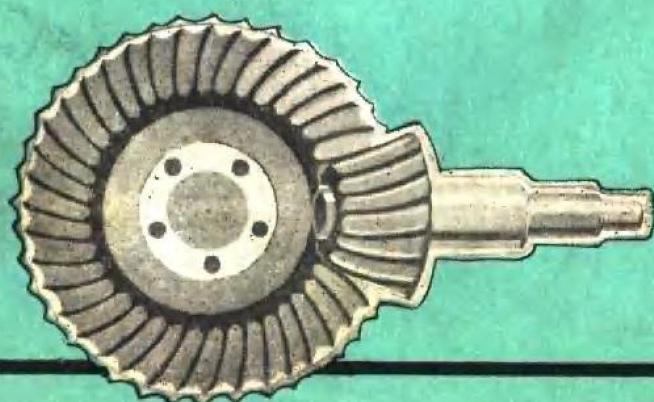


锥齿轮加工简化计算

李敦信、包润阁、王德友 编



机械工业出版社

锥齿轮加工简化计算

李敦信、包润阁、王德友 编

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 · 印张 19 3/4 · 字数 482 千字

1978 年 8 月北京第一版 · 1978 年 8 月北京第一次印刷

印数 000,001—50,000 · 定价 1.60 元

*

统一书号：15033 · 4422

出版说明

随着我国机械工业的迅速发展，锥齿轮传动尤其是弧齿锥齿轮的应用日益广泛。

在锥齿轮加工中，目前采用的计算公式比较复杂。哈尔滨汽轮机厂对此做了简化工作，曾将资料印发有关单位广泛征求意见。此后，黑龙江省工业技术交流馆为总结和推广这一经验，会同该厂组织了编写组，在调查研究的基础上对原稿进行了修改，编成此书。

在编写本书的过程中，承有关单位和同志的大力支持，在此表示衷心感谢。

欢迎广大读者提出宝贵意见，以便本书逐步完善。

主要符号及名称

序号	符 号 名 称	符 号	序号	符 号 名 称	符 号	
1	模 数	端 面	m_s	12	锥齿轮节圆半径	r
		法 向	m_n	13	假想锥齿轮的节圆半径	R_c
2	压力角	端 面	α_s	14	铣刀盘名义半径(直径)	$r_u(D_u)$
		法 向	α_n	15	锥齿轮角速度	ω
3	螺旋角	中 点	β_c	16	假想锥齿轮的角速度	ω_c
		大 端	β_e	17	锥齿轮副的传动比	i
		小 端	β_i	18	当量圆柱齿轮传动比	i_ϕ
4	齿 数		z	19	滚切传动比	$i_{\text{滚}}$
5	锥 角	节 锥 角	φ	20	修正后滚切传动比	$i'_{\text{滚}}$
		顶 锥 角	φ_e	21	当量圆柱齿轮齿数	z_ϕ
		根 锥 角	φ_i	22	冕轮齿数(未修正产形轮齿数)	z_c
6	齿 角	齿 顶 角	γ'	23	产形轮齿数	z'_c
		根 锥 角	γ''	24	产形轮滚切锥角	φ_c
7	节锥母线长度	外 锥 距	L_e	25	齿轮副中任一齿轮节锥角	φ_x
		中点锥距	L	26	经修正后齿轮的节锥角	φ'_x
		内 锥 距	L_i	27	齿廓任意点压力角	α_x
		齿 面 宽	b	28	压力角偏差	$\Delta\alpha$
8	齿 高	全 齿 高	h	29	端齿廓重叠系数	ε_s
		有效齿高	h_p	30	纵向重叠系数	ε_b
		齿 顶 高	h'	31	总重叠系数	ε
		齿 根 高	h''	32	轴交角	δ
9	间 隙	径 向	c	33	单面法刀架安装角	λ
		法 向	c_n	34	双面法刀架安装角	$\lambda_{\text{双}}$
10	系 数	高度变位	ξ	35	垂直于齿厚刨刀调整量	ΔH
		切向变位	K_τ	36	机床摇台下摆动角	Q_F
		齿 根 角	δ_γ	37	直齿锥齿轮轴向位移量	$\Delta L'$
11	直 径	节 圆	D_0	38	任意点螺旋角	β_x
		顶 圆	D_e	39	齿宽系数($K'_b = \frac{1}{K_b}$)	K'_b
				40	大端螺旋角系数	β_{eh}, A_e

(续)

序号	符 号 名 称	符 号	序号	符 号 名 称	符 号
41	小端螺旋角系数	β_{ik}, A_i	66	垂直座标变化量	ΔV
42	采用公制尺寸螺旋角系数	A'_e, A'_i	67	水平座标变化量	ΔH
43	螺旋角换算系数	K_ϕ	68	准双曲面位移	E
44	螺旋角偏斜	$\Delta\beta$	69	准双曲面位移变化量	ΔE
45	刀盘半径变化量	Δr	70	刀盘极角	q
46	节线上任意点至齿面中点距离	x	71	刀盘径向刀位	U
47	滚比改变量	Δi	72	水平轮位移动量	ΔL
48	大端法向弦齿厚	S'_{xn}	73	轴向轮位移动量	$\Delta X P$
49	大端法向弦齿高	h'_{xn}	74	床鞍移动量	$\Delta X B$
50	齿顶高系数	f'_h	75	理论刀号	N_0
51	齿根高系数	f''_h	76	实际采用刀号	$N_{实}$
52	端面弧齿厚系数	f_s	77	刀号差	ΔN
53	刀顶距	W	78	刀号修正滚比变化量	K
54	端面弦齿厚系数(大轮)	F_{ks}	79	滚切锥与公称节锥之差	$\Delta \Phi$
55	端面弦齿厚系数(小轮)	F_{ms}	80	接触区长度	B
56	法向弦齿厚系数(大轮)	B_K, A_K	81	刀盘曲率半径总修正量	Δr_u
57	法向弦齿厚系数(小轮)	B_M, A_M	82	实际与理论接触区长度之差	x
58	法向弦齿厚系数	K_1, K_2	83	实际与理论接触区中心之差	x
59	法向弦齿厚、弦齿高修正值(大轮)	Q_{BK}, Q_{AK}	84	修正后刀架安装角	λ_k
60	法向弦齿厚、弦齿高修正值(小轮)	Q_{BM}, Q_{AM}	85	刀架安装角变化量	$\Delta \lambda$
61	单面法大轮刀顶距系数	F_{kw}	86	材料弹性变形分离量	ΔS
62	单面法小轮刀顶距系数	F_{mw}	87	齿高局部接触系数	F_h
63	双面法小轮弦齿厚系数	K_w	88	改变齿廓曲率修正滚比系数	K_E
64	刀盘垂直座标位置	V	89	精切齿凹面产形轮齿数	z_{ce}
65	刀盘水平座标位置	H	90	精切齿凸面产形轮齿数	z_{ci}

目 次

第一章 概述	1
一、锥齿轮的基本类型	1
(一) 按轴线相互位置分类	1
(二) 按节面齿线分类	1
(三) 按齿高分类	1
(四) 按齿廓分类	1
二、锥齿轮的特点及其应用	1
三、锥齿轮常见加工方法	3
(一) 按刀具和工件的相对运动分	3
(二) 按工艺特点分	6
四、锥齿轮传动啮合原理	7
五、锥齿轮切削啮合原理	8
六、圆锥齿轮齿线的形成	10
七、圆锥齿轮的齿廓曲线	11
八、锥齿轮啮合重叠系数的计算	11
第二章 直齿锥齿轮主要调整的简化计算	13
一、刀架安装角调整计算公式的推导及其简化	13
(一) 刀架安装角通用计算公式	13
(二) 单分齿刀架安装角的简化计算公式	15
二、滚切摆动角的确定及其简化计算公式	19
三、齿厚余量(轴向移动量 $\Delta L'$ 值)的调整计算	22
第三章 弧齿锥齿轮螺旋角	25
一、弧齿锥齿轮螺旋角计算公式及其简化	25
(一) 大端和小端螺旋角计算公式的简化	27
(二) 零度弧齿锥齿轮大端和小端螺旋角计算公式的简化	28
(三) 径向弧齿锥齿轮大端和小端螺旋角计算公式的简化	28
(四) 等高弧齿锥齿轮螺旋角的计算	29
二、弧齿锥齿轮中点螺旋角的确定	30
三、弧齿锥齿轮螺旋角偏斜的产生原因	30
(一) 由于刀盘轴心线与节锥母线不垂直所引起的螺旋角偏斜 $\Delta\beta_y''$	30
(二) 齿线上任意点螺旋角与中点螺旋角之差 $\Delta\beta_x$ 的确定	31
(三) 刀盘半径变化量 Δr 对齿面宽中点螺旋角的影响	38
(四) 齿线上任意点 x 的变化量与刀盘半径变化量 Δr 的关系	42
(五) 滚比的变化量 Δi 与螺旋角偏斜 $\Delta\beta_i$ 的关系	46
(六) 刀号偏差 ΔN 与螺旋角偏斜 $\Delta\beta_N$ 的关系	49
第四章 大端法向弦齿厚及弦齿高的简化计算	50
一、大端法向弦齿厚及弦齿高计算公式的推导	50

二、计算弦齿厚、弦齿高的基本参数	53
三、大端法向弦齿厚及弦齿高的计算公式及其简化	54
(一) 弦齿厚及弦齿高计算公式	56
(二) 大端法向弦齿厚及弦齿高的简化计算公式	57
四、等高弧齿锥齿轮	65
五、零度和径向弧齿锥齿轮	67
六、非正交锥齿轮	67
(一) 正交齿轮与非正交齿轮传动比之间的关系	67
(二) 正交和非正交锥齿轮冕轮齿数间的关系	69
(三) 当轴交角 $\delta \neq 90^\circ$ 时, 小轮和大轮节锥角的确定	69
(四) 非正交锥齿轮冕轮齿数的确定	69
(五) 当量正交锥齿轮小轮齿数和大轮齿数的确定	69
(六) 非正交锥齿轮大端法向弦齿厚和弦齿高的计算	70
七、弧齿锥齿轮大端法向弦齿厚公差的确定	72
第五章 锥齿轮接触区偏差产生原因的分析及其消除方法	76
一、基本概念	76
(一) 锥齿轮的啮合接触区	76
(二) 刀位、轮位和床位	77
(三) 刀号制度	79
(四) 刀号修正切削法	81
二、锥齿轮接触区偏差产生原因的分析及其消除方法	84
(一) 齿顶或齿根接触	84
(二) 长或短接触	88
(三) 对角线接触	94
(四) 大端或小端接触	99
(五) 宽或窄接触	104
第六章 弧齿锥齿轮加工调整计算卡	116
附表一 刀架安装角 λ 值(度)	124
附表二 计算螺旋角的系数	142
(一) β_{eh} 、 β_{ik} 、 A_e 、 A_i 系数表	142
(二) A'_e 、 A'_i 系数表	158
(三) K_ϕ 系数表	160
附表三 计算弦齿厚和弦齿高的系数	161
(一) δ_γ 、 F_{Ks} 、 F_{Ms} 、 B_K 、 B_M 、 A_K 、 A_M 系数及 z_c 、 i 值表	161
(二) K_1 、 K_2 系数表	214
(三) Q_{AM}^2 、 Q_{MK}^2 表	225
附表四 K 值表	228

第一章 概 述

锥齿轮传动，尤其是弧齿锥齿轮传动，由于它具有传动平稳、噪音小、强度高等优点，所以在航空（飞机、宇宙飞船）、运输（内燃机车、轮船、汽车）、机床、仪表、起重、冶金、矿山及农业机械传动中，应用得越来越广泛。

为便于大家掌握锥齿轮各参数的计算和接触区的调整，本章对锥齿轮的基本类型、特点及应用范围、锥齿轮常见的加工方法及锥齿轮传动和切削啮合原理作一简单介绍。

一、锥齿轮的基本类型

（一）按轴线相互位置分类

- 1) 两轴线相交而垂直，轴交角等于 90° 。
- 2) 两轴线相交而不垂直，轴交角大于或小于 90° 。
- 3) 两轴线不相交而垂直（准双曲面锥齿轮）。

（二）按节面齿线分类

- 1) 直齿及斜齿锥齿轮。
- 2) 弧齿锥齿轮，其中包括一般弧齿、零度弧齿及径向弧齿锥齿轮。
- 3) 延伸外摆线（简称摆线）锥齿轮。
- 4) 准渐开线锥齿轮。

（三）按齿高分类

- 1) 等高齿锥齿轮，其中包括弧齿及摆线等高锥齿轮。
- 2) 收缩齿锥齿轮，其中包括直齿、斜齿及弧齿锥齿轮。

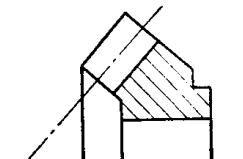
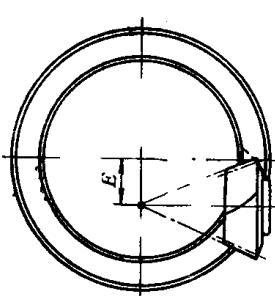
（四）按齿廓分类

- 1) 齿廓为渐开线齿形。
- 2) 大轮齿廓为直线齿形（传动比 $i > 2.5$ ），而小轮为准渐开线齿形。
- 3) 齿廓为圆弧形。

二、锥齿轮的特点及其应用

锥齿轮的特点及其应用见表 1-1。

表1-1 锥齿轮特点及应用

序号	类型	简图	特点	应用范围
1	直齿锥齿轮	(见图1-17 a)	1. 承载能力较底; 2. 噪音较大, 但鼓形齿或经磨削加工的直齿锥齿轮其噪音较小; 3. 锥齿轮的装配误差和在载荷作用下轴心线的变形, 将直接影响齿面接触区的方向、位置和形状; 对鼓形齿影响较小; 4. 轴向力方向固定, 轴向和径向推力比曲线齿小	用于低转速、负荷小而稳定的传动, 其线速度 $v \leq 5$ 米/秒, 采用成形加工的直齿锥齿轮 $v \leq 2$ 米/秒, 齿面经磨削后其线速可以提高
2	弧齿锥齿轮	一般弧齿 (见图1-17 c)	1. 齿轮啮合重叠系数比直齿锥齿轮大, 可传递较大的负荷, 转速高、传动平稳、噪音小; 2. 轴向推力随螺旋角的增大而增大, 其方向与齿轮的旋转方向有关; 3. 零度弧齿锥齿轮, 其中点螺旋角 $\beta_c = 0^\circ$, 轴向推力与直齿锥齿轮相近;	1. 用于要求噪音小、转速高 ($v > 5$ 米/秒)、承载能力较大的传动; 2. 经磨削后其线速度对一般弧齿锥齿轮 $v \leq 65$ 米/秒, 对零度锥齿轮 $v \leq 75$ 米/秒
		零度弧齿 (见图1-17 d)	4. 径向弧齿锥齿轮, 可按齿轮的转向, 选择适当的型式 ($\beta_e = 0^\circ$ 或 $\beta_i = 0^\circ$ 及螺旋角方向), 其轴向力可适当的减少; 5. 有局部接触, 对装配误差及变形不敏感;	
		径向弧齿 (见图1-17 e)	6. 可以磨削	
3	等高齿锥齿轮	 按齿线又可分为: 等高弧齿及等高摆线齿两种	1. 牙齿的大、小端其齿高相等, 即齿轮的顶锥角、节锥角和根锥角都相等; 2. 加工时机床调整方便, 计算简单, 而且加工精度较高; 3. 齿的小端处易产生根切和齿顶变尖, 使齿轮的强度减弱, 故适用于下列范围: 齿宽系数 ≤ 0.25 ; 小轮齿数 ≥ 9 ; 大轮齿数 ≥ 25	适用于单件小批生产
4	准双曲面锥齿轮	 按齿线可分为: 斜齿、弧齿及摆线准双曲面锥齿轮	1. 加工及参数计算较复杂; 2. 大、小轮的轴线有一相对位移 E , 以降低小轮传动轴的位置; 3. 大轮和小轮的螺旋角不相等	1. 主要用于汽车和重载荷的驱动中; 2. 可代替蜗轮传动; 3. 适用大批量生产

三、锥齿轮常见加工方法

(一) 按刀具和工件的相对运动分

1. 成形法

成形法所用的刀具，其切削刃的形状和齿轮的齿廓相近似。加工时，刀具和工件没有相对的滚切运动，刀具只作切削运动。用这种方法加工的齿轮，其齿廓精度取决于刀具的制造精度。随着加工方法的不断完善，对传动比 $i > 2.5$ 的锥齿轮，其大轮(直齿或弧齿)可用直线齿廓代替，这时可用成形法加工，其生产率比滚切法可提高 4~5 倍。

2. 滚切法

滚切法是刀具和工件作相对滚切运动，刀具切削刃在连续切削的过程中所形成的包络线，即为齿轮的渐开线齿形(图1-1)。在切削直齿和斜齿圆柱齿轮时，刀具和工件的相对运动，相当于齿条的直线运动和齿轮的圆周运动(图1-2)，而刀具的切削刃代表齿条的一侧或数侧，与被切齿轮啮合在一起。当切削锥齿轮时，刀具的切削刃代表产形轮(冕轮、冠轮或假想齿轮)一侧或数侧，而刀具和工件的相对运动，相当于产形轮和被切齿轮(齿坯)相啮合的圆周运动(图1-3~5)。切削锥齿轮，由于刀具顶宽受小端齿槽底的限制，所以一般分三次切削：

- 1) 粗切齿槽。
- 2) 精切(滚切)一齿侧。
- 3) 精切(滚切)另一齿侧。

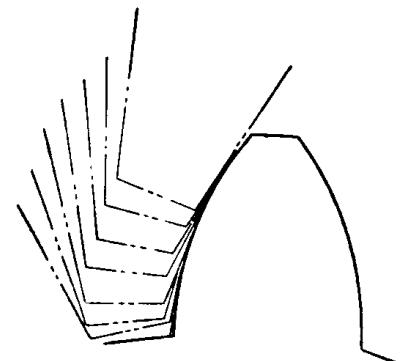


图1-1 滚切过程示意图

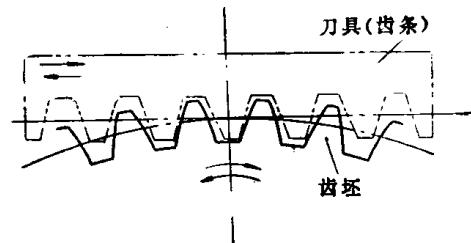


图1-2 切削圆柱齿轮示意图

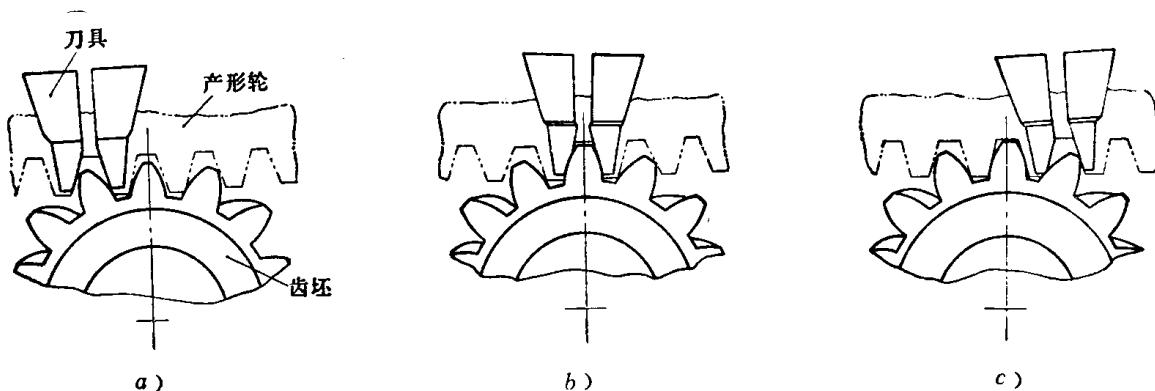


图1-3 刨削锥齿轮的滚切过程

a) 切削开始位置 b) 切削中间位置 c) 切削终止位置

但对刨齿，精切两齿侧是刨刀一次往复运动而完成，所以只分粗切和精切两次切削。

图1-6为按滚切原理用成对碟形铣刀切削直齿锥齿轮的示意图。两碟形铣刀的刀齿相互

交错进行切削，同时加工齿轮的一个齿槽。切削时铣刀形成半径通过齿面宽中点，并且在齿槽方向上不作进给运动，所以切出的齿槽是凹形槽，但因铣刀的直径较大，所以对齿轮的质量影响很小。

由于铣刀的切削刃为内锥面，故切出的齿槽在纵向齿线呈鼓形。

图 1-7 为采用鼓形齿锥齿轮传动时的接触区情况，在载荷作用下锥齿轮的轴心线虽略有偏移，使接触区中心位置起了变化，但齿轮仍能安全地运转。

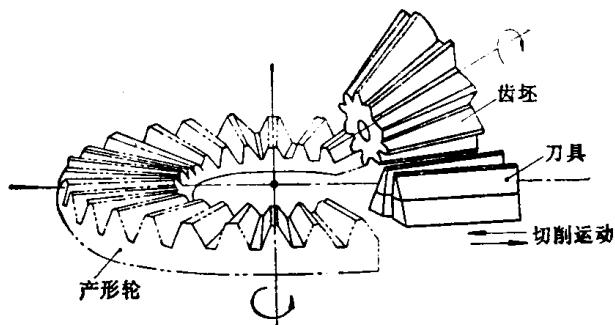


图 1-4 产形轮（刨刀）与被切齿坯的啮合情况

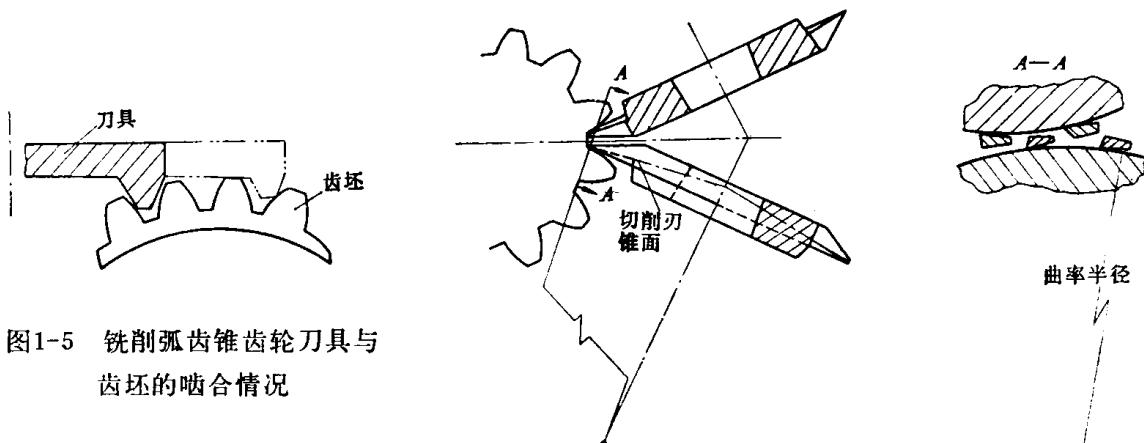


图 1-5 铣削弧齿锥齿轮刀具与齿坯的啮合情况

图 1-6 用成对碟形铣刀铣削直齿锥齿轮的示意图

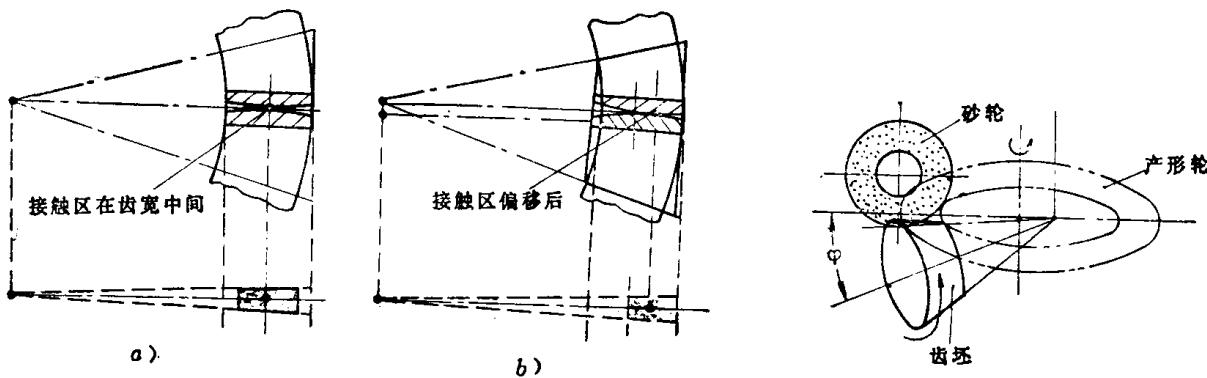


图 1-7 采用鼓形齿啮合接触区的变化情况

图 1-8 磨直齿锥齿轮示意图

为提高锥齿轮的精度，淬火后还要进行磨齿，经磨削后齿表面光洁度可达 $\nabla 7$ ，其传动精度可达 6~7 级。

图 1-8 及图 1-9 分别表示磨削直齿、弧齿锥齿轮的示意图。其磨削原理仍为辗成法。另外，也采用两片碟形砂轮磨削直齿锥齿轮，其原理与直齿铣齿机的切削原理基本相同，通过砂轮的内锥可磨成鼓形齿。

对差速直齿锥齿轮，若采用拉铣法加工（图 1-10），其效率比刨齿法可提高 10 倍以上。拉

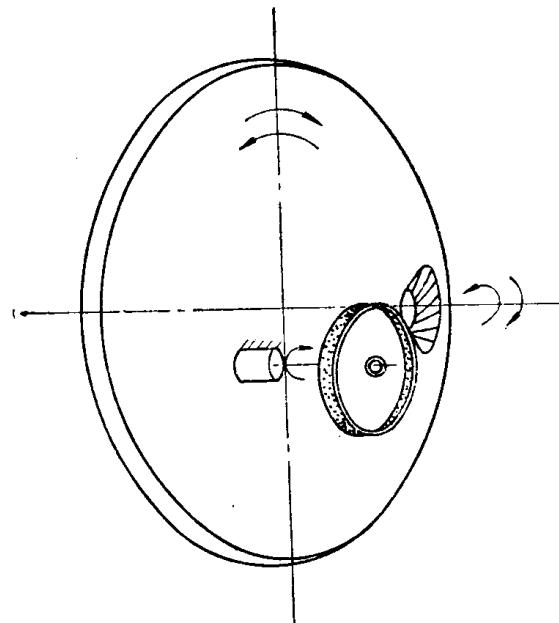


图1-9 磨弧齿锥齿轮示意图

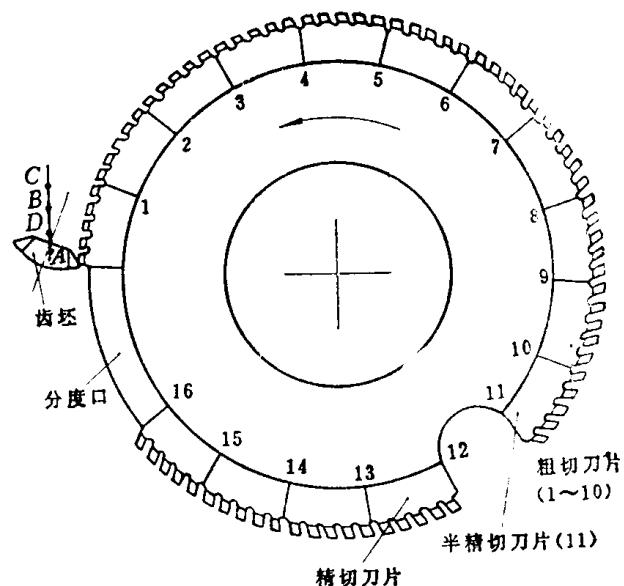


图1-10 用拉铣法加工直齿锥齿轮示意图

A—冲程开始位置 AB—粗加工冲程 B—停止位置
BC—半精加工冲程 CD—返回精加工冲程 DA—一分度一返回到开始位置

铣法齿轮的齿形是按滚切原理形成的，但其齿廓曲线为圆弧形，不是渐开线形。用这种方法粗、精切时，刀盘每转一转便切出一个齿槽，一般只需2~4秒。

3. 半滚切法

当锥齿轮的传动比 $i > 2.5$ 时，大轮的齿廓曲率小，接近于直线，因此可用截面为直线形的刀具以成形法切削，即加工出来的大轮齿向齿廓为直线形。

在齿轮传动中，渐开线齿廓的圆柱齿轮，均可与直径为无穷大、齿廓为直线的齿条相啮合；而在锥齿轮副中，当大轮的齿廓为直线时，由于直径不是无穷大，故不能与齿廓为渐开线的小轮啮合，从图1-11可知小轮齿顶和齿根多了一块金属。为使小轮和大轮的齿面能正确地共轭啮合，小轮在齿顶和齿根部分的齿廓曲率应增大，以补偿大轮齿廓曲率的减少，因此小轮的齿形在齿顶和齿根部分应切去部分的金属。

修正小轮齿顶和齿根的曲率，目前常用滚切变性机构，使摇台在旋转时有一附加运动，即小轮以等速度旋转，而摇台作等加速度或等减速度地旋转。

在图1-11中，P点是共轭齿轮副的啮合节点。为了修正小轮齿顶和齿根处的曲率，在P点的滚切等加速度或等减速度应为零，P点便是等加速度与等减速度的转折点，也就是说，滚切修正速度由P点向齿顶（或由P点向齿根）均为等加速度，与其相反由齿顶（或齿根）至P点的滚切运动速度均为等减速度。

当锥齿轮副的传动比大于2.5，大轮直线齿廓用成形法切出，小轮的齿廓用滚切变性修正的方法与大轮配切，这种加工方法称谓半滚切法。半滚切法可大大缩减大轮的切削时间，从

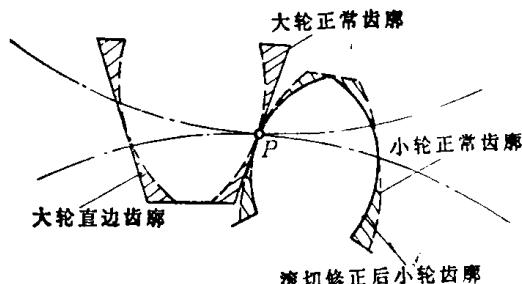


图1-11 半滚切齿轮副齿廓的啮合情况

而提高了生产效率。

另外，与半滚切加工方法基本相似的有螺旋成形法，大轮在法向截面上的齿形为直线形，用双面刀盘加工，与大轮相配的小轮是滚切的，一般采用固定安装法加工。

用螺旋成形法加工的齿面，其光洁度较好，并易控制齿面的接触区位置，生产率高。其最大的特点是：刀盘在切削过程中有复合的回转和往复运动（图1-12）；刀盘每转一转往复行程一次便切出一个齿槽，而工件在刀片间隔处分度。

（二）按工艺特点分

弧齿锥齿轮的加工，由于加工工艺方法不同又可分为单面法、双面法及双重双面法。这几种方法的比较见表1-2。

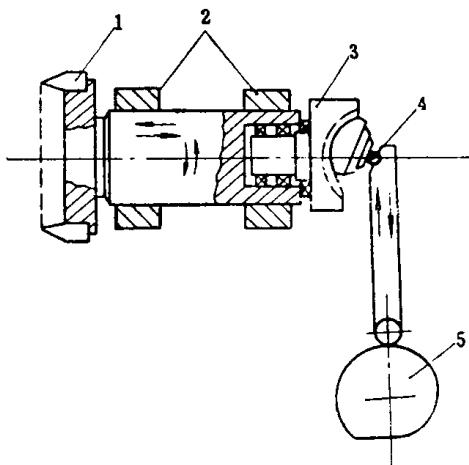


图1-12 螺旋成形法铣刀盘的运动示意图

1—刀盘 2—滑动轴承 3—摇台导向板
4—青铜滚珠滑块 5—凸轮

表1-2 单面法、双面法及双重双面法的比较

切齿方法	特 点	需要机床	需要刀盘	优缺点	适用范围
单面法	大轮和小轮齿的两侧面粗切一起切出，精切单独进行，小轮按大轮配切。单面法刀盘的刀号，当按任一刀号与理论刀号之差来调整机床时，称谓一般单面法；为减少刀盘的数量及规格，当采用标准刀号与理论刀号之差来调整机床时称谓单号单面法	万能切齿机床一台	一把双面刀盘	接触区不能调整，生产效率低，但可解决由于刀盘和机床数量不足的问题	单件小批生产
	固定双面法	大轮粗、精切和小轮的粗切，采用单独的双面刀盘切出齿槽的两侧面；精切小轮各用一把精切刀盘分别切出齿槽的两侧面	大轮粗、精切和小轮的粗切各采用单独的机床进行（3台）；精切小轮的凹凸面各用一台	大轮：粗切刀盘（1把）精切刀盘（1把） 小轮：粗切刀盘（1把）外精切刀盘（1把）内精切刀盘（1把）	适用于成批大量生产
双面法	单号双面法	刀盘刀号，对固定双面法是按理论刀号；单号双面法按标准刀号，按大轮、小轮分别调整机床	对单号双面法仅用一台万能机床	刀盘数量较多，生产效率比单面法较高	适用于小批、中批生产
	半滚切法	与固定双面法基本相同。但大轮为直线齿廓用成形法切出；小轮的齿面与大轮配切，用滚切变性的方法修正小轮齿廓的曲率	同固定双面法	同固定双面法	成批、大量生产
螺旋成形法	与半滚切法相同。但在精切大轮时，刀盘每转一转刀盘沿其自身轴线作一次往复行程，便切出一个齿槽	同固定双面法	同固定双面法	接触区和齿面光洁度较好，生产率高	成批、大量生产
双重双面法	大轮和小轮均用双面刀盘同时切出齿槽的凸面和凹面	粗、精切大轮和小轮各用一台	大轮、小轮的粗切、精切各用一把刀盘	生产效率高，但接触区不易控制，质量较差	适用于模数小于2.5毫米、传动比为1的齿轮大批量生产

四、锥齿轮传动啮合原理

锥齿轮传动啮合原理和圆柱齿轮传动啮合原理一样，共轭齿轮的节圆锥当按一定的传动比作无滑动的滚动时，大小齿轮其公共节锥母线 OP 上的任一点具有相等的圆周速度。

由图 1-13 可知，在 P 点上的圆周速度为：

$$v = r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2$$

故圆锥齿轮的传动比 i 与齿轮副齿数 z_1 、 z_2 ，节锥角 φ_1 、 φ_2 及节圆半径的关系式为：

$$\begin{aligned} i &= \frac{r_2}{r_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \\ &= \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} \end{aligned} \quad (1-1)$$

根据齿轮副的轴交角 δ ，由(1-1)式可以推导出大轮和小轮节锥角和传动比之间的关系式为：

$$\left. \begin{aligned} \tan \varphi_1 &= \frac{\sin \delta}{i + \cos \delta} \\ \tan \varphi_2 &= \frac{\sin \delta}{\frac{1}{i} + \cos \delta} \quad \text{或 } \varphi_2 = \delta - \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

上式中轴交角 δ 为：

$$\delta = \varphi_1 + \varphi_2$$

当轴交角 $\delta = 90^\circ$ 时，由(1-2)式可得小轮和大轮的节锥角为：

$$\left. \begin{aligned} \tan \varphi_1 &= \frac{z_1}{z_2} \\ \tan \varphi_2 &= \frac{z_2}{z_1} \quad \text{或 } \varphi_2 = 90^\circ - \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

锥齿轮正确啮合的渐开线齿形，理论上应是以 O 点为球心，以冕轮节锥母线 $OP = L$ 为半径的球面渐开线齿形。这种立体球面渐开线在制造上较困难，因此目前实际上采用通过 P 点而切于半径为 L 的圆的平面渐开线来代替，按这种平面渐开线所切出的齿形，也可得到相当高的精度。当模数相同时、节锥角为 $\varphi_1(\varphi_2)$ 、齿数为 $z_1(z_2)$ 的锥齿轮与当量齿数为 $z_{\phi_1}(z_{\phi_2})$ 的圆柱齿轮，在 P 点上的齿形几乎完全一致。其齿数关系式为：

$$\left. \begin{aligned} z_{\phi_1} &= \frac{z_1}{\cos \varphi_1} = \frac{z_1 \sqrt{1+i^2+2i \cos \delta}}{i+\cos \delta} \\ z_{\phi_2} &= \frac{z_2}{\cos \varphi_2} = \frac{z_2 \sqrt{1+i^2+2i \cos \delta}}{1+i \cos \delta} \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

因此，当量圆柱齿轮的传动比为：

$$i_\phi = \frac{z_{\phi_2}}{z_{\phi_1}} = \frac{i(i+\cos \delta)}{1+i \cos \delta} = i \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} \quad (1-5)$$

当轴交角 $\delta = 90^\circ$ 时，则当量圆柱齿轮的传动比为：

$$i_{\phi(\delta=90^\circ)} = \frac{z_{\phi_2}}{z_{\phi_1}} = i^2 \quad (1-6)$$

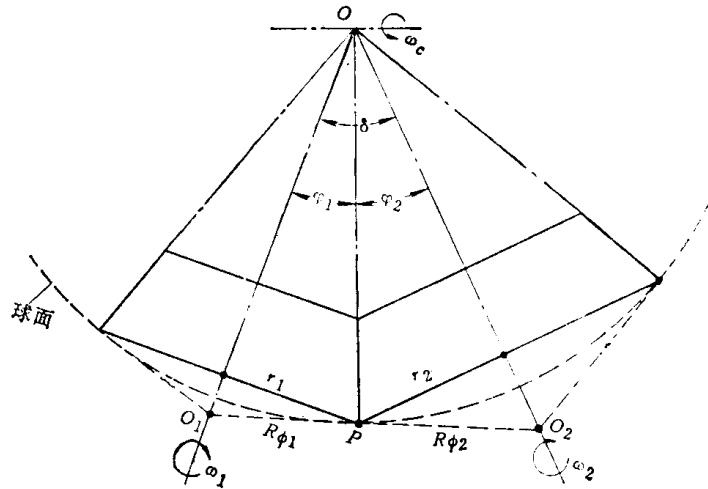


图1-13 圆锥齿轮啮合节平面

当轴交角 $\delta = 90^\circ$ 时, 由 (1-4) 式可以分别得出锥齿轮副中的当量圆柱齿轮的齿数为:

$$\left. \begin{aligned} z_{\phi_1} &= \frac{z_1 \sqrt{i^2 + 1}}{i} \\ z_{\phi_2} &= z_2 \sqrt{i^2 + 1} \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

现假设另有一齿轮齿数为 z_c , 角速度为 ω_c , 节圆半径为 R_c , 并使 $R_c = OP$ (见图 1-13), 这齿轮的轴心是通过锥齿轮的锥顶 O , 并与节锥母线 OP 垂直。那么 P 点的圆周速度为:

$$v = R_c \omega_c = r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2$$

因此

$$\begin{aligned} \frac{R_c}{r_1} &= \frac{\omega_1}{\omega_c} = \frac{1}{\sin \varphi_1} = \frac{z_c}{z_1} \\ \frac{R_c}{r_2} &= \frac{\omega_2}{\omega_c} = \frac{1}{\sin \varphi_2} = \frac{z_c}{z_2} \end{aligned}$$

假想齿数 z_c 与锥齿轮副中 z_1 、 z_2 的关系为:

$$z_c = \frac{z_1}{\sin \varphi_1} = \frac{z_2}{\sin \varphi_2} \quad (1-8)$$

(1-8) 式对轴交角 $\delta \neq 90^\circ$ 或 $\delta = 90^\circ$ 均适用。

式中假想齿数 z_c 通称为冕轮 (或冠轮) 齿数。当轴交角 $\delta = 90^\circ$ 时, $R_c = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$, 根据比例关系即得:

$$z_c = \sqrt{z_1^2 + z_2^2} \quad (1-9)$$

五、锥齿轮切削啮合原理

如前所述, 锥齿轮的传动比与齿轮副的啮合齿数有关。而切削锥齿轮的滚切传动比等于摇台产形轮与被切齿轮的齿数比, 即:

$$i_{滚} = \frac{\text{产形轮齿数}}{\text{被切齿轮齿数}} \quad (1-10)$$

一般切削锥齿轮的产形轮齿数等于冕轮齿数, 如加工直齿锥齿轮和等高 (弧齿、摆线和准渐开线) 锥齿轮, 则其滚切比可由下式确定:

$$i_{滚} = \frac{z_c}{z_x} = \frac{1}{\sin \varphi_x} \quad (1-11)$$

(1-11) 式中的 z_x 和 φ_x , 对于小轮为 z_1 和 φ_1 , 对于大轮为 z_2 和 φ_2 。

当切削弧齿锥齿轮时, 大轮的粗、精切与小轮的粗切其滚比均按 (1-11) 式确定。但切削小轮必须对齿面接触区进行修正时, 往往需要改变滚切锥或产形轮的齿数以达到改变滚比的目的。此时:

$$i'_{滚} = \frac{z'_c}{z_x} = \frac{1}{\sin \varphi'_x} \quad (1-12)$$

图 1-14 表示产形轮齿数 z_c 与被切齿轮的齿数 z_1 和 z_2 的一般关系, 根据图示关系便得:

$$\frac{z_c}{\sin \varphi_c} = \frac{z_1}{\sin \varphi_1} = \frac{z_2}{\sin \varphi_2} \quad (1-13)$$

切削锥齿轮的产形轮可分为平面和平顶产形轮两种。

当采用平面产形轮的切削啮合原理时, 由图 1-15 可知, 平面产形轮的节锥角 $\varphi_c = 90^\circ$, 因此产形轮的齿数由 (1-13) 式可得:

$$z_c = \frac{z_1}{\sin \varphi_1} = \frac{z_2}{\sin \varphi_2}$$

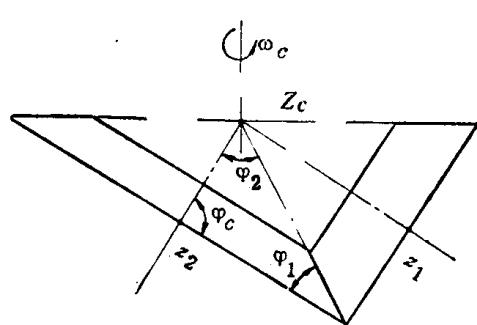


图1-14 产形轮 z_c 与被切齿轮齿数 z_1 、 z_2 的关系

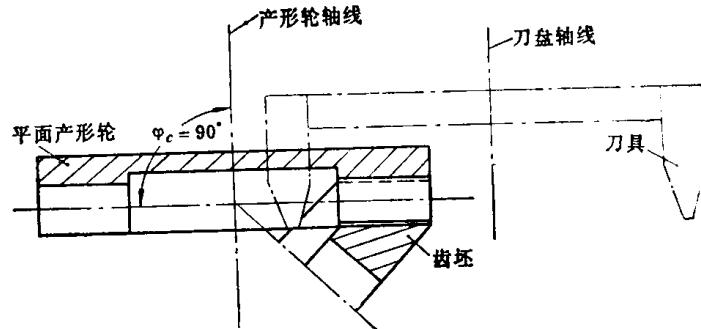


图1-15 以平面产形轮切削等高锥齿轮的情况

当轴交角 $\delta = 90^\circ$ 时 (如图 1-14 所示)

$$z_c = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$$

当切削弧齿等高或摆线等高锥齿轮时,一般采用平面产形轮切削啮合原理,由于刀具轴线垂直于节锥母线,故被切齿轮副有较高的啮合精度。但等高锥齿轮齿小端处齿顶变尖和齿根切现象较严重,因此一般在下列情况下采用:

$$z_c \geq 25, z_1 \geq 9, K b' = \frac{L_e}{b} = 4$$

采用平面产形轮的滚比,可由 (1-13) 式得:

$$\left. \begin{aligned} i_{\text{滚}1} &= \frac{z_c}{z_1} = \frac{1}{\sin \varphi_1} \\ i_{\text{滚}2} &= \frac{z_c}{z_2} = \frac{1}{\sin \varphi_2} \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

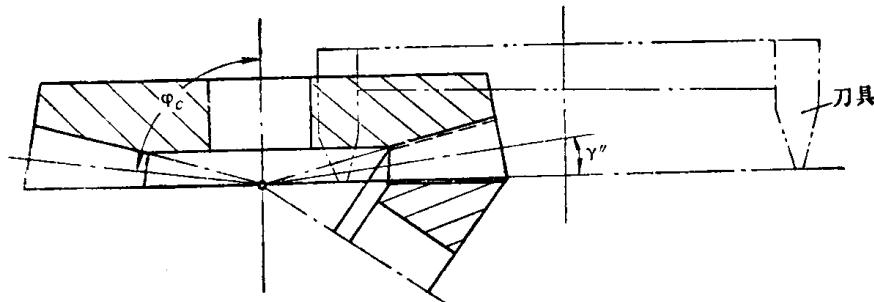


图1-16 以平顶产形轮切削收缩齿锥齿轮

当采用平顶产形轮切削啮合原理时(图1-16),由于产形轮的齿锥顶为 180° 的平面,产形轮的节锥角 $\varphi_c = 90^\circ - \gamma''$ 。将 $\varphi_c = 90^\circ - \gamma''$ 代入 (1-13) 式中便得产形轮与被切齿轮的关系式:

$$z_c = \frac{z_1}{\sin \varphi_1} \cos \gamma''_1 = \frac{z_2}{\sin \varphi_2} \cos \gamma''_2 \quad (1-15)$$

由于锥齿轮的齿根角 γ'' 值很小,故在实际计算中取 $\cos \gamma'' = 1$,因此:

$$z_c \approx \frac{z_1}{\sin \varphi_1} = \frac{z_2}{\sin \varphi_2} \quad (1-16)$$

采用平顶产形轮的滚比，可由（1-16）式得：

$$\left. \begin{aligned} i_{\text{滚}} &= \frac{z_c}{z_1} = \frac{1}{\sin \varphi_1} \\ i_{\text{滚}2} &= \frac{z_c}{z_2} = \frac{1}{\sin \varphi_2} \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

加工收缩弧齿锥齿轮，就是采用平顶产形轮的切削原理，由于刀具轴心线不与节锥母线垂直，而与根锥母线相垂直，又因螺旋角沿齿长方向的变化，致使节锥母线上任意点的压力角也随之变化（不等于公称的压力角）。因此，加工后的锥齿轮呈对角线接触。当需进行齿面接触区修正时，则滚比可由（1-12）式确定。

六、圆锥齿轮齿线的形成

目前锥齿轮常见的齿线，可分为直线、弧线、摆线、准渐开线等四种基本类型。在摇台与轮坯滚切运动过程中，刀具在摇台上的切削运动轨迹必须与产形轮上的齿线型式相吻合。因此，刀盘在摇台上的位置及刀具的运动轨迹不能是任意的。

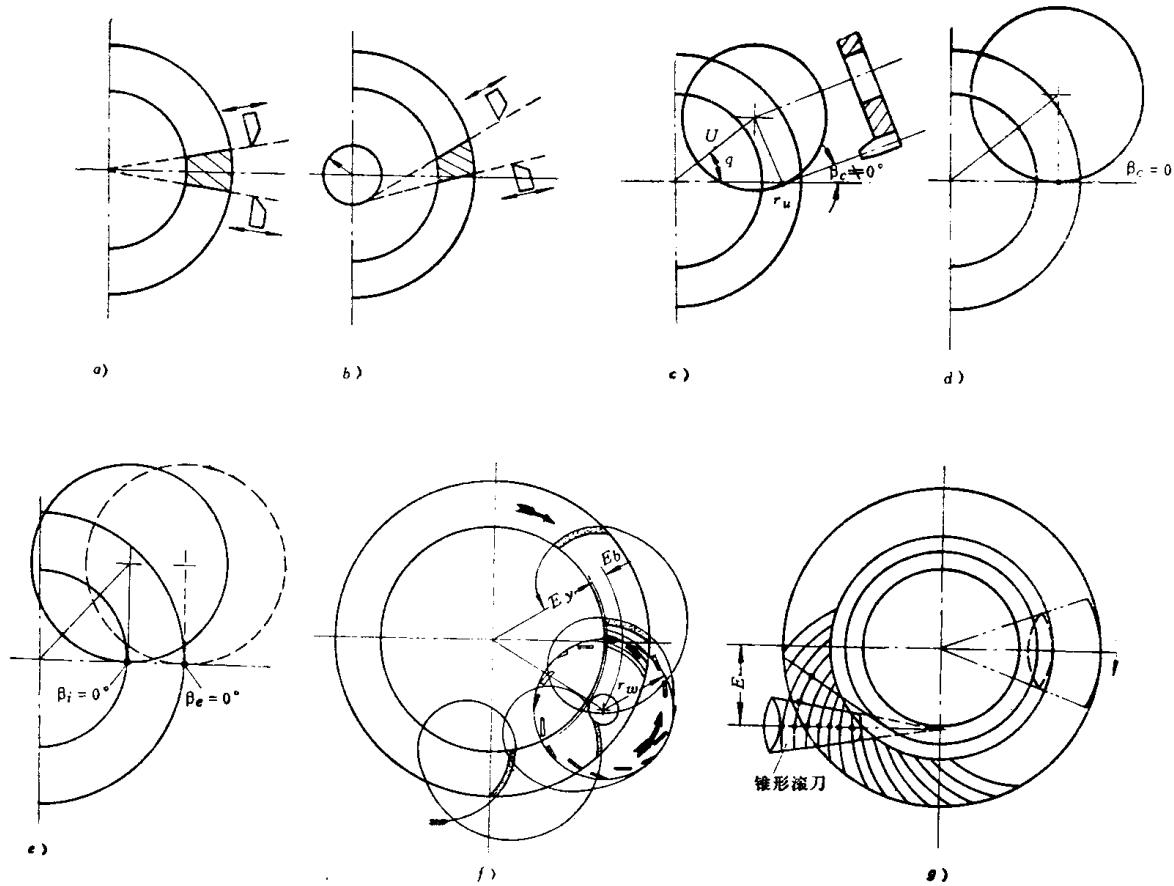


图1-17 圆锥齿轮齿线的形成

下面简单介绍四种齿线的形成原理：

1) 直线型齿线 例如，直齿 ($\beta_c = 0^\circ$) 锥齿轮及斜齿 ($\beta_c \neq 0^\circ$) 锥齿轮。在图1-17 a 中箭头表示刀具直线运动轨迹的方向，运动轨迹通过产形轮中心及齿轮的锥顶。用这种方法加工的齿轮为直齿锥齿轮。