

丛书主编 锆 桢

高一 数学 (上)

试验修订本



龙门图解

学科主编 赵国良
本册主编 袁建刚 李长苓

开创
教辅读图时代



龍門書局



试验修订本

龙门图解

高一数学(上)

学科主编 赵国良

本册主编 袁建刚 李长苓

编写 赵国良 李长苓 袁建刚

龙门书局

2002

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64034160, 13501151303 (打假办)

邮购电话：(010)64000246

龙 门 书 局

高一数学试验修订本(上)



本册主编：袁建刚 李长苓
责任编辑：王凤雷 夏少宁
出 版：龙 门 书 局
地 址：北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
网 址：<http://www.sciencep.com>
印 刷：中国科学院印刷厂
发 行：科学出版社总发行 各地书店经销
版 次：2002年6月第一版
印 次：2002年6月第一次印刷
开 本：890 × 1240 A5
印 张：7 1/2
字 数：185 000
印 数：1--70 000
书 号：ISBN 7-80160-500-4/G·490
定 价：11.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

教辅书的升华

——代编者话

随着我国进入 WTO，竞争全球化的大市场对国内教辅书界的影响也日益加剧，原来意义上的（传统）教辅产品，不论其表现形式和策划思路，都已与发展迅速的国际同类书市场和国内其他类图书市场有了很大差距。显而易见，教辅书选题策划思路的创新、升华势在必行。

21 世纪是信息传播手段高度发达的时代，其内涵浓缩到传统的出版领域，具体而言就是指更多的叙述文字被风趣、幽默、直观、简单的图片所替代。而这种新鲜、先进手法在教辅书界的运用，就是我们这套书策划的初衷。因其表现手法的图文并茂，知识解答的浅显易懂，故起名《龙门图解》。

本书的编写原则有三：

- 与教材同步，内容源于教材，丰富于教材。
- 充分注意到图、表在知识讲解中的重要性，使繁杂的知识通过直观的图解而变得浅显易懂。
- 重点考虑图、表的恰当运用，以使知识的深度、趣味二者和谐统一，从而达到应试教育与素质教育的有机结合。

经过一年多的努力，本书终于面世了。翻开书你马上会感到：精心设计的版式和 20000 多张图片令人耳目一新；仔细再看，小小的图片和清晰的版式对知识的解答竟会有如此大的作用。其实，本书的优点还远不止此，概括起来有以下八点：



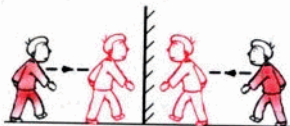
MAAE32/02

一、知识导入自然化。每章、每单元或课有一段引文，引导学生自然切入主体。

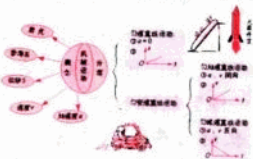
同学们，你们听说过《聊斋志异》中《狼》的故事吗？其中第①句“写的是屠户为狼所迫，把肉丢在树上，狼为食物在树杈上死的故事，第②句写的是屠户与狼搏斗，以刀毙狼，点破两狼的故事……”



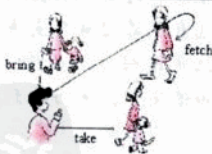
二、枯燥知识趣味化。一道令人头疼的物理题，配上一组人物卡通示意图，顿时会激发学生的解题兴趣。



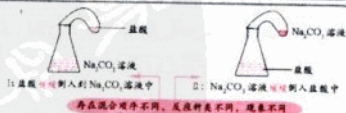
三、知识关联条理化。错综复杂的知识点，用一组图表来归纳，让学生一目了然。



四、抽象问题形象化。很难区分的几个英语动词，用图来表达，可深领其义。



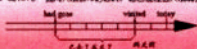
五、关键之处点评化。



- 六、巧学巧记精练化。设“金点子”栏目，用精练的语言，或通俗易懂的方法，记忆一些知识点。

金点子

ago 与 before 连用去可以利用下面这个句子：
I visited him two days ago, but he had gone to London five days before. 我两天前去拜访他时，他已经去五天前就到伦敦去了。



- 七、科普知识休闲化。设“小网吧”栏目，讲述一些相关的科普小知识，开阔学生的眼界。



科普知识——闪电放电的规律

闪电放电是一种放电现象。它具有一种放电电压高、电流大、能量大、速度快的特点。闪电放电时，会产生大量的热量，使空气迅速膨胀，发出巨大的响声，这就是我们听到的雷声。闪电放电时，还会产生大量的臭氧，对空气有一定的净化作用。

闪电放电时，会产生大量的热量，使空气迅速膨胀，发出巨大的响声，这就是我们听到的雷声。闪电放电时，还会产生大量的臭氧，对空气有一定的净化作用。

- 八、知识检测星级化。课后检测题，用星号来区分难易程度。无星表示基础题，一个星表示中等题，两星表示有难度的题，三个星表示需要学生动脑筋才能解决的提高题。

出版这样一套尚无先例的丛书确实困难较大。一年多的时间毕竟太短了，丛书名为《龙门图解》，其实图、表的分量还不够，还有许多要改进的地方，我们仅仅是刚刚开始走出了第一步。诚心希望广大读者给我们提出宝贵的意见。

丛书编委会

2002.6

《龙门图解》

系列丛书

总策划 龙门书局

丛书主编 锺 桢

编 委 田庆元 边永朴 古城威
石 磊 刘云飞 江 哲
陈大捷 张世宏 张希彬
赵国良 霍晓宏

(按姓氏笔画排列)

执行编委 王风雷

执行策划 曹强利

设计制作 企鹅版务技术有限公司

目录

第一章 集合与简易逻辑

1.1~1.3 集合	(4)
1.4 含绝对值的不等式	
1.5 一元二次不等式解法	(17)
1.6~1.8 简易逻辑	(39)

第二章 函数

2.1 映射 2.2 函数	(59)
2.3 函数的单调性和奇偶性 2.4 反函数	(80)
2.5~2.8 指数函数与对数函数	(106)
2.9 函数的应用	(129)

第三章 数列

3.1 数列的概念	(150)
3.2 等差数列	(167)
3.3 等比数列	(184)
3.4 数学归纳法	(207)
3.5 数列求和	(218)



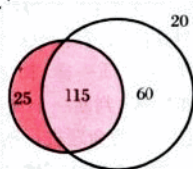
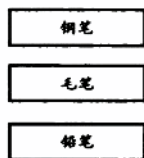
第一章 集合与简易逻辑



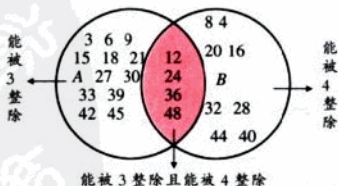
目录

在日常生活中,人们经常会遇到同类事物集在一起的问题.如:某文具店一共进了三种文具,有钢笔、毛笔、铅笔.对这三种商品,无论是在柜台上摆放还是在仓库内存放,这家文具店的做法一定是把钢笔放在一起,毛笔放在一起,铅笔放在一起.从数学角度又如何看待这一问题呢?那就是具有同一属性的一些对象(要是钢笔,都是钢笔)集在了一起.

又如:某校某年级进行数学和语文考试,其中数学成绩 70 分以上的有 140 人(25+115),语文成绩 70 分以上的有 175 人(60+115),两科都在 70 分以上的有 115 人,都在 70 分以下的有 20 人,问这个年级一共有多少学生参加了数学和语文考试?要回答这个问题,见图:由图知共有 220 人参加了数学、语文的考试.此种问题反应出两个数学问题:①同类问题(用分数划分)集在了一起;②不同类的问题可能有交叉,也可能没有交叉.



再如:我们常遇到这样的问题,在 1 至 50 这 50 个数中,能被 3 整除的数有几个?能被 4 整除的数有几个?同时被 3 整除且被 4 整除的数有几个?被 3 整除或被 4 整除的数有几个?回答这个问题,我们可从图中得到其解:被 3 整除的数有 16 个,被 4 整除的数有 12 个,同时被 3 整除且被 4 整除





的数有 4 个,被 3 或被 4 整除的数有 24 个。

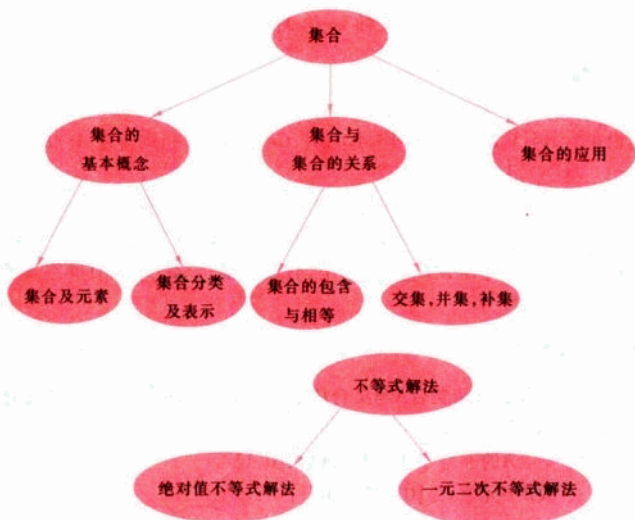
以上三个例子告诉我们,一些特定对象可以集在一起,我们称之为集合,而后集合与集合之间还可以进行一些运算。集合概念的产生,对数学的发展起了很大的推动作用。研究集合不依赖于组成它的事物的发展的性质,即仅仅研究集合的一般性质的数学分支称之为集合论,这一分支是在十九世纪末,二十世纪初才开始蓬勃发展起来的。德国数学家康托尔就是集合论的奠基人。

研究集合首先要掌握集合的几点特性:

1. 集合中元素的确定性. 2. 集合中元素的互异性. 3. 集合中元素的无序性。

为了后续知识的需要,本章还安排了不等式的有关知识。在求不等式解集时,着重体会“数形结合”的方法。特别是一元二次不等式,要与一元二次方程,二次函数联系在一起,借助二次函数图象写出解集。注意运用化归的思想,努力做到在解不等式时运算程序设计合理,逻辑关系正确,结果准确无误,并能解决相关的应用题。

研究逻辑知识应掌握逻辑联结词“或”、“且”、“非”。对于命题在初中数学中就有了一些初步知识,初中数学中所给定义为“判断一件事情的句子叫命题”,而高中数学所给定义为“可以判断真假的句子叫命题”。说法不同,但实质一样。初中主要是通过几何课获得,而高中是在代数中进一步研究它。判断一个命题的真假已不再是初中时简单的判断,而是借助与它等价的命题进行判断,也就是找到这个命题的逆否命题进行判断。因此要充分把握住四种命题的关系,体会它的实质,为今后的学习打下坚实的基础。



本章主要是理解集合、交集、并集、补集的概念,了解空集和全集的意义;了解属于、包含、相等关系的意义;掌握集合的有关术语和符号,并会用它们正确表示常用的点集、数集等集合,以及元素与集合、集合与集合之间的关系.

掌握含绝对值不等式和一元二次不等式的各种解法,并能运用这些知识解决相关的不等式的求解和某些实际问题.



1.1~1.3 集合



例题

基础知识例解

例题 1

1. 设 $A=\{0,1\}$ 且 $B=\{x|\emptyset \subsetneq x \subseteq A\}$, 则用列举法表示 B 应为_____.
2. 设集合 $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{3,4,5,6\}$, $C=\{2,3,6,7\}$, 则集合 $A \cap B \cap C$ = _____ ①, $A \cap (B \cup C)$ _____ ②.
3. 集合 A 有 10 个元素, 集合 B 有 16 个元素, ①若 $A \cap B$ 有 8 个元素, 则 $A \cup B$ 有 _____ ① 元素; ②若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $A \cup B$ 有 _____ ② 个元素.
4. 集合 $A=\{a,b,c\}$ 有子集 _____ ① 个, 有真子集 _____ ② 个, 有非空真子集 _____ ③ 个.



自助解题

1. 解答关键是分清集合 A 与集合 B 的关系, 集合 B 中的元素 x 是由集合 A 的非空子集构成.

解: 集合 A 的非空子集为 $\{0\}, \{1\}, \{0,1\}$

故 B 中元素 x 为 $\{0\}, \{1\}, \{0,1\}$

答案: $\{\{0\}, \{1\}, \{0,1\}\}$.

2. 解答关键是对集合交集, 并集的理解, 可借助图形求解.

解: 如图所示 $A \cap B \cap C = \{3\}$

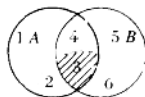
$B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

故 $A \cap (B \cup C) = \{2, 3, 4\}$

答案: ① $\{3\}$ ② $\{2, 3, 4\}$.

3. 利用交集, 并集概念及数与形结合.

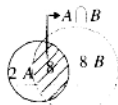
解: ① 如图所示知 $A \cup B$ 有 18 个元素, 答案为 18.



$A \cap B \cap C = \{3\}$

$C = \{7\}$

$B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$



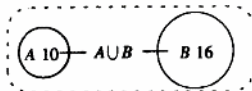
$A \cup B$



②如图所示,若 $A \cap B = \emptyset$

则 $A \cup B$ 有 26 个元素

答案: 26.



4. 解答关键是分清子集, 真子集, 非空真子集的区别. $\emptyset$ 是任何集合的子集, 非空集合的真子集.

解: $A = \{a, b, c\}$
 → 子集为 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{ab\}, \{ac\}, \{bc\}, \{abc\}$ 共 8 个
 → 真子集 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{ab\}, \{ac\}, \{bc\}$ 共 7 个
 → 非空真子集: $\{0\}, \{b\}, \{c\}, \{ab\}, \{ac\}, \{bc\}$ 共 6 个

答案: ①8 ②7 ③6

金点子

①解有关集合的问题, 常将集合化简或转化为熟知的代数、几何等问题, 涉及到的常用数学思想方法有数形结合、化归思想、方程与不等式思想等.

②掌握有限集合所含元素个数的几个简单性质

设 $\text{card}(X)$ 表示集合 X 所含元素的个数,

(1) $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$

当 $A \cap B = \emptyset$ 时, 则有 $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$

(2) $\text{card}(A \cup B \cup C) = \text{card}(A) + \text{card}(B) + \text{card}(C) - \text{card}(A \cap B) - \text{card}(B \cap C) - \text{card}(A \cap C) + \text{card}(A \cap B \cap C)$

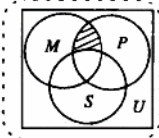
(上例的 3 小题也可用此方法求解)

即学即练

1. 集合 $\{(x, y) | y = x^2 - 1, |x| \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$, 用列举法表示应是_____.

2. 如右图, U 是全集, M, P, S 是 U 的三个子集, 则阴影部分表示的集合是_____.

3. 某班 45 名学生, 参加了数学和语文考试, 41 名学生数学成绩优秀, 38 名学生语文成绩优秀, 且每人至少获得了一科优秀. 两科都获得优秀的学生有_____名.



4. 如果 $A = \{x | 4 < x \leq 6, x \in \mathbb{Z}\}$, 那么 A 的子集共有_____个.



答案 1. 由 $|x| \leq 2$ 知 $-2 \leq x \leq 2$ 即

-2	——	3
-1	——	0
0	——	-1
1	——	0
2	——	3
x		y

而集合中元素为有序实数对, 所以用列举法表示应是

$\{(-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3)\}$

2. $(M \cap P) \cap (\bigcup_U S)$

3. 由题可知 $\text{card}(A)=41, \text{card}(B)=38,$

则 $\text{card}(A \cup B)=45,$

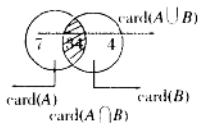
两种都获得优秀的学生数为

$$\text{card}(A \cap B)$$

$$\text{card}(A \cap B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cup B)$$

$$= 41 + 38 - 45 = 34 (\text{名})$$

或者借助右图, 两科都获得优秀的学生为 34 名.



4. $\because A = \{5, 6\},$

$\therefore A$ 的子集共有 4 个.

例 2

1. 若集合 A, B, C 满足 $A \cup B = A \cup C$, 则推得()

A. $B=C$

B. $A \cap B = B \cap C$

C. $A \cup (\bigcap_U B) = A \cap (\bigcap_U A)$

D. $(\bigcap_U A) \cap B = (\bigcap_U A) \cap C$

2. 若集合 $M = \{1, 3, x\}, N = \{x^2, 1\}$, 并且 $M \cup N = \{1, 3, x\}$, 则满足条件的 x 的个数有()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

3. 已知集合 $E = \{x | x \neq 1, x \in \mathbf{R}\}, F = \{x | x \neq 2, x \in \mathbf{R}\}, G = \{x | x^2 - 3x + 2 \geq 0\}$, 那么集合 $E \cup F$ 与 G 的关系是()

A. $(E \cup F) \subseteq G$ B. $(E \cap F) \supseteq G$ C. $E \cup F = G$ D. $(E \cup F) \cap G = G$

自助解题

1. 解此题关键是对集合“ $A \cup B$ ”概念的深刻理解, 既 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ 中的元素可分为三类: (1) $x \in A$ 且 $x \in B$, (2) $x \notin A$ 且 $x \in B$, (3)



$x \in A$ 且 $x \in B$. 因此, 由 $A \cup B = A \cup C$ 可推得 B 与 C 在“集合 A 外”的元素相同.

解: 设 $x \in B$ 且 $x \notin A$, 则 $x \in A \cup B$, $\therefore A \cup B = A \cup C$, $\therefore x \in A \cup C$,

又 $x \notin A$, $\therefore x \in C$. 同理, 当 $y \in C$ 且 $y \notin A$ 时, 有 $y \in B$.

$\therefore B$ 与 C 在“ A 外”的元素相同, 故 $(\complement_U A) \cap B = (\complement_U A) \cap C$,

应选 D.

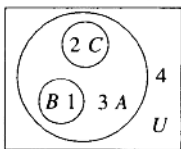
此题因为是选择题, 也可用特例法,

如右图所示

$U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2, 3\}, B = \{1\}$

$C = \{2\}$, 有 $A \cup B = A \cup C$, 但 $B \neq C$,

$A \cap B \neq B \cap C, A \cap (\complement_U B) \neq A \cap (\complement_U C)$. 故选 D.



2. 解答此题应充分注意到集合中元素的互异性及无序性.

解: $\because M \cup N = \{1, 3, x\}$, 故集合 M 与集合 N 有这样的对应关系:

$$M = \{1, 3, x\}, N = \{x^2, 1\}$$

$$x^2 = x \text{ 时} \Rightarrow x = 0 \text{ 或 } x = 1 (x = 1 \text{ 舍去})$$

$$x^2 = 3 \text{ 时} \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \quad \text{故选 C.}$$

3. 分清并集与交集是解答此题的关键.

解: $E \cup F = \{x | x \in \mathbf{R}\}, G = \{x | x \geq 2 \text{ 或 } x \leq 1\}$,

$\therefore (E \cup F) \supseteq G, (E \cup F) \cap G = G$, 故选 D.



即学即练

1. 非空集合 P, Q, R 满足 $P \cup Q = Q, Q \cap R = Q$, 则 P, R 间的关系是 ()

A. $P = R$ B. $P \subseteq R$ C. $P \supseteq R$ D. $P \cap R = \emptyset$

2. 已知集合 $S = \{a, b, c\}$ 中的三个元素可构成 $\triangle ABC$ 三边长, 那么 $\triangle ABC$ 一定不是 ()

A. 锐角三角形 B. 钝角三角形 C. 直角三角形 D. 等腰三角形

3. 设集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}, B = \{x | mx + 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 m 可取不同的值的个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



答案 1. B 2. D 3. C

例题 3

元素是正整数的集合 S 满足“若 $x \in S$, 则 $8-x \in S$ ”时, 回答下列问题: (1) 写出只有一个元素的 S ; (2) 写出元素个数为 2 的 S 的全部.

自助解题

解答的关键是利用集合的描述法来表达.

解: 由 x 是正整数, $8-x$ 也是正整数, 知

S 的元素只能是 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 中的数. (1) $x=8-x \Rightarrow x=4$,
 $\therefore S=\{4\}$.

(2) 两元素之和为 8, $\therefore S$ 可以为下列之一: $\{1, 7\}, \{2, 6\}, \{3, 5\}$.

即学即练

设 A 是数集, 且满足条件: 若 $a \in A, a \neq 1$, 则 $\frac{1}{1-a} \in A$, 如果 $2 \in A$, 求 A .

答案

解: $\because 2 \in A$,

$\therefore$ 由题设知 $\frac{1}{1-2} = -1 \in A$, 又由 $-1 \in A \Rightarrow \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2} \in A$,

再由 $\frac{1}{2} \in A \Rightarrow \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2 \in A$,

$\therefore A = \{-1, \frac{1}{2}, 2\}$.

例题 4

设 $A = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求 a 的取值集合.

自助解题

解答关键是弄清 $B \subseteq A$ 的意义, 同时注意 $B = \emptyset$ 也适合题意.

解: 由已知 $A = \{3, 5\}$, $\therefore B \subseteq A$,



$\therefore$ 当 $B=\emptyset$ 时 $a=0$; 当 $B\neq\emptyset$ 时, 则 $a\neq 0$, 此时有 $\frac{1}{a}=3$ 或 $\frac{1}{a}=5$,

$$\text{即 } a=\frac{1}{3} \text{ 或 } a=\frac{1}{5}$$

$\therefore a$ 的取值集合为 $\{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\}$

即学即练

已知 $A=\{(x,y)|ax-y^2+b=0\}$, $B=\{(x,y)|x^2-ay-b=0\}$

若 $A\cap B=\{(1,2)\}$, 求 a, b 的值?

答案

解: $\because A\cap B=\{(1,2)\}$

$$\therefore \begin{cases} a-4+b=0 \\ 1-2a-b=0 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=-3 \\ b=7 \end{cases}$$

集合 A, B 中的元素是点

代入原集合检验, 可知此解不满足题意

$\therefore$ 不存在符合题意的 a, b .

综合知识例解

例题 1

已知集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$, $B=\{x|x^2-ax+(a-1)=0\}$, $C=\{x|x^2-mx+2=0\}$, 且 $A\cup B=A$, $A\cap C=C$, 求 a, m 的值或取值范围.

自助解题

解答关键是由 $A\cup B=A \Rightarrow B\subseteq A$

$A\cap C=C \Rightarrow C\subseteq A$, 然后分类讨论.

解: $\because A=\{x|x^2-3x+2=0\}=\{1, 2\}$.

由 $A\cup B=A$ 可知 $B\subseteq A$, 又由 $A\cap C=C$ 可知 $C\subseteq A$.

由 $B\subseteq A$ 可得

(1) 若 $B=\emptyset$, 因 $\Delta=(a-2)^2\geq 0$, 故 $B=\emptyset$ 不可能.