

# 工程力学习题指导

上册

(静力学)

中国建筑工业出版社

本书主要介绍工程力学的解题方法及其有关内容的理论要点。全书分三册出版。上册为静力学,中册为材料力学,下册为运动及动力学。各分册的章节内容主要参考高等学校工程力学课的教材进行安排。每章包括理论要点、例题示范和习题三个部分。绝大部分习题均有答案。

本册为静力学。包括力的基本概念和静力学基本公理、汇交力系、平面力系、刚体系统、平面桁架、摩擦、空间力系、重心和形心八章。共有例题70个,习题102个。

可供一般工程技术人员及土建等专业的大专院校师生参考。

## 工程力学习题指导

上册

(静力学)

范钦珊 编

\*

中国建筑工业出版社出版 (北京西郊百万庄)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国建筑工业出版社印刷厂印刷 (北京阜外南礼士路)

\*

开本: 850×1168毫米 1/32印张: 6 3/4字数: 181千字

1980年8月第一版 1980年8月第一次印刷

印数: 1—50,150册 定价: 0.66元

统一书号: 15040·3618

## 序

目前所称的《工程力学》包括理论力学和材料力学两个部分。前者研究物体运动最简单的形态——机械运动，即研究物体空间位置的变化，主要属于刚体力学的范畴；后者研究物体变形及内部受力，属于变形体力学的范畴。两者之间有着一定的联系，也有一些共同的规律，例如研究平衡的规律，而且材料力学又是以理论力学为基础的。

研究物体的运动和变形规律，不仅能使人们懂得日常生产和生活中所发生的各种现象，而且对于建筑工程、机械制造、水利工程、电力工程，石油与化学工程，核反应堆工程，以及航空与宇航等工程部门都有着非常重要的实际意义。因此，理论力学和材料力学是这些工程科学的基础。

怎样学好理论力学和材料力学中的基本概念和基本理论，掌握它们的基本分析方法，并运用它们去分析和处理工程实际问题，不仅是高等工科院校大部分专业的学生，而且也是有关专业的工人和工程技术人员共同关心的问题。编写这本习题指导的目的，除了介绍解题方法外，还想对初学者如何学好理论力学和材料力学提供一些学习方法。

分析和解题过程，既是应用基本概念、基本理论和基本方法的过程，又是加深理解的过程。解题前应当对有关的基本概念、基本理论和基本方法有比较全面和正确的认识。解题时，首先要弄清已知条件是什么，要求的是什么，分析的问题属于什么性质；其次，根据问题的性质，分析解决这类问题需要应用哪些基本概念和基本理论；第三，在上述分析的基础上归纳出解题过程与步骤，算出所需的结果；最后，还需应用有关的概念和理论去

判断和检查所得结果是否正确。教学实践表明：只有这样才能达到解题的目的做到“举一反三”，通过解题而精通它的理论，使学者逐步掌握应用这些理论进行分析问题和解决问题的方法。

当然，要学好理论力学和材料力学还需要有一定的实践相配合，如在试验室中进行一定的力学实验等，但这些已超出本书的范围，书中将不予介绍。

根据以上要求，每章中都首先对基本的理论和方法作简要叙述，然后，通过若干例题示范，介绍分析和处理问题的方法，最后，提供一些练习用的习题；为便于自学，大部分习题都附有答案。

书中所选例题和习题，包括以下三个方面：一是基本训练题；二是简单的工程实际题；三是近年来国外有关教材中较好的例题和习题。其中带“\*”者为难度较高的题目，读者可根据情况选读和选作。

本书的章节安排顺序，基本上与我国现行《理论力学》和《材料力学》教科书的系统相一致。但是，考虑到本书的侧重点是解题方法介绍，因此个别章节的安排与现行教科书又略有差异。

为适应不同专业的工程技术人员和教学人员的要求和学习的需要，本书分静力学、材料力学和运动学与动力学三个分册出版。

编写本书时，参考了编者所在单位清华大学力学教研组历年所编写的《理论力学》与《材料力学》及相应的习题集。

编者力图使本书反映清华大学力学教研组二十多年来教学工作的一些经验。因此，书中的内容不是编者个人劳动的成果，而是这个集体中全体成员（包括曾经在其中工作过的那些同志们）心血的结晶。但由于编者水平有限和体会不够，反映的经验也只能是点滴的，甚至使书中存在缺点和错误亦在所难免，谨请广大读者批评指正。

本书采用原公制单位，为便于读者对照，在静力学分册的最后，附有原公制单位与新的国际单位换算表。

范钦珊

1978.10.于清华大学

## 绪 论

静力学是研究作用在刚体上力的简化（即合成）和平衡的。它主要解决两类问题：一是将作用在刚体上的很多力进行简化，即用最简单的力系代替较复杂的力系。这类问题简称为“力系的简化问题”；二是建立物体在各种力系作用下的平衡条件。这类问题简称为“力系的平衡问题”。

在静力学中，研究对象是“刚体”。所谓刚体是指物体中各点间的距离在任何情形下都不发生改变，亦即物体在任何情形下都能保持其本身的形状而不发生变形。刚体是对实际存在的各种结构和构件的抽象化与简化。

实际上，完全刚体是不存在的。实际结构或构件在外力或其它因素作用下，或多或少总要发生变形。例如，两端支承在行车轨道上的吊车大梁，在起吊重物时，要发生弯曲变形；悬挂重物的钢丝绳在重物重量作用下，会产生伸长变形。这种抽象化和简化对于大多数的结构或构件在大多数情况下都是许可的。因为在大多数情况下，结构或构件的变形都是很小的；同时，这种小变形对于某些问题的结果影响很小，完全可以忽略不计。例如，吊车大梁在起吊重物时所产生的最大挠度（梁轴线在铅垂方向的最大变形）一般不超过梁的跨度 $1/500$ ，由于这种变形引起两个支承间的水平相对位移就更小了，它对于两端支承力的影响是微不足道的。因此，在研究吊车梁的平衡问题时，这种变形的影响便可略去不计。对很多问题的研究中，这种抽象化和简化是非常必要的。例如在上述吊车大梁中，如要考虑变形对两端支承力的影响，将使问题复杂化，而这种复杂化是毫无必要的。

上述有关刚体的抽象和简化，对于下列两种情况是不适用

的：一，当实际结构或构件的变形不是很小时，例如，某些弹性构件的大挠度和大应变问题，这类问题已超过一般材料力学所研究的范围；二，在研究结构或构件与变形有关的问题时，即使是小变形，也只有考虑变形才能得到问题的解答。例如，构件的强度、刚度和稳定问题都是和变形紧密联系的。但必须指出，在后一类问题中，当所讨论的是平衡问题时，例如运用平衡条件确定弹性体的内力，由于所应用的都是静力学的规律，因而可以忽略小变形的影响，将所讨论的弹性体视为刚体。在大变形的情况下，即使所讨论的是静力学问题，也不能这样做，而必须计及大变形对平衡的影响。

静力学所研究的两类问题（力系的简化和平衡），无论对于研究运动和变形都有着十分重要的意义。因为研究运动和变形都要研究力系作用的总效果，都要知道作用在构件上各种力的大小和方向。前者涉及到力系的简化；后者涉及到力系的平衡。例如，正在飞行中的飞机，受到推力、升力和空气阻力的作用，每一个力对飞机的运动都有影响，这种影响可以用这些力的合力的影响来代替。因此，要确定飞机的运动规律，即要确定这些力的总效果，就必须首先确定这些力的合力。又如在建筑工程和机械制造设计中要进行强度、刚度和稳定设计计算，也必须首先确定作用在构件上力的大小和方向。因此，静力学是学习材料力学、动力学以及其它一些技术科学的基础。

在学习静力学时，必须首先掌握有关力的基本概念和静力学的基本公理，然后掌握有关力系简化的基本理论，掌握在各种力系作用下，分析受力的基本方法。

本分册承清华大学力学教研组官飞等同志详细审阅，并提出很多宝贵意见。编者谨向他们表示衷心感谢。

# 目 录

## 绪 论

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 第一章 力的基本概念与静力学的基本公理 .....       | 1  |
| 一、理论要点 .....                    | 1  |
| § 1. 力的基本概念 .....               | 1  |
| § 2. 关于力的基本性质的公理 .....          | 2  |
| § 3. 等效的概念及有关等效的公理 .....        | 3  |
| § 4. 平衡的基本概念和关于平衡的基本公理 .....    | 4  |
| § 5. 力的投影及求合力的解析法 .....         | 5  |
| 二、例题示范 .....                    | 7  |
| 〔例题1·1〕——〔例题1·4〕 .....          | 7  |
| 三、习题 .....                      | 14 |
| 〔习题1·1〕——〔习题1·6〕 .....          | 14 |
| 第二章 汇交力系的平衡问题 .....             | 17 |
| 一、理论要点 .....                    | 17 |
| § 1. 约束与约束力 .....               | 17 |
| § 2. 物体受力分析——平衡对象、隔离体与受力图 ..... | 19 |
| § 3. 汇交力系的简化与汇交力系的平衡条件 .....    | 19 |
| § 4. 解决刚体平衡问题的一般方法与步骤 .....     | 22 |
| 二、例题示范 .....                    | 23 |
| 〔例题2·1〕——〔例题2·7〕 .....          | 23 |
| 三、习题 .....                      | 31 |
| 〔习题2·1〕——〔习题2·13〕 .....         | 31 |
| 第三章 平面力系的平衡问题 .....             | 38 |
| 一、理论要点 .....                    | 38 |
| § 1. 力对点之矩的概念 .....             | 38 |
| § 2. 力偶的概念及其性质 .....            | 39 |

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| § 3. 力向一点平移 .....             | 41  |
| § 4. 力偶系的简化与平衡 .....          | 42  |
| § 5. 平面力系的简化 .....            | 43  |
| § 6. 平面力系的平衡条件 .....          | 45  |
| § 7. 解题时应注意的问题 .....          | 46  |
| 二、例题示范 .....                  | 46  |
| (一) 力矩及力矩平衡 .....             | 46  |
| 〔例题3·1〕——〔例题3·6〕 .....        | 47  |
| (二) 力偶及力偶性质 .....             | 53  |
| 〔例题3·7〕——〔例题3·8〕 .....        | 53  |
| (三) 力系的简化 .....               | 56  |
| 〔例题3·9〕——〔例题3·10〕 .....       | 56  |
| (四) 平面力系平衡方程的应用 .....         | 59  |
| 〔例题3·11〕——〔例题3·19〕 .....      | 59  |
| 三、习题 .....                    | 72  |
| 〔习题3·1〕——〔习题3·23〕 .....       | 72  |
| 第四章 刚体系统的平衡问题 .....           | 82  |
| 一、理论与方法要点 .....               | 82  |
| § 1. 刚体系统平衡问题的特点 .....        | 82  |
| § 2. 求解刚体系统平衡问题的方法 .....      | 82  |
| § 3. 解题时要注意的几个问题 .....        | 85  |
| 二、例题示范 .....                  | 86  |
| 〔例题4·1〕——〔例题4·9〕 .....        | 86  |
| 三、习题 .....                    | 101 |
| 〔习题4·1〕——〔习题4·13〕 .....       | 101 |
| 第五章 平面桁架中杆件受力计算 .....         | 107 |
| 一、理论与方法要点 .....               | 107 |
| § 1. 桁架计算中的基本假定 .....         | 107 |
| § 2. 求桁架各杆内力的节点法 .....        | 107 |
| § 3. 求桁架各杆内力的截面法 .....        | 108 |
| § 4. 关于桁架的坚固性, 静定与静不定桁架 ..... | 109 |
| 二、例题示范 .....                  | 110 |
| 〔例题5·1〕——〔例题5·5〕 .....        | 110 |

|                                                 |     |
|-------------------------------------------------|-----|
| 三、习题 .....                                      | 120 |
| 〔习题5·1〕——〔习题5·7〕 .....                          | 120 |
| 第六章 摩擦平衡问题 .....                                | 123 |
| 一、理论要点 .....                                    | 123 |
| §1. 摩擦的基本概念, 有摩擦存在时物体可能发生的几种运动<br>趋势与静止状态 ..... | 123 |
| §2. 摩擦平衡问题的特点 .....                             | 124 |
| §3. 摩擦角的概念 .....                                | 126 |
| §4. 有摩擦时斜面上物体的运动和静止状态, 自锁现象 .....               | 127 |
| §5. 工程中常见的几类摩擦平衡问题 .....                        | 128 |
| §6. 滚动摩擦的概念 .....                               | 129 |
| 二、例题示范 .....                                    | 131 |
| 〔例题6·1〕——〔例题6·9〕 .....                          | 131 |
| 三、习题 .....                                      | 147 |
| 〔习题6·1〕——〔习题6·11〕 .....                         | 147 |
| 第七章 空间力系的平衡问题 .....                             | 152 |
| 一、理论要点 .....                                    | 152 |
| §1. 力在空间坐标轴上的投影 .....                           | 152 |
| §2. 力对轴之矩与空间力对点之矩 .....                         | 155 |
| §3. 空间力系的简化 .....                               | 157 |
| §4. 空间力系的平衡方程 .....                             | 160 |
| §5. 解空间力系平衡问题应注意的问题 .....                       | 160 |
| 二、例题示范 .....                                    | 161 |
| 〔例题7·1〕——〔例题7·8〕 .....                          | 161 |
| 三、习题 .....                                      | 176 |
| 〔习题7·1〕——〔习题7·15〕 .....                         | 176 |
| 第八章 重心与形心 .....                                 | 183 |
| 一、理论要点 .....                                    | 183 |
| §1. 合力之矩定理 .....                                | 183 |
| §2. 简单物体的重心及简单图形形心位置的确定 .....                   | 185 |
| §3. 组合物体的重心或组合图形形心位置的确定 .....                   | 186 |
| §4. 计算组合物体重心或组合图形形心位置的步骤 .....                  | 187 |
| 二、例题示范 .....                                    | 188 |

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 〔例题8·1〕——〔例题8·9〕 .....    | 188 |
| 三、习题 .....                | 198 |
| 〔习题8·1〕——〔习题8·14〕 .....   | 198 |
| 附录 国际单位及其与公制单位的换算关系 ..... | 204 |

# 第一章 力的基本概念与 静力学的基本公理

## 一、理 论 要 点

### § 1. 力的基本概念

一个物体对另一个物体的作用，若其结果使物体的运动状态发生变化或产生变形，则这种作用在力学上称之为“力”。两个物体的相互作用可以是直接接触的，也可以非直接接触的。前者所见甚多；后者如重力、电磁力等这种相互作用是通过某种“场”进行的：重力是通过地球与物体之间引力场进行的，电磁力是通过电磁场进行的。

一般情况下，力作用在物体上，将同时产生两种效果：一是使物体的机械运动状态发生改变，即运动效果（平衡则是其特殊情形）；二是使物体发生变形，即变形效果（刚体不发生变形则是在特定条件下的一种简化）。

力对物体的作用效果取决于力的大小、方向和作用点。但力对刚体的作用效果则取决于力的大小、方向和作用线的位置，因为力对于刚体只产生运动效果，而这种作用效果除与力的大小和方向有关外，还与力的作用线位置有关，而与力作用在这一作用线上的哪一点无关。

因为这样，力是矢量。矢量的模为力的大小；矢量的始端或末端为力的作用点，矢量所在的直线为力的作用线；矢量的指向即为力的方向。力一般用字母 $F$ 、 $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 等表示，黑体字 $F$ 、 $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 或 $\vec{F}$ 、 $\vec{P}$ 、 $\vec{Q}$ 、 $\vec{R}$ 等表示力矢量。

在工程单位制中，力的单位为公斤（kg）或吨（t）

## § 2. 关于力的基本性质的公理

公理 1：两个物体相互作用的力，大小相等，方向相反，作用线相同。

这是牛顿第三定律——作用与反作用定律。在这里容易将其与作用在一个物体上的一对平衡力相混淆。因为二者都是大小相等、方向相反、作用线相同的；但作用与反作用力分别作用在两个不同的（相互作用的）物体上；而一对平衡力则作用在同一个物体上。

读者可根据上述分析，通过一个具体问题弄清作用与反作用力和一对平衡力之间的区别。例如图 1·1(a) 所示，重量为  $P$  的小球用绳子悬挂在天花板上。现分析小球、绳子和天花板的受力，分别如图 1·1(b)、(c)、(d) 所示。从图中可以看出， $T_B$  与  $T'_B$  为小球与绳子在  $B$  点的作用和反作用力； $T_A$  和  $T'_A$  为绳子与天花板之间的作用和反作用力，至于作用在小球上的重力  $P$ ，其反作用力是什么呢？这个问题留给读者思考。需要注意的是，作用在小球上的力  $P$  与  $T_B$ ，及作用在绳子上的力  $T'_B$  与  $T_A$ ，彼此都不是作用与反作用力，而是平衡力。

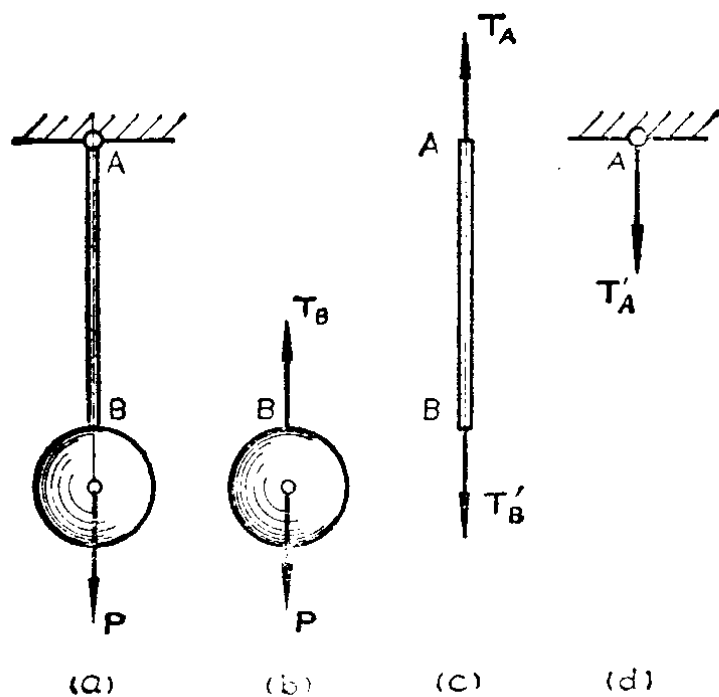


图 1·1 作用与反作用力

这一公理在受力分析中有着重要意义，特别当物体之间的联系比较复杂时更是如此。

为了正确应用这一公理，必须首先弄清“施力体”与“受力体”；然后弄清每一个力都是“谁”给“谁”的，这里的“谁”和“谁”指的就是施力体和受力体。

**公理 2：**作用于刚体上相交的两个力，其合力通过两个分力作用线的交点，合力的大小和方向由以这两个力为边所构成的平行四边形的对角线所确定。

这个公理又称为力的平行四边形法则。它表明合力是分力的几何和或矢量和。若 $R$ 为分力 $F_1$ 和 $F_2$ 的合力，则由上述公理得

$$R = F_1 + F_2$$

应用图解法则先将 $F_1$ 和 $F_2$ 沿力的作用线移至其交点 $O$ ，然后以 $F_1$ 和 $F_2$ 为边作平行四边形，如图1·2所示，图中自 $O$ 至 $O'$ 的矢量即为合力 $R$ 。

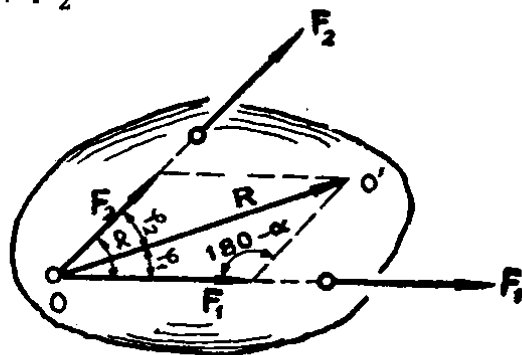


图 1·2 力的平行四边形法则

若用合力 $R$ 代替分力 $F_1$ 和 $F_2$ ，则刚体运动效果不变，即它们是等效的。

根据这一公理，已知两个分力的大小和方向，可以求得合力的大小和方向；反之，已知合力亦可求得它在两个已知方向上分力的大小。

### § 3. 等效的概念及有关等效的公理

如果作用于刚体上的力系可以用另一个力系来代替，而不改变刚体的运动状态，则称这两个力系互等或等效。

**公理 3：**在已知力系上附加任意平衡力系，或除去任意平衡力系，则不改变原来力系对刚体的作用。

这一公理又叫做“加减平衡力系公理”。它表明，加减平衡力系后，新力系与原来力系等效。

根据这一公理，可以将已知力沿其作用线移至任意点而不改

变力对物体的作用效果。这就是所谓“力的可传性”。

上述有关等效的概念和加减平衡力系公理以及力的可传性，都是针对运动效果而言的，因而只适用于刚体。当研究力对变形体所产生的变形效果时，这些都不适用。例如，图 1·3 所示之直杆，当研究其平衡（运动的特殊状）时，(a)、(b)、(c) 三种

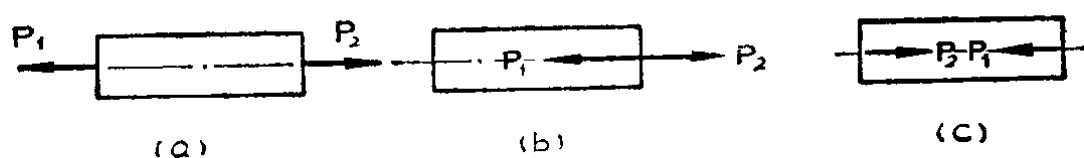


图 1·3 力的可传性及其限制

情况都是等效的，即运动效果皆为零；但当研究其变形效果时，三者则是截然不同的。

#### § 4. 平衡的基本概念和关于平衡的基本公理

作用于物体上所有的力组成的体系称为力系。一刚体在某个力系作用下处于静止或等速直线运动状态，则称力系的运动效果为零，即刚体处于平衡状态。使刚体处于平衡状态的力系称为平衡力系。

平衡必须相对于其周围某一参考物体而言才有意义。在静力学中，如不特别指明，所谓平衡是相对于地球而言的。

**公理 4：**作用于刚体上的两个力，使刚体处于平衡状态的必要和充分条件是：这两个力大小相等，方向相反，其作用线在一条直线上。

这一公理又称为二力平衡公理或二力平衡条件。

在建筑结构或各种机械中常常会遇到承受两个力的作用而处于平衡的各种形状的构件和零件，它们都必须满足二力平衡条件，这类构件或零件统称为“二力构件”。

**三力平衡条件：**根据公理 2 和公理 3，可以得到三力平衡条件：三个不平行的力作用于刚体上，其平衡的必要和充分条件是，这三个力的作用线必汇交于一点，且三个力的矢量按顺序首尾相连构成一封闭三角形。

图 1·4(a) 所示刚体受有不平行的三个力  $F_1$ 、 $F_2$  和  $F_3$  作用。为

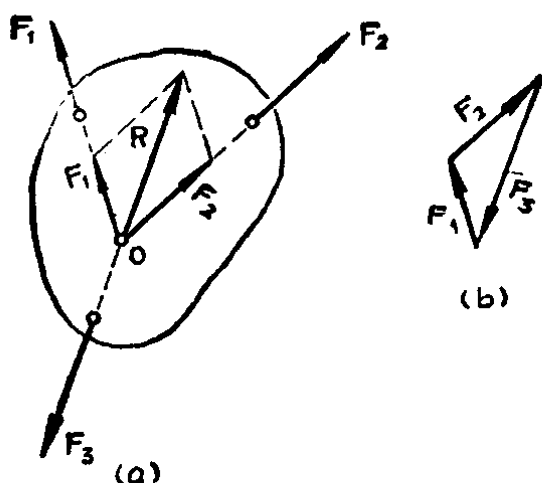


图 1.4 三力平衡条件

了说明其平衡条件，先将其中的两个力 $F_1$ 和 $F_2$ 之作用线延长交于 $O$ 点，再根据平行四边形法则用合力 $R$ 代替 $F_1$ 和 $F_2$ 。如果刚体是平衡的，则 $R$ 和 $F_3$ 必须满足二力平衡条件。

### § 5. 力的投影及求合力的解析法

根据力的平行四边形法则（图1.2），应用三角形关系，可以得到合力与分力的关系为

$$\begin{aligned} R^2 &= F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos(180^\circ - \alpha) \\ &= F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha, \end{aligned} \quad (1.1)$$

或

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}. \quad (1.2)$$

其中 $\alpha$ 为 $F_1$ 与 $F_2$ 的交角。

由正弦定理，得

$$\frac{F_1}{\sin\varphi_2} = \frac{F_2}{\sin\varphi_1} = \frac{R}{\sin(180^\circ - \alpha)},$$

即

$$\left. \begin{aligned} \sin\varphi_1 &= \frac{F_2\sin\alpha}{R}, \\ \sin\varphi_2 &= \frac{F_1\sin\alpha}{R}. \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

其中 $\varphi_1$ 和 $\varphi_2$ 分别为 $R$ 与 $F_1$ 和 $F_2$ 的交角。

除了上述方法外，还可以应用力的投影求合力。

自力矢量的始端和末端分别向某一确定轴上作垂线，得到两个交点，这两个交点之间的距离，称为力在该轴上的“投影”。投影与分力不同，它不是矢量而是标量，其正负由其指向而定。与轴指向一致者为正；反之为负。

在静力学中常用的是力矢量在直角坐标上的投影。对于平面问题，如图1·5所示，力 $F$ 在 $x$ 、 $y$ 轴上的投影分别为

$$F_x = F \cos \theta; \quad F_y = F \cos \varphi = F \sin \theta. \quad (1.4)$$

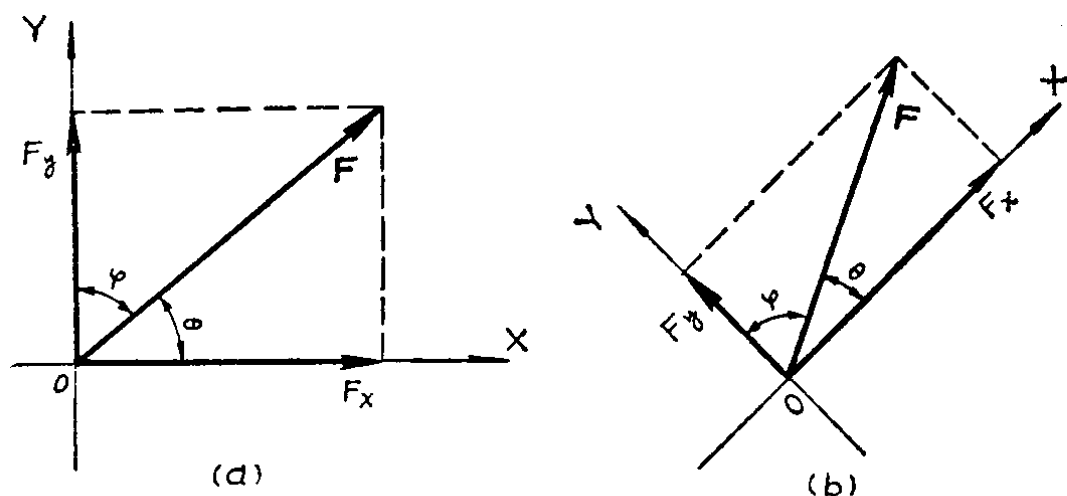


图 1·5 力在坐标轴上的投影

其中 $\theta$ 与 $\varphi$ 分别为 $F$ 与 $X$ 和 $Y$ 轴正方向之间的夹角； $\cos \theta$ 和 $\cos \varphi$ 为力矢量 $F$ 的方向余弦。

根据(1·4)式，已知力矢量可以求其投影；反之，已知力在各坐标轴上的投影，亦可确定力矢量，即确定力的大小与方向：

$$\left. \begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2}; \\ \theta &= \operatorname{arctg} \frac{F_y}{F_x}. \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

如果欲求 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 等分力的合力，采用投影的方法是：先计算各分力在 $x$ 、 $y$ 坐标轴上的投影 $F_{1x}, F_{2x}, \dots, F_{nx}$ 和 $F_{1y}, F_{2y}, \dots, F_{ny}$ ；然后求其代数和，得到合力 $R$ 在 $x$ 、 $y$ 轴上的投影：

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx};$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny}.$$

最后，根据(1·5)式，求得合力 $R$ 的大小与方向：即

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2};$$

$$\theta = \arctg \frac{R_y}{R_x}。$$

## 二、例 题 示 范

〔例题1·1〕 螺钉A上作用着两个力P和Q， 其方向如图 (a) 所示， 其值分别为P = 40kg， Q = 60kg。

试确定P和Q的合力。

〔解〕 (一) 用图解法求解

以P和Q为边， 按比例作平行四边形， 如图 (b) 所示。 从图中量出合力

$$R = 98\text{kg}, \qquad \alpha = 35^\circ。$$

$\alpha$ 为合力R的作用线与水平线的夹角。

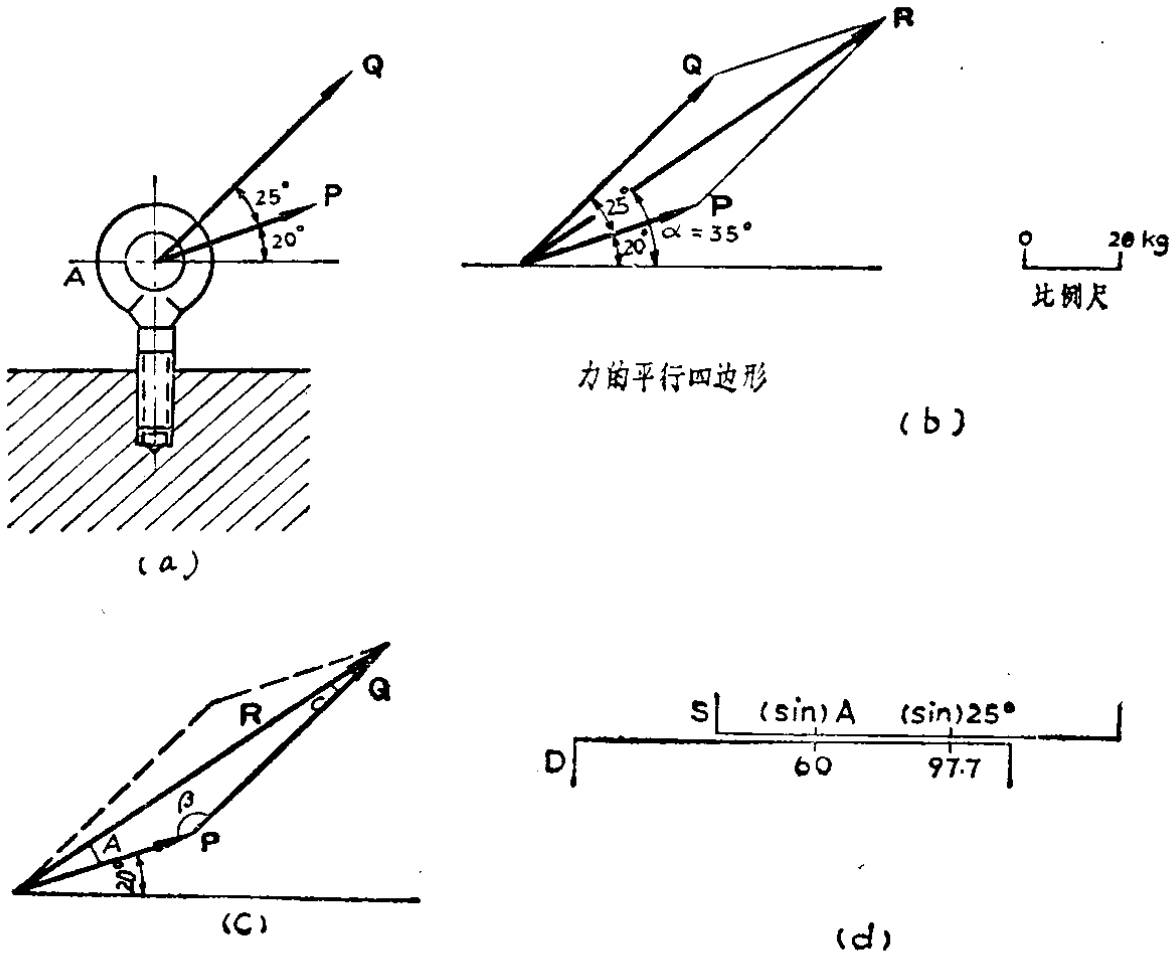


图 例题1·1