通过测试获得信息。若一个被测体不存在表现欲得信息的信号，测试时就需要首先采用一定的手段使它先产生有关信号。例如，一台收音机的音响效果可通过发声表现出来。显然，当通过测试其音响去评价它的质量时，首先必须使收音机通电发声，然后才能进行测试。类似收音机这种情况，在研究机械设备动态特性时经常碰到，但使被测体产生信号的手段决非仅用通电就可以解决，而需要一套相应的设备装置来完成。这套使被测体产生一定形式信号的装置，称为试验装置。

这里需要指出的是，图1-1所示的测试系统是非电量测试系统，对电量测试系统来讲，没有传感器这一部份，因为此时被测量已经是电量或电参数。可见图1-1所示的测试系统包含电量测试系统。

第四节 试验设计的基本原则

测试是试验获得信息的手段，属于试验内容的一部份。试验设计的好坏直接影响测试结果。

试验设计是指采用什么方法，如何安排生产和科学研究中的试验，以使试验方案合理、经济、结果准确可靠，便于分析。试验设计方法很多，目前广泛采用的是以数理统计为基础的正交试验设计方法。但不论采用什么方法，在试验安排上都应遵循以下三条原则。

一、重复性原则

重复性是指安排试验时，在条件允许的情况下试验次数有一定数量的重复。例如做某种型号汽车寿命试验，用几辆汽车试验数据的平均值比仅用一辆汽车的试验数据评定汽车寿命更加合理、准确。因为前种方法可以减少一辆汽车因使用材料、制造中某些偶然性因素，如材料质量过差或过好、装配质量太差等原因所产生的误差。

应注意：重复试验时应保证试验条件相同。

二、随机性原则

随机性是指试验样件分配、试验顺序及步骤安排应随机决定。随机决定的方法可以用抽签、摸牌或查随机数表等方法。例如上述汽车寿命试验，用于试验的样车应从一批汽车中用抽签的方法分配，而不能仅取某天或某班装配的汽车做样车。只有这样，样车才有代表性，才能避免或减少因样车存在同一个问题，如某天装配的汽车所有零件质量太差或装配质量差等原因所产生的误差。

以后我们将知道，随机性原则能减少试验的系统误差，重复性原则能减小试验的随机误差，这两个原则都用于提高试验数据的可靠性。

三、局部控制原则

局部控制原则又称分层原则，它是将试验对象按照某种分类标准或某种水平加以分组(称为区组)，在同一组内的试验条件尽量保持受同样的影响，以期减少组内的变化，并使组之间的差异显著。这种把比较的水平设置在差异较小的区组内，以减小试验误差的原则，称作局部控制。下面用对“A、B、C三种酒质量评比”的例子说明这条原则。

设参加评比人员为三名，分别用Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ表示。评比采用“品尝打分”的方式。由分析知：最后评比结果将与酒的质量、三名评比人员各自的标准及三种酒的评比顺序三个因素有关。根据数理统计理论和经验知道，按表1-1中顺序安排试验，即在保证一致的试验条件下，做到：第一，每个人对三种酒都参加评比；第二，酒的评比顺序随机安排。则评比结果误差小，符合实际情况。

在试验设计中，例中同一个人一组试验A、B、C称为一个区组，而各个区组中三种酒评比顺序随机安排并保证试验条件一致性这一点叫做局部控制。

表1-1

人 员	顺 序		
	1	2	3
Ⅰ	B	A	C
Ⅱ	C	B	A
Ⅲ	A	B	C

上述三条原则对测试，尤其对测试试验同样有指导意义。

本课程内容与基础知识关系密切，且具有很强的实践性，因此在学习过程中，学生应掌握有关基础知识，如物理学、电学、概率论及数理统计等知识，注意物理概念，且参加必要的教学实验。只有这样，才能学好这门课，把知识真正学到手。

第二章 误差与信号

在测试工作中，误差与信号是两个基本概念，它们直接关系到测试方案和测试装置的选择，关系到测试结果的处理。故需对测试中所碰到的误差和信号进行必要的研究。

第一节 测试误差

一、误差与真值

测试误差 Δx 是指测定值 x 与真值 μ 之差

$$\Delta x = x - \mu \quad (2-1)$$

真值 μ 是指在一定条件下测试值的实际值，一般它是未知的。实际上，是用相应高一级精度仪表的标准量值或用国际会议指定的值作为真值，前者称约定真值，后者称指定真值。例如在长度计量中，常采用块规尺寸代表某一长度的真值，用千分表测量的值作为百分表测量值的真值等，这里的真值属于约定真值。国际计量大会规定：长度单位——米是光在真空中在 $1/299792458$ 秒时间间隔内行程的长度，属于指定真值。

测定值 x 接近真值 μ 的程度，称为测试精度，误差 $|\Delta x|$ 愈小，测试精度愈高。

二、误差的分类

误差有多种分类方法，测试中常碰到的误差分类方法有3种。

1. 按误差表示方法分类

(1) 绝对误差 Δ

绝对误差是测定值 x 与真值 μ 之间的差值。

$$\Delta = x - \mu \quad (2-2)$$

在标准量或标准仪表的校准中所使用的修正值常用此种误差表示。

(2) 相对误差 γ

相对误差是绝对误差 Δ 与真值 μ 或测定值 x 的比值。通常用百分数表示

$$\gamma = \frac{\Delta}{\mu} \times 100\% \approx \frac{\Delta}{x} \times 100\% \quad (2-3)$$

电子仪器精度常用仪器最大相对误差值 $\gamma_{\max}$ 表示。

(3) 引用误差 γ_0

引用误差是绝对误差 Δ 与仪表量程 B 之比的百分数。

$$\gamma_0 = \frac{\Delta}{B} \times 100\% \quad (2-4)$$

仪表精度一般用仪表最大引用误差 $\gamma_{0\max}$ 表示。

例2-1 用一只量程为 100mV 的电压表去测量 50mV 的电压，仪表示值为 49.50mV 。问

此时 Δ 、 γ 、 γ_0 各为多大?

解 从题意知, 真值 $\mu = 50\text{mV}$, 测定值 $x = 49.50\text{mV}$, 量程 $B = 100\text{mV}$, 根据式(2-2)、式(2-3)、式(2-4)解得

$$\text{绝对误差 } \Delta = x - \mu = 49.50 - 50 = -0.5(\text{mV})$$

$$\text{相对误差 } \gamma = \frac{\Delta}{\mu} \times 100\% = \frac{-0.5}{50} \times 100\% = -1.0\%$$

$$\text{或 } \gamma \approx \frac{\Delta}{x} \times 100\% = \frac{-0.5}{49.50} \approx -1.0\%$$

$$\text{引用误差 } \gamma_0 = \frac{\Delta}{B} \times 100\% = \frac{-0.5}{100} \times 100\% = -0.5\%$$

2. 按误差性质分类

(1) 系统误差

系统误差是指在同一条件下多次测量同一量值时, 大小和符号完全相同或条件改变时按一定规律变化的误差, 如仪器分度不准所引起的误差。

(2) 随机误差

即在同一条件下多次测量同一量值时, 大小和符号以不可预定方式变化的误差。例如仪表中传动部件的间隙、摩擦等原因所引起的误差。

(3) 过失误差

又称粗大误差, 是一种明显歪曲测量结果的误差。例如测试人员读错数字, 仪器失灵等所引起的误差。在测试中对含有过失误差的测试值应予剔除。

3. 按其它方法分类的误差

(1) 基本误差和附加误差

测试仪器仪表在规定条件下使用时产生的误差, 称为基本误差, 而超出此条件使用所引起的误差称为附加误差。例如某台仪器工作温度规定为 $20 \pm 5^\circ\text{C}$, 它在该温度范围内工作所产生的误差, 称为基本误差。超过该温度范围工作时, 仪器将产生附加误差, 其值迭加在基本误差之上。

(2) 定值误差和累积误差

凡不随被测量大小而变化的误差, 称为定值误差; 随被测量大小成比例变化的误差, 称为累积误差。

(3) 静态误差和动态误差

在被测量稳定不变条件下进行测试所产生的与时间无关的误差, 称静态误差; 而在被测量随时间变化过程中进行测试时所产生的误差, 称为动态误差。动态误差值与测试仪器的特性及被测量的性质有关。

三、随机误差

随机误差是服从大数统计规律的一种误差, 且大多数服从正态分布规律。本书主要讨论这类随机误差。

1. 服从正态分布随机误差的特点

设在同一条件下, 对某一个真值为 μ 的量进行多次重复测试, 测定值为 $x_1, x_2, \dots, x_n$,

各次测试的对应随机误差 η_i 为

$$\eta_i = x_i - \mu \quad (2-5)$$

对服从正态分布的随机误差 η ，其概率密度函数 $P(\eta)$ 为

$$P(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}} \quad (2-6)$$

相应的分布曲线如图2-1(a)。

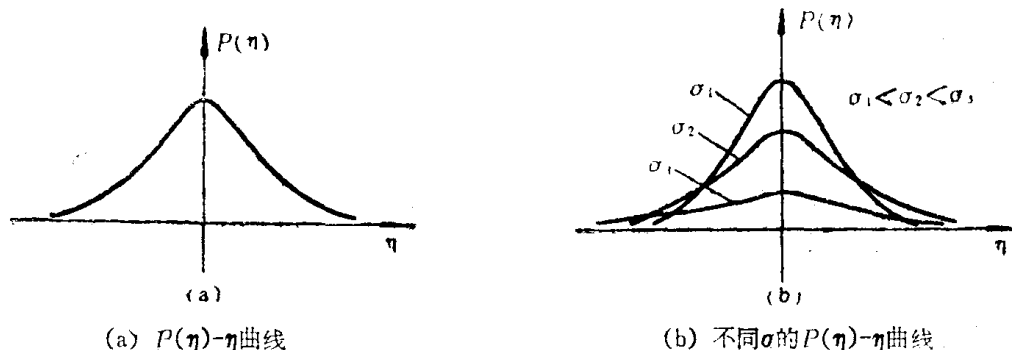


图2-1 随机误差概率密度分布曲线

式(2-6)中， σ 称为随机误差分布的标准差，它描述随机误差 η 的分散程度。 σ 减小， $P(\eta)$ - η 曲线变陡，表示随机误差分散程度小，测试精密度高；反之，亦然，如图2-1(b)所示。 σ 值由下式求得

$$\sigma = \sqrt{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \geq 0 \quad (2-7)$$

式中 n ——测量次数；

μ ——被测量的真值，用下式求得

$$\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2-8)$$

由图2-1可以看出正态分布的随机误差具有以下特点：

(1) 对称性

曲线左右对称，这表示绝对值相等的正负误差出现的概率相等；

(2) 单峰性

分布曲线在误差 η 为零处存有一个峰值，这表示测试中绝对值小的误差出现的概率大，绝对值大的误差出现的概率小；

(3) 补偿性

同条件对一个量进行 n 次重复测试，其各次随机误差 η_i 的代数和随 n 的增加而减小，即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta_i = 0$$

这一点是由对称性所决定的。

(4) 有界性

分布曲线在 η 很大时趋向于横坐标轴这一点表明：在一定测试条件下，绝对值很大的误差出现的概率近于零，即认为随机误差存在一个界限 δ ，误差值全部落在 $[-\delta, \delta]$ 范围内。

界限 δ 称为随机误差限或随机误差不确定度, 区间 $[-\delta, \delta]$ 称为置信区间。

测试中 δ 值一般取标准差 σ 的若干倍, 即

$$\delta = t\sigma \quad (2-9)$$

式中 t ——置信系数, 视测试要求而定。

工程测试中一般取 $t=2$, 由计算知此时随机误差落在 $[-2\sigma, 2\sigma]$ 区间的概率 $P(-2\sigma \leq \eta \leq 2\sigma) = 0.95$; 在实验和科研测试中常取 $t=3$, 将“ 3σ ”作为随机误差限, 此时随机误差落在 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 之间的概率 $P(-3\sigma \leq \eta \leq 3\sigma) = 0.9973$ 。可见认为随机误差全部落在 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 区间只有0.3%的误差, 这种可能性一般不可能发生。实际应用中, 对绝对值大于 3σ 的误差, 一般按粗大误差看待, 剔除具有这种误差的测试值。

2. 标准差 σ 的估计

由一组测定值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 按式(2-7)求测定值的随机误差标准差 σ , 实际存在两个问题: 一是测试次数 n 总是有限的, 不可能为无穷; 二是被测量的真值 μ 不知道。所以无法由式(2-7)、(2-8)求出 σ 和 μ , 而只能根据测定值求出它们的估计值。

设在同等条件下对一个量进行一组 n 次重复测试, 测定值为

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad (n \text{ 为有限数})$$

则

(1) 被测量真值 μ 的估计 $\hat{\mu}$

由式(2-8)得 $\hat{\mu}$ 的估计式为

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2-10)$$

式中 $\bar{x}$ ——一组测定值的平均值, 又称样平均值。

(2) 随机误差标准差 σ 的估计 $\hat{\sigma}$

用样平均值 $\bar{x}$ 替代式(2-7)中 μ , 则 $\hat{\sigma}$ 的估计式为

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2} \quad (2-11)$$

式中 ε_i ——剩余误差, $\varepsilon_i = x_i - \bar{x}$;

$\hat{\sigma}$ ——任一次测定值的随机误差标准差 σ 的估计。但为方便起见, 今后 σ 与 $\hat{\sigma}$ 用同一符号 σ 表示。

3. 减小随机误差 σ 的方法

标准差 σ 是随机误差的评价指标, σ 小, 随机误差限 δ 就小、任一次测试小误差出现的概率就大。减少随机 σ 的方法是用样平均值 $\bar{x}$ 代替任一次测定值 x_i 。设对一个量进行 m 组 n 次重复测试, 测定值为

第一组 $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}$

第二组 $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}$

$\vdots$

第 m 组 $x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mn}$

由式(2-10)计算出每一组测定值的平均值

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ji} \quad (j=1, 2, \dots, m)$$

由于存在随机误差, 故 $\bar{x}_j$ 各不相同, 也是一个随机变量。可以证明 $\bar{x}_j$ 的标准差 $\bar{\sigma}$ 为

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2-12)$$

式中 n ——每组测量次数。

可见, $\bar{\sigma}$ 与 $\sqrt{n}$ 成反比, 测量次数 n 愈大, 标准差愈小 (见图2-2)。

结论: 减小随机误差 σ 的方法是在同一条件下对被测量进行 n 次重复测试, 用其均值 $\bar{x}$ 表示测试结果, 此时其标准差 $\bar{\sigma}$ 为单次测定值 x_i 随机误差标准差 σ 的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍。

应提及的是, 测量次数 n 增加, 可以减小随机误差的标准差, 但同时也增加了测试的工作量。兼顾两方, 实际应用中一般取 $n=10 \sim 20$ 为宜。

四、系统误差

实践证明, 系统误差虽然有规律可循, 但在实际测试中发现及消除它, 却常是一件困难的事情。下面介绍测试中发现和减小、消除系统误差的一些常用方法。

1. 系统误差发现的方法

(1) 剩余误差观察法

把一系列等精度测试值 x_i 所对应的剩余误差 ε_i ($i=1, 2, \dots, n$), 按照测试先后顺序在坐标“ $\varepsilon-n$ ”中排列好 (见图2-3), 由图看剩余误差变化趋势判断有无误差。如误差趋势有规律递增或递减, 如图2-3(a), 可认为这列测定值中存在线性系统误差。如误差趋势是周期变化的 (如图2-3(b)所示), 则这列测定值中存在周期系统误差。

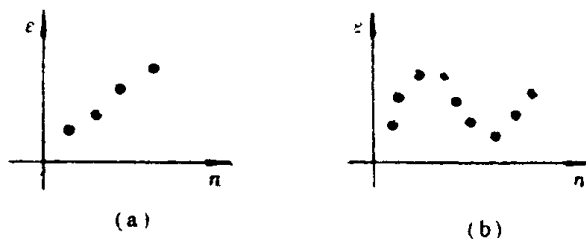


图2-3 剩余误差分布

(a) 线性误差

(b) 周期误差

该方法主要适用于发现有规律变化的系统误差。

(2) 剩余误差校核法

分别求出 n 个测定值 x_i 前面一半和后面一半剩余误差之和, 再将二者相减。

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon &= \sum_{i=1}^{n/2} \varepsilon_i - \sum_{i=n/2+1}^n \varepsilon_i && (n \text{ 为偶数}) \\ \text{或 } \Delta\varepsilon &= \sum_{i=1}^{(n+1)/2} \varepsilon_i - \sum_{i=(n+1)/2}^n \varepsilon_i && (n \text{ 为奇数}) \end{aligned} \quad (2-13)$$

在 n 足够大时, 如 $|\Delta\varepsilon|$ 显著不为零 (与 ε_i 相当或更大), 则认为这列测定值中存在累积性系统误差。

这种方法又称马利科夫判据法，适用于发现累积性系统误差。

(3) 阿贝-赫特判据法

这种方法适用于发现测定值 x_i 中存在的周期性系统误差，若

$$A = |\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \cdots + \varepsilon_{n-1} \varepsilon_n| > \sqrt{n-1} \sigma \quad (2-14)$$

式中 σ ——随机误差的标准差。

则可认为测定值 x_i 中存在周期性系统误差。

(4) 实验对比法

这种方法是进行不同条件的测试，以改变产生系统误差的条件去发现误差的。例如，用标准表和受检表同时去测被测量，根据两块仪表示值可发现受检表是否存在系统误差。

改变测试仪器相对位置，根据位置变化前后仪表示值是否变化，可发现是否存在由于仪器相互影响所产生的系统误差。

实验对比法适用于发现不变系统误差。

2. 减小、消除系统误差的方法

减小、消除系统误差的方法因误差类别、测试对象、测试方法、误差产生原因而异，常用的方法有：

消除系统误差产生的根源；

修正法，即利用已知误差值对测试结果修正；

采用适当测试方法，以减小或消除系统误差对测试结果的影响。

下面以图2-4“等臂天平称重”为例介绍减小或消除系统误差所常采用的几种测试方法。

(1) 零示法

零示法是指被测量与标准量对指示器作用相互平衡，以使指示器示零的一种方法。它可以消除指示器不准所产生的系统误差。如图2-4中，假如由于某种原因在天平空载平衡时，示零指针不指零，而指在偏离零线一定距离“A”处，则称重时只要在天平平平衡时仍使指针指在“A”处，就不会因指针不指零而产生测试误差。

(2) 替代法

又称置换法，它是在测试条件不变的情况下，用一个已知标准量去代替被测量进行测试的方法。在图2-4例中，假定天平存在由于砝码名义质量与实际质量不符所产生的系统误差。消除该误差的方法是：在天平砝码7与重物1平衡后取下重物，再在左称盘2中放入已知标准砝码，在其它条件不变的情况下调整标准砝码质量使天平重新平衡，此时左称盘2中标准砝码的质量就是重物1的实际质量，从而消除了上述误差。

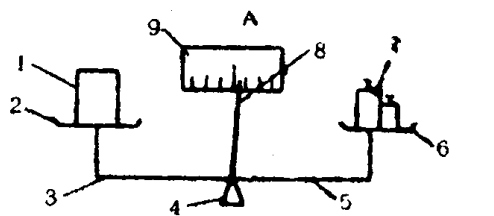


图2-4

- | | | |
|--------|--------|--------|
| 1—重物 | 2—左称盘 | 3—天平左臂 |
| 4—平衡支点 | 5—天平右臂 | 6—右称盘 |
| 7—砝码 | 8—指针 | 9—读数盘 |

(3) 交换法

交换法是变换被测量测试方向或在测试系统中的位置，使产生系统误差的因素对测试结果作用相反以减小误差的方法。图2-4例中，采用这种方法可以减小或消除天平左右两臂不等，即 $L_{左} \neq L_{右}$ 所产生的误差。具体做法是：进行两次称重，第一次把重物放在左称盘2中，把砝码放在右称盘6中，调整砝码使天平平衡，此时

$$P_x = L_{\text{右}}/L_{\text{左}} \cdot P_1 \quad (\text{a})$$

式中 P_x ——重物 1 的质量;

P_1 ——砝码的质量。

第二次称重是把重物和砝码位置互换, 即把重物 1 放在右称盘中, 把砝码放在左称盘中, 调整左称盘中砝码质量 P_2 使天平平衡, 此时

$$P_x = L_{\text{左}}/L_{\text{右}} \cdot P_2 \quad (\text{a}')$$

由 (a)、(a') 两式可得重物质量 P_x 与两次砝码重 P_1 、 P_2 的关系为: $P_x = \sqrt{P_1 \cdot P_2}$, 从而消除了一次称重由于 $L_{\text{左}} \neq L_{\text{右}}$ 所产生的误差。

(4) 异号法

异号法是对被测量进行两次测试, 且使两次测试值中误差符号相反, 然后取两次测试值的平均值作为测试结果以削弱系统误差的一种测试方法。在图 2-4 例中, 假定天平支承处摩擦力较大使称重产生误差。根据摩擦力总与运动方向相反的道理削弱这种误差, 可采用两次称重。第一次称重, 放入右称盘 6 中的砝码按递增方式加载, 即由少到多加砝码使天平平衡, 使天平臂按顺时针方向转向平衡位置。第二次右称盘中的砝码按递减方式加载, 即由多到少调整砝码使天平平衡, 使天平臂按逆时针方向转向平衡位置。由于天平臂两次称重运动方向相反, 因而摩擦力在两次称重中所产生的误差符号相反。取两次称重的砝码的平均质量作为重物质量的度量, 可以削弱摩擦力在称重中产生的误差。

第二节 误差的合成与分配

测试工作中经常碰到误差合成与分配问题。例如对由多台仪器组成的测试系统, 经常需要解决如何由各台仪器的测试误差去求测试系统总误差, 或者在保证系统总误差不超过某一给定值的情况下, 如何分配各台仪器的误差等问题。前者称为误差的合成, 后者称为误差的分配。

根据已知函数关系从若干个直接测试结果去求最终结果的间接测试中, 也存在上述误差合成与分配问题。下面就以它为例来讨论误差的合成和分配。

一、误差合成

设在间接测试中, 待求的最终结果 y 与若干个相互独立的直接测试结果 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 之间所存在的函数关系为

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2-15)$$

设 $x_1, x_2, \dots, x_n, y$ 的误差分别为 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n, \Delta y$ 。其中 Δx_i 称为分项误差, Δy 称为合成误差。

误差的合成就是由诸 Δx_i 去求 Δy 值。合成的方法因误差类型而异。

1. 已定系统误差的合成

已定系统误差是指大小、方向均已确定的误差。式 (2-15) 中, 如 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ 均已知, 由函数全微分公式得

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \quad (2-16)$$

式中 $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ ——误差 Δx_i 的传递系数。

上式两边分别除以 y ，经整理得

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \frac{x_1}{y} \cdot \gamma_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \frac{x_2}{y} \cdot \gamma_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot \frac{x_n}{y} \cdot \gamma_n \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{y} \cdot \gamma_i\end{aligned}\quad (2-17)$$

式中 $\gamma = \frac{\Delta y}{y}$ ——待求量 y 的相对误差；

$\gamma_i = \frac{\Delta x_i}{x_i}$ ——直接测试量 x_i 的相对误差。

可见，在 Δx_i 及函数关系 f 已知时，由式 (2-16) 或式 (2-17) 即可方便地求出待求量 y 的误差 Δy 或 γ 。实际应用中，对已定系统误差一般采用修正的方法予以消除，故最后测试结果中一般不再包含有这类误差。以后讨论中也假设这类误差已消除。

2. 未定系统误差的合成

未定系统误差，是只能掌握其大体范围，而不知道它的确切大小及方向的一种系统误差，其误差范围称为系统误差的不确定度或误差限，用 $\pm e$ 或 $[-e, e]$ 表示。

设式 (2-15) 中 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 及 y 的各相应系统误差的不确定度分别为 $\pm e_1, \pm e_2, \dots, \pm e_n$ 及 $\pm e_y$ ，根据式 (2-16)，由 $\pm e_i$ 求 $\pm e_y$ 的方法有以下两种：

(1) 绝对值法

这是将各分项误差绝对值相加求 e_y 的方法。

$$e_y = \pm \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} e_i \right| \quad (2-18)$$

绝对值法求得的 e_y 值一般偏大，多用于 n 较小的情况。

(2) 均方根法

在各分项误差 e_i 都服从正态分布，且与 e_y 有相同的置信系数 k 时，则

$$e_y = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} e_i \right)^2} \quad (2-19)$$

该方法求得的 e_y 值一般接近实际情况，尤其在 n 的数字较大时，更接近实际情况。

3. 随机误差的合成

在式 (2-15) 中，如已知 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的随机误差不确定度为 $\pm \delta_1, \pm \delta_2, \dots, \pm \delta_n$ ，由式 (2-9) 知各 x_i 所对应的随机误差标准差 $\sigma_i = \delta_i/t_i$ (t_i 为 x_i 随机误差的置信系数)。由概率论知，在各 σ_i 都服从正态分布且相互独立时，合成随机误差的标准差 σ_y 为

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2} \quad (2-20)$$

由 $\sigma_y = \delta_y/t$ ， $\sigma_i = \delta_i/t_i$ 及式 (2-20) 得 y 的随机误差不确定度 δ_y 为

$$\delta_y = \pm t \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2} = \pm t \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\delta_i}{t_i} \right)^2} \quad (2-21)$$