

高等工业专科学校交流讲义

理 论 力 学

(电力类专业用)

南京工学院力学教研组编

江苏人民出版社

高等工业专科学校交流讲义

理 论 力 学

(电力类专业用)

南京工学院力学教研组编

江 苏 人 民 出 版 社

内 容 提 要

理论力学是以南京工学院所编的函授讲义为基础修改补充印成的。参加编造修改工作的有南京电力专科学校、南京无线电专科学校的教师，并得到南京工学院教师的指导。它包括静力学、运动学与动力学三部分。它的深广度略低于工科大学机电类的教学大纲的要求，可作为工业专科学校非机制土建类型专业的教学用书，适用时数 60—80 学时。

高等工业专科学校交流讲义

理 论 力 学

(电力类专业用)

南京工学院力学教研组编

*
江苏省书刊出版营业许可证出〇〇一号

江 苏 人 民 出 版 社 出 版

南 京 湖 南 路 十 三 号

江苏省新华书店发行 南京人民印刷厂印刷

开本 787×1092 纸 1/16 印张 14 7/8 字数 333,000

一九六一年八月第一版

一九六一年八月南京第一次印刷

印数 1—5,000

目 录

緒論.....	1
---------	---

第一編 靜 力 學

引言.....	7
---------	---

第一章 靜力學的基本概念和公理.....	7
----------------------	---

1—1 剛體和質點.....	7
1—2 力的概念和特征.....	8
1—3 靜力學的基本公理.....	9
1—4 約束和約束力.....	12
1—5 約束解除原理，外力和內力.....	14
习題.....	18

第二章 平面匯交力系.....	21
-----------------	----

2—1 概述.....	21
2—2 力的合成的几何法.....	22
2—3 力的分解.....	23
2—4 力在軸上的投影.....	25
2—5 力的合成的解析法.....	26
2—6 平面匯交力系的平衡.....	28
2—7 平面內三個不平行力的平衡.....	32
习題.....	34

第三章 平面力偶理論.....	37
-----------------	----

3—1 同向兩平行力的合成.....	37
3—2 反向兩平行力的合成.....	39
3—3 力偶，力偶矩.....	39
3—4 互等力偶，力偶的特性.....	40
3—5 平面力偶的合成和平衡条件.....	41
习題.....	44

第四章 平面一般力系.....	46
-----------------	----

4—1 平面一般力系是工程實際問題中力系的簡化和抽象.....	46
4—2 力对于点的矩.....	47
4—3 力的平行移動.....	48
4—4 平面力系向已知点的簡化，主矢量，主矩.....	49

4—5 平面力系簡化結果的几种情形——力矩定理.....	50
4—6 平面一般力系的平衡条件，平衡方程式.....	52
4—7 平面平行力系的合成和平衡.....	56
4—8 物体系統的平衡，靜定和靜不定問題的概念.....	59
4—9 平面桁架.....	62
习題.....	64
第五章 摩阻.....	69
5—1 摩阻問題的概說.....	69
5—2 滑动摩阻定律.....	69
5—3 摩阻系数，摩阻角和摩阻錐.....	71
5—4 有摩阻的平衡問題.....	72
5—5 滚动摩阻.....	74
习題.....	76
第六章 空間力系.....	78
6—1 引言.....	78
6—2 一力在空間座标軸的投影.....	78
6—3 空間汇交力系的合成及其平衡方程式.....	79
6—4 空間力偶.....	82
6—5 力对于点的矩与力对于軸的矩.....	84
6—6 空間一般力系的簡化.....	86
6—7 空間一般力系的平衡条件.....	88
6—8 空間平行力系的合成和平衡.....	89
习題.....	92
第七章 重心.....	96
7—1 平行力系的中心.....	96
7—2 重心坐标的普遍公式	97
7—3 对称物体重心的位置.....	99
7—4 几种简单图形和物体的重心.....	100
7—5 合成体的重心.....	103
7—6 用实验法求物体的重心.....	106
习題.....	107

第二編 运 动 学

引言	109
第一章 点的运动.....	110
1—1 点的直線运动.....	110
1—2 点的直線运动中的速度，加速度.....	110

自　　录

1—3	由加速度求路程.....	113
1—4	点的平面曲线运动，运动方程式.....	115
1—5	平面曲线运动的速度.....	117
1—6	平面曲线运动的加速度.....	119
	习题.....	126
第二章 刚体的平行移动和定轴转动.....		128
2—1	刚体的平行移动.....	128
2—2	刚体的定轴转动.....	129
2—3	转动刚体内各点的速度和加速度.....	132
	习题.....	134
第三章 点的合成运动.....		136
3—1	合成运动的概念.....	136
3—2	速度的合成定理.....	139
3—3	动坐标为平移时的加速度合成定理.....	143
3—4	动坐标为转动时的加速度合成定理.....	145
	习题.....	147
第四章 刚体的平面运动.....		151
4—1	刚体平面运动的概念.....	151
4—2	平面运动的方程式.....	152
4—3	平面运动中点的速度.....	153
4—4	平面运动的速度瞬心.....	154
4—5	平面运动的加速度.....	157
4—6	速度图解.....	159
	习题.....	162

第三編　　动　　力　　学

	引言.....	165
第一章 动力学的基础.....		166
1—1	动力学的基本定律.....	166
1—2	质点运动微分方程式，质点动力学的两大基本問題.....	167
1—3	抛射体运动.....	170
1—4	惯性力，达伦培尔原理.....	173
1—5	质点系的运动微分方程式.....	175
	习题.....	175
第二章 质点和质点系动量定理.....		177
2—1	概說.....	177
2—2	冲量与动量.....	177

2—3 質點的動量定理.....	178
2—4 質點系的動量定理.....	180
2—5 質心運動定理.....	182
习題.....	186
第三章 功、功率和功能定理.....	188
3—1 概說.....	188
3—2 常力與變力的功.....	188
3—3 合力的功.....	190
3—4 重力的功.....	191
3—5 功的圖解法.....	192
3—6 功率.....	193
3—7 質點的動能定理.....	195
3—8 質點系的動能定理.....	198
习題.....	202
第四章 質點及質點系動量矩定理.....	204
4—1 概說.....	204
4—2 動量矩.....	305
4—3 質點的動量矩定理.....	206
4—4 質點系的動量矩定理.....	207
4—5 剛體繞定軸轉動的微分方程式.....	207
4—6 轉動慣量.....	210
4—7 幾種簡單形狀物体的轉動慣量.....	211
4—8 對於平行軸轉動慣量的定理.....	214
习題.....	215
第五章 机械振动.....	217
5—1 引言.....	217
5—2 物體的自由振動.....	218
5—3 衰減的自由振動.....	222
5—4 无阻尼的強迫振動.....	224
5—5 阻尼對強迫振動的影響.....	227
5—6 強迫振動理論的應用.....	227
习題.....	229

緒論

1. 理論力学研究的对象

自然界中的各种物质，經常都在运动、变化和发展着。“就最一般的意义來說，运动是物质的存在形式、物质的固有属性，它包括宇宙中所发生的一切变化和过程，从简单的位置变动起直到思維止。”（恩格斯：自然辩证法，人民出版社1955年版，46頁。）因此，物质的运动不仅有物体在空间的位移（机械运动），而且还有热、化学过程、电磁现象以至最高級的运动形式——人们的知觉和思维。运动是物质不可分割的属性。“世界上除了运动着的物质以外沒有别的任何东西，而运动着的物质除了在空间与时间之内就不能运动。”（列宁：唯物主义与經驗批判主义，人民出版社1956年版，171頁。）“把运动跟物质割离，就等于把思维同客观实在割离，把我的感觉同外間世界割离，就是說，轉移到唯心主义方面。”（列宁：唯物主义与經驗批判主义，人民出版社1956年版，272頁。）运动和物质一样永恆地存在，既不能被創造，也不能被消灭。

力学研究物质运动的最简单形态——机械运动。机械运动就是物体間相对位置的改变（物体在空间的位移和本身的变形）。平衡是机械运动的一个特例，所以力学也研究物体平衡的规律，但必須認清，絕對平衡是不存在的，“一切平衡都只是相對的和暫時的”。（恩格斯：自然辩证法，人民出版社1955年版，206頁。）

理論力学研究物质机械运动的一般规律。所以理論力学是力学其他部門（如材料力学、弹性力学、空气动力学等）的基础。本書将理論力学分成三个部分来敍述：

- (1) 靜力学——研究物体平衡和力的规律。
- (2) 运动学——研究物体运动的几何规律。
- (3) 动力学——研究物体运动和力的规律。

我們将研究的理論力学，也称为古典力学，它以伽利略和牛頓所表达的基本定律为基础。由于十九世紀末和二十世紀初，物理学上的巨大成就，已弄清古典力学定律的应用范围是有限制的；当运动物体小到接近于原子，或速度大到接近于光速时，这些定律就不能应用了。1905年，爱因斯坦在相对性原理的基础上，发表了相对論力学，使古典力学中的空间、时间、质量与能量等概念，引起根本性的变革。但是，古典力学仍保持着实际应用的价值，因为根据古典力学定律与相对論力学定律所得出結果的差別，通常情况下是異常微小，而可以略去的。所以工程計算都按古典力学定律进行。

因为力学研究物质运动的最简单形态，它是最基本和最早发生并发展的自然科学之一。恩格斯說：“一切运动都是和某种位置变动相联系的，……运动形态愈高級，这种位置变动就

愈微小。位置变动决不能把有关的运动的性质包括无遗，但是却不能和运动分开。所以首先必须研究位置变动。”（恩格斯：自然辩证法，人民出版社1955年版，46页。）力学中的概念，规律和方法也应用于其他自然科学中，对其发展起了重大的作用。但是，由于力学只研究机械运动，决不能要求以力学的规律来解释自然界所有的现象。否则我们就会走上机械唯物论的道路。

古典力学的最重要应用，是在各种技术部门中。工程实际对力学提出了各种各样的问题，例如机器的设计，建筑结构的计算，车、船、飞机等的力学问题，炮弹的运动问题、以至于火箭、导弹和宇宙航行的问题。这些问题的提出，促进了力学的发展；从而在理论力学中又分出了：机器与机构理论、外弹道学、迴轉仪理论、振动理论以及运动稳定性理论等部门，并得到了独立的发展。反过来说，力学也曾經而且正在促进技术的进步。所以理论力学有着十分重要的实践意义。

2. 理论力学的研究方法

任何一门科学，都按照它所研究的对象的范围，有自己的专门的研究方法。和其他自然科学一样，理论力学研究的出发点是观察、试验和实践。在认识力学规律的过程中，实践具有决定性的意义。

在观察自然时，我们不可能立刻就掌握现象中多样性的各方面。所以必须在观察到的具体而丰富的材料中，抽出现象中主要的、本质的特征，而略去其他次要的东西。这就是所谓抽象化的方法。在理论力学中，为了简化研究，常常需要略去对象的某些次要性质，而得到某些经过简化的对象（简化模型），来代替真实的物理对象。例如略去物体的变形而得出刚体的概念，略去物体间的摩擦而得出光滑约束的概念等等。这样可以得到问题的近似解。当然，为了进一步接近实际，就有必要考虑以前所略去的性质的影响。例如研究刚体的力学问题后，就可以进行变形体力学问题的研究，研究了光滑的约束下的力学问题后，就可以转入考虑摩擦的影响等。这种从简单到复杂的研究方法，在理论力学中广泛地应用着，由此可见，抽象化这一方法在理论力学中起着十分重要的作用。在观察和研究个别现象时，只有撇开一切特殊的，有条件的，孤立的及特有的性质，才有可能来建立普遍的规律、洞察现象的实质。列宁说：“当思维从具体的东西上升到抽象的东西时，它不是离开——如果它是正确的——真理，而是接近真理。……，那一切科学的（正确的、郑重的、不是荒唐的）抽象，都更深刻、更正确、更完全地反映着自然。”（列宁：哲学笔记，人民出版社1956年版，155页。）

人们用抽象化的方法，把多年来观察，实践中所得的结果加以归纳综合，而得出某些简单的普遍原理或定律。这些基本定律或公理，是全部力学的基础。

为了得出进一步的结论，仅利用抽象、归纳的方法是不够的，我们还必须从所得出的基本定律中，推演出某些具体的结论来，这就是所谓演绎法。同一切科学一样，归纳法和演绎法不是彼此排斥，而是相互补充，缺一不可的。由于理论力学中注意的主要的是量的关系，因此在推演时广泛地应用了严格的数学推导和计算。例如从普遍的万有引力定律，就可以推导出宇宙火箭的运动规律等。在理论力学中，数学演绎法有广泛的应用。

但是，无论利用归纳法或演绎法所得的结果，都必须在实践中加以验证。马克思说：人

的思維是否具有客觀真理，這個問題並不是一個理論的問題，而是一個實踐的問題。譬如，理論力學中把物体的變形略去，而作為剛體來研究，其所得的結論是否正確，就要看它是否符合於客觀實際。人類認識真理性的唯一標準，就是實踐的標準，人類認識一件事物，總不能立刻完全無遺漏地接觸到所有各方面，在實踐中就會繼續暴露事物更深入，更本質的方面，從而提高了我們的認識，接近了科學的發展。所以理論力學的方法，正如一切科學一樣，是遵循著列寧所指出的正確道路：“從生動的直觀到抽象的思維，並從抽象的思維到實踐，這就是認識真理、認識客觀實在的辯証的途徑。”（列寧：哲學筆記；人民出版社1956年版，155頁。）也就是毛澤東同志所指出的：“通過實踐而發現真理，又通過實踐而証實真理和發展真理。從感性認識而能動地發展到理性認識，又從理性認識而能動地指導革命實踐，改造主觀世界和客觀世界。……這就是辯証唯物論的全部認識論，這就是辯証唯物論的知行統一觀。”（毛澤東：毛澤東選集，卷1，人民出版社1952年版，285頁。）

3. 力學發展簡史

在力學發展史上，完全証實了恩格斯的話：“科學之有賴於生產，更甚於生產之有賴於科學。”

力學是最古老的科學之一，自遠古以來，人類就開始在勞動中積累起力學上的知識。我們現在稱為“簡單機械”的那些裝置，很古時就已應用。古代許多複雜的軍事工程及宏偉的建築，如埃及的金字塔、中國的長城等，為力學的各方面知識積累了豐富的資料。

古代我國，在力學方面有許多創造，據考證，我國約在夏代（公元前2033—1562）已發明了世界上第一輛車，到殷代（公元前1561—1123）已出現四馬拉的戰車。春秋戰國（公元前722—221）時已相當發達，例如利用槓桿原理的秤、天平、碓、桔槔、拋石機等，在戰國時代都已發明，還發明了世界上最早的曲柄滑塊機構——轆。而且在公元前四世紀人類開始企圖解釋力學現象時，我國古代偉大的科學家墨翟（公元前460—376）著作了我國最早的科學典籍“墨經”。他首先提出了力的定義，並曾研究過槓桿問題；世界上最先出現力學理論的光榮，應該歸於我國。約一百年後，希臘力學家阿基米德（公元前281—212）也研究了槓桿問題，他總結了古時在靜力學方面的知識，奠定了靜力學的基礎，作出了槓桿平衡問題的正確解答，並創造了關於重心的學說。但是，在奴隸社會，力學不可能得到迅速的發展。

在中世紀，西方由於封建與神權的統治，力學和其他科學部門一樣，几乎是完全停滯。而我國在這時期，經過了秦、漢、唐、宋以至于明代。在某些時期生產會獲得較迅速的發展，相應地科學技術也有一定的發展。力學方面，會出現一系列重要的技術發明，如秦代水利學家李冰父子，領導人民修成都江堰，並科學地總結出“深淘滩、低作堰”六個字，作為以後歲修守則。漢代科學家張衡（公元70—159）創造了“渾天儀”、“候風地動儀”。杜詩（公元30年左右）發明水排以冶鑄。畢嵐（公元108—189）發明了翻車和渴鳥，前者是水車，後者是唧筒。三國魏人馬鈞曾造出齒輪傳動的指南車。宋代由於火藥的應用，利用反推動原理，發明了火箭，明初已在軍事上正式使用火箭等等。但是在封建統治下，勞動、創造永遠得不到重視，發展科學技術不可能經常成為當時社會的迫切需要。因此，雖然時而出現許多優異的技術發明，仍未能促成我國力學的發展。

到了文艺复兴时代(15世纪后半期),欧洲由于商业资本、手工业、航海和军事的发展,吸引着当代人们的注意和学者的研究,因而力学也随之有了空前的发展,使力学推向更高的阶段。正如恩格斯所说:“这是一个人类前所未有的最伟大的进步的革命,是一个需要而且产生了巨人——在思想能力上、热情上和性格上、在多才多艺上和学识广博上的巨人的时代。”(恩格斯:自然辩证法,人民出版社1955年版,5页。)

著名的意大利艺术家、物理学家与工程师列纳多·达·芬奇(1452—1519)便是这个时期进行力学工作的杰出代表,他意识到实验和运用数学解决力学问题的重要性。在力学范围内研究了物体沿斜面运动和滑动摩擦,并研究了作用在滑轮上力的平衡,引用了力偶和力矩的概念。

接着,伟大的波兰学者尼古拉·哥白尼(1473—1543)接受了人们长期对天体运动观察的结果,加上自己对宇宙问题的考察,和用数学方法的研究,创立了宇宙的太阳中心学说。这对“圣经”上所确定的宇宙概念是一个很大的打击。尽管教会不断的反对,烧杀了真理的追随者卓尔达纳·勃鲁诺,但残暴的反动力量,毕竟不能扼杀时代现实生活和社会经济发展所产生的思想,因而引起了宇宙观的根本变革。“从此便开始了自然科学之从神学中的解放……”(恩格斯:自然辩证法,人民出版社,1955年版,6页。)这一发现,促使天体力学(研究天体运动的科学)的萌芽。由于人们对天体运动多年的观察,积累了丰富的知识。德国学者约翰·开普勒(1571—1630)建立了行星运动的三大定律,成为牛顿万有引力定律的基础。

继哥白尼之后,意大利科学家伽利略(1564—1642)开始了力学发展的新时代。他研究了落体、抛物体、单摆与物体在斜面上的运动,得出一系列研究成果,发表了动力学第一定律。

荷兰科学家惠更斯(1629—1695)等又继续着对动力学的研究工作。直到牛顿时代,已有条件把大量积累的资料,加以系统的整理,并提高成为一门严密完整的科学。牛顿(1643—1727)建立了古典力学的基本定律,并利用这些基本原理,研究得到万有引力定律、月球理论、彗星运动理论、潮汐理论,创立了物体在阻力介质中的运动理论,这些都给以后力学辉煌的发展,奠定了广阔的基础。所以也称十七世纪是动力学的奠基时期。

但是在牛顿力学中,方法上有着古代几何学和圆锥曲线理论带来的缺点。因而在十八世纪,为了适应机械工业发展的需要,力学便沿着数学分析法的方向发展。俄国彼得堡科学院院士列纳多·欧拉(1707—1783)创立了解析动力学。法国数学家及力学家拉格朗日(1736—1813)的著作“解析力学”中,达到了最高的成就。拉格朗日将虚位移原理与达兰贝尔原理结合起来,得到了动力学普遍方程式。特别是他的第二类方程式,对于解决非自由质点系动力学,有着重大的意义,在机构动力学,在微振动的问题中,引用这些方程,特别简捷。

在十九世纪初,由于工程技术的需要,提出许多具体的力学问题。从研究的经验中,清楚地看到无论是固体、液体和气体,用解析法进行研究往往太繁复,因而引起了对某些问题应用力学几何法的发展。到了法国学者布安索(1777—1859),力学的几何方法上达到了极大的成就,在其著作“静力学原理”中,引出了力偶的概念,叙述了力偶的理论,并应用到力系合成的问题中。在运动学中也建立了刚体转动的合成和分解理论,引入了刚体运动瞬时转动中心概念,并且利用瞬时转动中心轨迹与瞬时转动轴轨迹,给刚体运动以几何的解释。在

动力学中，布安索引进了惯性椭球的概念，并利用它来对刚体绕定点的惯性运动加以几何解释。

由于生产技术水平的提高，电磁学的研究，新的测量和试验水平的提高，推进了宇宙际运动及电子运动的研究。适用于宏观的低速（与光速比較）的牛顿力学，已不能正确反映以上問題的运动规律了。爱因斯坦根据前人无数次实验，勇敢地否定了绝对空间和绝对时间的概念，从而創立了相对論。

十九与二十世紀中，由于工业建設的发展与现代航空技术的发达，力学向着专门方向发展。如弹性力学，流体力学，气体动力学各方面都有了极大的进步。其中苏联的科学家們有着傑出的貢献，各方面都有出色的代表，如契伯雷夫奠定了机构运动学的基础。建立了机构理論，里亚普諾夫建立运动稳定性理論，在物理和现代自动控制技术方面获得广泛的应用。在人类向空間的发展中，俄国学者儒可夫斯基为工程空气动力学奠定了发展的基础，苏联政府在1920年授予他“俄罗斯航空之父”的光荣称号，他的学生恰普雷庚院士，建立了现代空气动力学的基础。由于恰普雷庚的卓越的成就，苏联政府在1941年授予他“社会主义劳动英雄”的称号。在船舶振动，弹道理論方面，克雷洛夫有着巨大的貢献，因而也获得“社会主义劳动英雄”的称号。

十月革命以后的四十年間，苏联科学技术以前所未有的速度向前发展。1957年10月4日，苏联成功地发射了世界上第一个人造地球卫星，开辟了人类进入宇宙空間的新紀元，将科学技术研究事业推向新的阶段。接着在1957年11月3日和1958年5月15日发射了第二、第三个人造地球卫星。又在1959年1月2日，9月12日和10月4日发射了三个宇宙火箭，其速度已达到或接近第二宇宙速度。1960年5月15日，8月19日苏联又发射了两个巨型宇宙飞船，而且第二个宇宙飞船还安全地返回地球。以后又陸續发射了一系列的飞船，它包括了带动物进行的試驗，及从卫星上发射的到达金星的火箭等。在1961年4月12日，又发射了卫星式宇宙飞船“东方号”，宇宙飛行員加加林少校乘坐它安全返回地球。这一系列的成就，表明苏联在火箭运行轨道的計算，发动机、火箭与导航系統的設計和制造等方面，都解决了复杂而精細的力学問題。苏联在火箭技术，宇宙飞行上的一系列胜利，不仅标誌着苏联的力学居于世界第一位，还标誌着苏联在一系列科学技术部門已居于世界第一位。苏联在科学技术方面所获得的偉大成就，正說明了社会主义制度的优越性。

我国自1949年解放以后，在党的正确領導下，已进入了新的历史阶段。在偉大的社会主义建設中，特別是1958年大跃进以来，科学技术获得了巨大的发展和卓越的成就。在力学方面，也有了突飞猛进的发展，力学工作者的队伍正在不断扩大、加强。此外，我国已建成武汉長江大桥、万吨輪船、佛子岭水庫、首都的人民大会堂、北京車站及北京体育馆等宏偉建筑，这些都标誌着我国力学正密切結合着生产技术的需要在飞跃发展。随着工农业生产的持续大跃进，不断出現新的力学課題，从而促使力学科学不断跃进。如長江三峡水利工程，是世界最大的水利工程，就迫切地需要对稳定、热应力、壩体和閘門振动、空蝕等一系列問題进行理論和實驗的研究。又如航空事业的发展，需要对超声速、高超声速飞行和宇宙航行技术进行研究。尤其在大跃进以来，由于政治掛帥，发动群众，破除迷信，土洋并举，广大工农群众在技术革新，技术革命中作出不少創造发明。我国的力学，与其他科学一样，正以惊人的速

度，飞跃前进。

社会主义制度为科学技术的发展开辟了无限广阔的道路，社会主义工农业的持续跃进，给力学事业以巨大的动力。可以断言，在中国共产党的领导下，以马克思列宁主义、毛泽东思想为指导，我国力学必将获得光輝的成就。

第一編 靜力學

引言

靜力學研究物体平衡的条件，这种条件的具体表现，就是物体与它四周的环境，处于相对的静止状态，“静止”严格正确的意义并不简单，这个问题要等到运动学和动力学里才能弄明白，原因是静止和运动是相对的。也可以說静止是运动的一种特殊情形。所以不弄清运动方面的基本概念，就无法严格正确地来了解静止的意义。不过在静力学里所需要的静止的概念，一般地講，凡是在地面上不动的东西，通常都可以称是静止的。因此静力学所研究的对象，在大多数情况下，可以說是对于地面和彼此之間都沒有运动的物体；而研究的主要內容，就是这些物体所以能保持静止的条件。

靜力学里边所研究的問題大体不外两种：一种是**力系簡化的問題**，即作用在一个物体上的諸力，可以用什么最简单的力系来代替，这也就是力系的合成問題。另一种是平衡条件的問題，即在什么条件之下，力系才能平衡。知道了平衡条件，就可以据以計算平衡系統中的未知力。实际工程上的靜力学問題多屬后一种，而后一种問題的解决，则又依靠前一种問題的研究結果。所以这两种問題都很重要。

研究靜力学有两种方式：一种方式是先研究平面上的平衡問題，然后再推广到更复杂的空間問題，另一种方式是一开始就研究空間中的平衡問題。这样平面上的平衡問題，就变成了一种特殊情形，可以无須再去作研究了，我們主要采取的是第一种方式，原因是第一种方式更合乎我們認識事物的自然规律，由簡而繁，由特殊而归于一般。这样可以減少学习上的困难，而收到較大的效果，此外在解决工程問題的具体运用中，大部分的問題都是当作平面上的問題来解算的。所以平面靜力学可以单独提出来研究，甚至于可以作为重点来研究。

第一章 靜力学的基本概念和公理

1—1 剛体和質点

靜力学研究作用于物体上各力的平衡問題，研究靜力学，我們首先要建立两个基本概念，即：剛体的概念和力的概念。

所謂剛体就是一种設想物体，體內任何兩點間的距离在外力作用下保持不变。这样，剛体的形状是不会改变的，在靜力学里，我們所要講述到的物体，主要都是这种剛体。

我們知道，自然界的物体无论怎样坚硬，也是多少会变形的。例如一根鋼杆受到拉力，就会伸長一些。因此，所謂剛体实际上并不存在，而是一种假想的物体。不过，在以后的講述中，我們将仍旧把物体看成是剛体，这是因为許多物体实际的变形不大，在問題中只发生

次要的影响，因而可以略去不計，其次将变形略去后，会大大地简化了所研究的問題，只有在研究了剛体的靜力學以后，才能进一步再研究更复杂的变形物体的平衡問題（在第二部分材料力学中）。

剛体以外，在理論力学中又設想了一种物体——質点。所謂質点就是一个具有一定的重量而大小可以略去不計的物体。有时，物体有—定的尺寸，但这尺寸在研究的問題中不起作用，这时物体也可以当作質点看待。例如，在地球繞太阳的运动問題中，地球就可以看成是質点，因为地球的尺寸与对太阳的距离比起来是太小了。在运动學和动力學中，我們将看到質点的假設將使問題簡化而便于研究。

若干有关联的質点，称为一个質点系，在运动問題中，如各質点間的距离都保持不变，这質点系称为不变質点系。我們可以設想，物体是由无数的質点所組成的。这样，剛体内各質点間的距离是保持不变的，所以剛体可以看成是一个不变質点系。

下面我們將討論力的概念：

1—2 力的概念和特征

力的最初概念，我們从日常生活中可以体念到。但完整的概念，我們要逐步深入討論，才能建立起来。例如我們从体力上感觉到推动重物要施加力，这重物在力的作用下产生了运动。把这种感觉所引起的認識，推想到无生命的物体，如果一个物体发生了运动状态的改变，我們能想象是受了周围物体的影响，在靜力學里，把力看作一个物体对于另一物体的作用。这种作用的結果，使受作用的物体产生了运动状态的改变。或者說，力是物体互相間的机械作用。

在理論力学里，我們只研究物体的机械运动，也就是說，理論力学里，只研究物体受力时，运动状态的改变。例如在地球表面上的物体受着地球引力作用，使物体向地面下落，汽缸里的活塞受了蒸气膨胀时压力的作用，使活塞在汽缸里作往返运动，这里不提出其他关于物体相互作用后而引起非机械性質的物理現象，如摩擦生电；化学作用；热的传导等。

从上可知，力与物質不可分割，如地球对物体的引力是由地球产生的。汽缸里的压力是蒸气产生的，……，在理論力学里，我們并不研究力的来源是什么，而只研究力作用于物体所产生的效果。

现在我們再进一步研究力对于一个物体的作用有哪些特征。

首先可以看到，力是有大小的。为了衡量力的大小，我們可以一定大小的力定为一单位，另一力就可与此单位力来比較，从而定出它的大小。用来比較或衡量力的工具称为測力器；主要部分是一个弹簧，借弹簧受力后的伸縮來比較力的大小，在工程单位制中力的单位定为1公斤（kg），就是1公升4°C的純水在緯度45°近海面处的重量。1公吨（t）則等于1000公斤。

由实验知，力除了有大小而且是有方向的。两个大小相等，但方向不同的力如果分别作用在同一物体上，显然对于物体运动状态的改变将有不同的效果。

除此以外，两个大小相等方向相同的力分別作用于同一物体上时，如果各力作用在物体不同的点上，对于物体运动状态的改变也将有不同的效果。力在物体上直接作用的部分称

为作用点。实际上这个点是一个接触面抽象出来的。通过力的作用点，而与力的作用方向相同的直线称为力的作用线。

因此，力的大小、方向和作用点是力的三个特征。一个力的三个特征为已知时，这力的作用便完全确定了。

现在我们再来研究怎样表明一个力。

有大小而且有方向的量称为有向量或矢量。只有大小而没有方向的量，如时间、温度、面积等，则称为无量向或数量。力有大小和方向，所以是矢量。

矢量可以用一段带有箭头的直线来表示，例如，表明一个作用在物体上 A 点沿 KL 线作用，大小为 50 公斤的力 P 时（图 1-1），就在力的作用点 A 沿力的方向作一线段 AB，在线段的 B 端画一箭头表示力的指向。线段的长度则代表力的大小。可选一适当的比例尺，譬如，令 1 厘米代表 20 公斤，则线段 AB 的长度为 $50/20=2.5$ 厘米。

在以后的讲述中，用二个字母来表示矢量时，字母上都加一短划，并加一叉。例如，以线段 AB 代表一个矢量时，就写成 \overrightarrow{AB} ，这表示矢量的方向是从 A 点至 B 点，矢量用一个字母表示时，例如用字母 P 代表一个力、字母 \overline{P} 上加一短划，就写成 \overline{P} ，而这时没有短划同字母 P 就代表这力的大小。

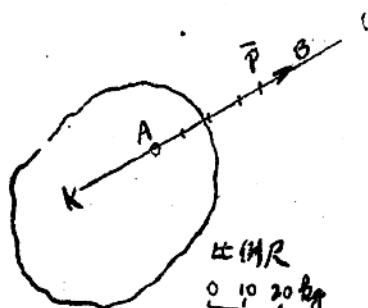


图 1-1

1-3 静力学的基本公理

静力学的内容是以几个公理为基础，用逻辑方法推论出来的。这些基本公理是人类经过长期观察，积累经验而得到的结果。它的正确性可以随时从我们实践中得到证明。

公理一：作用于同一刚体的两个力互成平衡，必须而且只须两个力的大小相等并沿同一直线作用，而指向相反。这一公理可以称为二力平衡定律。

所谓平衡就是物体的运动状态保持不变。如果物体原来是静止的，将仍保持静止；如果物体向某方向运动，将仍向这方向运动，快慢不变。力本来是改变物体运动状态的作用，但是物体在受到不只一个力的作用时，力的作用可能互相抵消，这一公理提出了刚体在两个力作用下，作用抵消而得到平衡的条件。

设有一刚体，在刚体上两点 A 和 B 各受有力 \overline{P}_1 和 \overline{P}_2 的作用。根据这一公理，刚体如果在这两力的作用下保持平衡，则力 \overline{P}_1 和 \overline{P}_2 大小必须相等。两力一定要以作用点 A、B 的联线为共同的作用线，而两力的指向或者如图 1-2a 所示是相背的，或者如图 1-2b 所示是相同的。

这一公理也说明：只要力 \overline{P}_1 和 \overline{P}_2 在图 1-2a 或 b 的情形下作用在刚体上，刚体一定就能保持平衡。

公理二：在已知的力系上可以加上任意的平衡力系，或从其中去掉任意平衡力系，而

并不破坏已知力系对刚体的作用。

同时作用在刚体上的一群力称为一个力系。假如物体在一个力系的作用下能保持平衡，这力系就称为平衡力系。公理一中所說的两个互相平衡的力就是最简单的平衡力系。

公理二在静力学里經常用到。现在应用这公理可以导出力作用于刚体上的一个主要特性如下：

設刚体受某力系的作用，力系中有一力 \bar{P} 作用在刚体上 A 点（图 1—3a）。在力 \bar{P} 的作用线上任取一点 B，并在这点上加上两个力 \bar{P}' 和 \bar{P}'' ，大小都与力 \bar{P} 相等，力 \bar{P} 与力 \bar{P}' 的方向相同，而力 \bar{P}'' 与力 \bar{P} 的方向相反（1—3b）。根据公理一，力 \bar{P}' 与 \bar{P}'' 互成平衡，所以根据公理二，加上这两力并不破坏原来力系的作用。再根据公理一，力 \bar{P} 与 \bar{P}'' 互成平衡，所以根据公理二可以去掉这两力而不破坏原来力系的作用。将力 \bar{P} 与 \bar{P}'' 去掉之后，就得到一个力 \bar{P}' ，它代替了原来的力 \bar{P} （图 1—3c）这就等于将力 \bar{P} 由点 A 移到了点 B，这样，力的作用点可以沿作用线移动而不改变这力对刚体的作用，这一原理称为力的可傳原理。

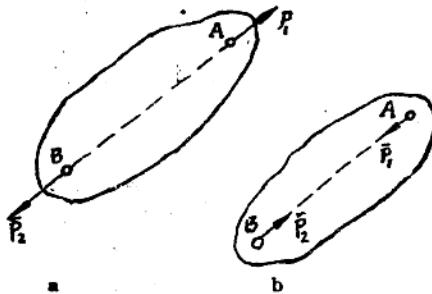


图 1—2

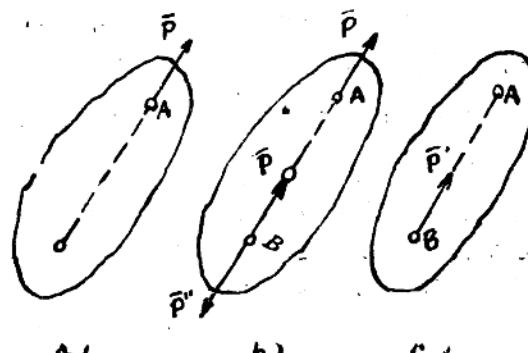


图 1—3

应当指出，加上或去掉平衡力系，以及将力沿作用线移动时，所謂不破坏对刚体的作用是指不破坏物体的平衡或运动状态的改变。至于物体的内部力的分布情形，则会因此发生很大的改变的，所以在材料力学中研究内力的时候，这公理不能适用，作用在物体上的力也不能沿作用线任意移动。

公理三：作用于刚体上某一点的两个力的合力，也作用在同一点，并可由这两个力所作平行四边形的对角綫来表示。

作用在刚体的一个力系如果可用一个力来代替而作用不变，这一个力就称为这力系的合力。每一个力系并不是都有合力的（即并不是都能用一个力来代替），但作用在一点的两个力必有合力，公理三即是說明这个合力。

設刚体上 A 点有两个力 \bar{P}_1 与 \bar{P}_2 作用（图 1—4），根据公理三，这两个力的合力 \bar{R} 也作用在 A 点。以 \overline{AB} 、 \overline{AD} 为两边作平行四边形 ABCD，得对角綫 \overline{AC} ，矢量 \overline{AC} 就代表合力 \bar{R} 。