

SUZHJIAOYUXINTONGBU

金牌K图书
CHAMPION

321 创新实践同步·单元练与测

素质教育 新同步

全国知名重点学校联合编写组 编



★·修订版·★

课内四基达标
能力素质提高
综合实践创新
高考真题演练

高中数学

第二册(上)

高二上学期用

中国致公出版社

高中数学

第二册(上)

全国知名重点学校联合编写组 编

本册编者:朱志华

中国致公出版社

图书在版编目(CIP)数据

321 创新实践同步·单元练与测·高中数学/全国知名重点学校联合编写组编.
—北京:中国致公出版社,2001.7

ISBN 7-80096-915-0

I. 3... II. 全... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 035680 号

高 中 数 学
第二册(上)

编 写:全国知名重点学校联合编写组

责任编辑:刘 秦

封面设计:吴 涛

出版发行:中国致公出版社

(北京市西城区太平桥大街4号 电话 66168543 邮编 100034)

经 销:全国新华书店

印 刷:北京李史山印刷厂

印 数:10 001—20 000

开 本:787×1092 1/16

总 印 张:13.375

总 字 数:266 千字

版 次:2002 年 6 月第 2 版 2002 年 6 月第 2 次印刷

ISBN 7-80096-915-0/G·573

总 定 价:15.00 元(共 2 册)

本册定价:7.50 元

版权所有 翻印必究

前言

实施素质教育的主渠道在课堂,学生学习的主渠道也在课堂,向课堂 45 分钟要效率,高质量的“同步练习”应该是检测学习成果的一个最重要的环节。

为此,我们特组织了全国知名的教研员及重点中小学的一线特高级教师组成了“中小学新教材同步单元练习编委会”,依据人教社 2002 年秋季的最新教材,编写了该套丛书,其独有的特点:

一、该套丛书完全按照教育部颁发的中小学各科新大纲及人教社的新教材编写,题型体现了中、高考的最新信息。这套丛书冠名“321”的“3”即三新——新大纲、新教材、新题型的涵义。

二、该丛书内容完全同新教材配套编写,每课(或单元)的体例如下:

1. 课内四基达标(基本知识、基本技能、基本态度、基本能力);
2. 能力素质提高;
3. 渗透拓展创新;
4. 中考(或高考)真题演练(中考、高考相关知识点真题,小学部分改为竞赛趣题欣赏)。

从以上体例不难看出,素质教育的两个重点,即创新精神和实践能力得到了充分地体现。这亦是“321”的“2”之涵义。

三、追求知识和能力的同步发展,追求符合素质教育精神的教辅是我们的理想,为教师减负,为学生减负是我们编写这套练习的原则。综观全套练习,不难看出,每个练习题均精雕细刻,题量少而精,授人以鱼不如授人以渔,授人以金不如“点石成金术”。所有这些无非是围绕一个目的,即提高学生的综合素质,这亦是“321”的“1”的涵义。

本套丛书包括小学语文和数学两科,初、高中的语文、数学、英语、物理、化学、政治、历史、地理和生物九科,可作为学生的随堂练习或课外作业及家长辅导子女学习、检测学习效果用。书后附有参考答案,以便学生做完练习后查对。

由于我们水平有限,错误与不妥之处请指正。

编者

2002 年 6 月于北京

目 录

第六章 不等式	(1)
6.1 不等式的性质	(1)
6.2 算术平均数与几何平均数	(3)
6.3 不等式的证明	(6)
不等式单元测试题(6.1-6.3)	(9)
6.4 不等式的解法举例	(11)
6.5 含有绝对值的不等式	(14)
不等式单元测试题(6.4-6.5)	(16)
第六章综合测试题	(18)
第七章 直线和圆的方程	(21)
7.1 直线的倾斜角和斜率	(21)
7.2 直线的方程	(24)
7.3 两条直线的位置关系	(27)
直线的方程单元测试题(7.1-7.3)	(30)
7.4 简单的线性规划	(32)
7.6 曲线和方程	(35)
7.7 圆的方程	(38)
曲线与圆的方程单元测试题(7.4-7.6)	(41)
第七章综合测试题	(44)
第八章 圆锥曲线方程	(46)
8.1 椭圆及其标准方程	(46)
8.2 椭圆的简单几何性质	(49)
椭圆单元测试题(8.1-8.2)	(52)
8.3 双曲线及其标准方程	(54)
8.4 双曲线的简单几何性质	(57)
双曲线单元测试题(8.3-8.4)	(60)
8.5 抛物线及其标准方程	(62)
8.6 抛物线的简单几何性质	(64)
抛物线单元测试题(8.5-8.6)	(66)
第八章综合测试题	(68)
期中测试题	(70)
期末测试题	(72)
参考答案	(75)

第六章 不等式

6.1 不等式的性质



课内四基达标

一、选择题

1. 若 $a > b, c > b$, 下列结论正确的是 ()
 A. $a - c > b - c$ B. $a - d > b - c$
 C. $a + d > b + c$ D. $a - c < a - d$
2. 已知 $a < 0, -1 < b < 0$, 那么 ()
 A. $a > ab > ab^2$ B. $ab^2 > ab > a$
 C. $ab > a > ab^2$ D. $ab > ab^2 > a$
3. 当 $a > b > c$ 时, 下列下等式恒成立的是 ()
 A. $ab > ac$
 B. $a|c| > b|c|$
 C. $|ab| > |ac|$
 D. $(a - b)|c - a| > 0$
4. 若 a, b 是任意实数, 且 $a > b$, 则 ()
 A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{b}{a} < 1$
 C. $\lg(a - b) > 0$ D. $(\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$
5. 下列命题正确的是 ()
 A. 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$
 B. 若 $a^2 > b^2$ 则 $a > b$
 C. 若 $a > |b|$, 则 $a^2 > b^2$
 D. 若 $|a| > b$ 则 $a^2 > b^2$

$$6. (a-1)(b-1) > 0 \text{ 是 } \begin{cases} a > 1 \\ b > 1 \end{cases} \text{ 的 } ()$$

- A. 充分条件
 B. 必要条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
7. 若 $-1 < \alpha < \beta < 1$, 则下列各式成立的是 ()
 A. $-2 < \alpha - \beta < 0$
 B. $-2 < \alpha - \beta < 2$
 C. $-1 < \alpha - \beta < 0$
 D. $-1 < \alpha - \beta < 1$
8. 若 a, b, c, d 均为实数, 且 $ab > 0, -\frac{c}{a} < -\frac{d}{b}$, 则下列各式中成立的是 ()
 A. $bc < ad$ B. $bc > ad$
 C. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ D. $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$
9. 若 $a > b > 0, x > 0$, 那么 $\frac{b+x}{a+x}$ 的值的范围是 ()
 A. $\frac{b+x}{a+x} < 1$ B. $\frac{b+x}{a+x} > 1$
 C. $\frac{b}{a} < \frac{b+x}{a+x} < 1$ D. $\frac{b+x}{a+x} < \frac{b}{a}$
10. $a > 0$ 且 $a \neq 1, P = \log a(a^2 - a + 1), Q = \log a(a^3 - a + 1)$, 则 ()
 A. $P > Q$

B. $P < Q$

C. $P = Q$

D. 不能确定 P, Q 大小

二、填空题

11. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $a > b, \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 同时成立的条件是_____.

12. 设 $x > 1, -1 < y < 0$, 将 $x, y, -x, -y, -xy$ 按从大到小的顺序排列起来是_____.

13. 设 $x > 0$ 且 $x \neq 1, P, Q \in \mathbf{N}$, 则 $1 + x^{p+q}$ 与 $x^p + x^q$ 的大小关系为_____.

14. 下列命题:

(1) 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$

(2) $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$, 则 $a > b$

(3) 若 $a > b$, 则 $a^3 > b^3$

(4) 若 $a > b$, 则 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$

(5) 若 $a > b, c > d > 0$, 则 $ac > bd$

其中正确命题的序号是_____.

三、解答题

15. 已知: $a > b > c > d > 0, \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 求证: $a + d > b + c$.

16. 若 $ab > 0$, 且 $a \neq b$, 试比较 $(a + b)(a^3 + b^3)$ 与 $(a^2 + b^2)^2$ 的大小.

17. 已知 $f(x) = ax^2 - c$, 且 $-4 \leq f(1) \leq -1, -1 \leq f(2) \leq 5$, 求 $f(3)$ 的取值范围.



能力素质提高

18. 实数 a, b, c, d 满足下列三个条件:

(1) $d > c$, (2) $a + b = c + d$ (3) $a + d < b + c$

请将 a, b, c, d 按从大到小的次序排列, 并证明你的结论.

19. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}^+$, 且 $a + b = c$, 求证: $a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} > c^{\frac{2}{3}}$



综合实践创新

20. 我们知道, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a^2 + b^2 = c^2$, 则 $\triangle ABC$ 是直角三角形. 现在请你研究, 若 $c^n = a^n + b^n, (n > 2, n \in \mathbf{N})$, 那么 $\triangle ABC$ 为何种三角形? 为什么?

6.2 算术平均数与几何平均数



课内四基达标

一、选择题

1. $a \in \mathbf{R}^+, b \in \mathbf{R}^+$ 是 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 的 ()

- A. 充分条件
B. 必要条件
C. 充要条件
D. 既非充分又非必要条件

2. 设 $a > b > 0$, 则 ()

- A. $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$
B. $\frac{2ab}{a+b} < \frac{a+b}{2} < \sqrt{ab}$
C. $\frac{a+b}{2} > \frac{2ab}{a+b} > \sqrt{ab}$
D. $\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < \frac{2ab}{a+b}$

3. 若 a, b 为非零实数, 则在

- (1) $\frac{a^2+b^2}{2} \geq ab$ (2) $(\frac{a+b}{2})^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}$
(3) $\frac{a+b}{2} \geq \frac{2ab}{a+b}$ (4) $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$
2 中恒成立的个数是 ()

- A. 4 个
B. 3 个
C. 2 个
D. 1 个

4. 若 $x + 2y = 1$, 则 $2^x + 4^y$ 的最小值为 ()

- A. 8
B. 6
C. $2\sqrt{2}$
D. $3\sqrt{2}$

5. 若 $a > 1$, 则 $a + \frac{1}{a-1}$ 的最小值是 ()

- A. 2
B. a

- C. $\frac{2\sqrt{a}}{a-1}$
D. 3

6. 若 $x > 0$, 则 $3 - 3x - \frac{1}{x}$ 的最大值为 ()

- A. 3
B. $3 - 2\sqrt{2}$
C. $3 - 2\sqrt{3}$
D. -1

7. 已知 $ac = b^2$, 且 $a + b + c = 3$, 则 b 的取值范围是 ()

- A. $[0, 1]$
B. $[-3, -1]$
C. $[-1, 0]$
D. $[-3, 1]$

8. $\lg 9 \cdot \lg 11$ 与 1 的大小关系是 ()

- A. $\lg 9 \cdot \lg 11 > 1$
B. $\lg 9 \cdot \lg 11 < 1$
C. $\lg 9 \cdot \lg 11 = 1$
D. 不能确定

9. $x > 0, y > 0, x + y = 1$, 若 $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq a$ 恒成立, 则 a 的最小值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
B. $2\sqrt{2}$
C. 2
D. $\sqrt{2}$

10. 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 分别为 a, b, c 边所对的角, 若 a, b, c 成等差数列, 则 $\angle B$ 的取值范围为 ()

- A. $0 < B \leq \frac{\pi}{4}$
B. $0 < B \leq \frac{\pi}{3}$



C. $0 < B \leq \frac{\pi}{2}$

D. $\frac{\pi}{2} < B < \pi$

二、填空题

11. 若不等式 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ 成立, 则 a, b 必须满足的条件是_____.

12. 当 $x =$ _____ 时, 函数 $f(x) = x^2(4 - 2x^2)$ 的最大值是_____.

13. 若 $|x + y| = 2$, 则 xy 的最大值是_____.

14. 若 $a > 0, b > 0$, 则 $\sqrt{a+b}$ 与 $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{2}}$ 的大小关系为_____.

三、解答题

15. 已知 $x < \frac{5}{4}$, 求函数 $y = 4x - 2 + \frac{1}{4x - 5}$ 的最大值.

16. 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $\frac{1}{x} + \frac{9}{y} = 1$, 求 $x + y$ 的最小值.

17. 已知: $a, b, c \in \mathbb{R}^+$, 且 $a + b + c = 1$, 求证: $\sqrt{4a+1} + \sqrt{4b+1} + \sqrt{4c+1} < 5$.



能力素质提高

18. 已知 $2b + ab + a = 30, (a > 0, b > 0)$, 求 $y = \frac{1}{ab}$ 的最小值.

19. 甲、乙二人沿着同一条路同时从 A 地前往 B 地, 甲用速度 v_1 与 v_2 ($v_1 \neq v_2$), 各走全程的一半, 乙用速度 v_1 与 v_2 各走全程所需时间的一半, 试判断甲、乙两人谁先到达 B 地, 并说明理由.



综合实践创新

20. 某种汽车, (A) 购置费用为 10 万元; (B) 每年应交纳保险费、养路费及汽油费合计 9 千元; (C) 汽车的维修费用为: 第一年 2 千元, 第二年 4 千元, 第三年 6 千元, 依等差数列逐年递增. 问这种汽车使用多少年报费最合算 (即使用多少年的年平均费用最小).



高考真题演练

22. (1999 全国) 若正数 a, b 满足 $ab = a + b + 3$, 则 ab 的取值范围是_____

23. (1998 全国) 为处理含有某种杂质的污水, 要制造一底宽为 2m 的无盖长方体沉淀箱 (如图 6-1), 污水从 A 孔流入, 经沉淀后从 B 孔流

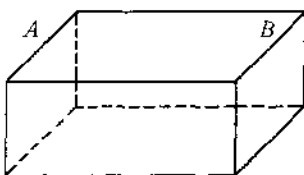


图 6-1

出. 设箱体的长度为 $a\text{m}$, 高度为 $b\text{m}$, 已知流出的污水中该杂质的质量分数与 a, b 的乘积 ab 成反比. 现有制作材料 60m^2 , 问当 a, b 各为多少时, 经沉淀流出的水中该杂质的质量分数最小 (A, B 孔的面积忽略不计).

6.3 不等式的证明



课内四基达标

一、选择题

1. 设 $a > 0, b < 0, a + b > 0$, 则下列不等式中正确的是 ()

- A. $a > b > -a > -b$
- B. $a > -b > -a > b$
- C. $a > -b > b > -a$
- D. $a > -a > -b > b$

2. 设 $m \neq n, x = m^4 - m^3n, y = mn^3 - n^4$, 则 x, y 的大小关系是 ()

- A. $x > y$
- B. $x = y$
- C. $x < y$
- D. 与 m, n 的取值有关

3. 设正数 a, b, c, d 满足 $a + d = b + c$, 且 $|a - d| < |b - c|$, 则 ()

- A. $ad = bc$
- B. $ad < bc$
- C. $ad > bc$
- D. $ad \leq bc$

4. 下列不等式 (1) $x^2 + 3 > 2x$; (2) $a^5 + b^5 > a^3b^2 + a^2b^3$; (3) $a^2 + b^2 \geq 2(a - b - 1)$ 其中正确的个数是 ()

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

5. $\sqrt{2} + \sqrt{7}$ 与 $\sqrt{3} + \sqrt{6}$ 的大小关系是 ()

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{7} \geq \sqrt{3} + \sqrt{6}$
- B. $\sqrt{2} + \sqrt{7} \leq \sqrt{3} + \sqrt{6}$
- C. $\sqrt{2} + \sqrt{7} > \sqrt{3} + \sqrt{6}$
- D. $\sqrt{2} + \sqrt{7} < \sqrt{3} + \sqrt{6}$

6. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}, P = a^2 + b^2 + ab + 1, Q = a + b$, 则 P 与 Q 的大小关系是 ()

- A. $P \geq Q$
- B. $P > Q$
- C. $P \leq Q$
- D. $P < Q$

7. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}^+, P = a + b - c, Q = b + c - a, R = c + a - b$, 则 $PQR > 0$ 是 P, Q, R 同时大于零的 ()

- A. 充分条件
- B. 必要条件
- C. 充要条件
- D. 既非充分又非必要条件

8. 若 $a = \sqrt{1 - b^2}$, 则 $a + b$ 的最小值是 ()

- A. -1
- B. 1
- C. 0
- D. $-\sqrt{2}$

9. 实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 = 1$, 那么 $(1 + xy)(1 - xy)$ 的 ()

- A. 最大值 $\frac{1}{2}$, 最小值 1
- B. 最大值 1, 最小值 $\frac{3}{4}$
- C. 最小值 $\frac{3}{4}$, 无最大值
- D. 最大值 1, 无最小值

10. 设 $a > b > 0$, 且 $a + b = 1, m = \log_a b, n = \log_{\frac{1}{b}} a, p = \log_{\frac{1}{a}} ab$, 则 ()

- A. $m < n < p$
- B. $n < m < p$
- C. $m < p < n$
- D. $p < n < m$

二、填空题

11. 已知 $a \in \mathbf{R}^+$, 则 $\frac{1}{2\sqrt{a}}$,

$\frac{1}{2\sqrt{a+1}}$, $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}}$ 从大到小的顺序为 _____.

12. 若 $a > c > b > 0$, 则 $\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b}$ 的值的符号为 _____ (填正、负或零).

13. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}^+$, 且 $a + b + c = 1$ 则 $(a + \frac{1}{a}) + (b + \frac{1}{b}) + (c + \frac{1}{c})$ 的最小值是 _____.

14. b 克糖水中有 a 克糖 ($b > a > 0$), 若再添上 m 克糖 ($m > 0$), 则糖水就更甜了, 试根据上述事实提炼一个不等式 _____.

三、解答题

15. 已知: a, b, c 是三角形的边长, 求证: $\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} > \frac{c}{1+c}$.

16. 已知: $x + y + z = a$, 求证: $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{a^2}{3}$.

17. 已知: $a > 0$, 求证: $a + \frac{1}{a} - \sqrt{a^2 + \frac{1}{a^2}} \leq 2 - \sqrt{2}$.



能力素质提高

18. 已知: $x \geq 0, y \geq 0$, 求证: $\frac{1}{2}(x + y)^2 + \frac{1}{4}(x + y) \geq x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$.

19. 已知: 函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ ($a, b \in \mathbf{R}^+$), 当 $p + g = 1$ 时, 试证明:

$$pf(x) + gf(y) \geq f(px + gy).$$

对于任意实数 x, y 都成立的充要条件是 $0 \leq p \leq 1$.



综合实践创新

20. 判断命题“若 $a > b > c$, 且 $a + b + c = 0$, 则 $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a} < \sqrt{3}$ ”的真假, 并证明你的结论.



高考真题演练

21. (2000 全国) 若 $a > b > 1, p = \sqrt{\lg a \cdot \lg b}, Q = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b), R = \lg$

$\frac{a+b}{2}$, 则

()

A. $R < P < Q$

B. $P < Q < R$

C. $Q < P < R$

D. $P < R < Q$

不等式单元测试题(6.1-6.3)

(时间 90 分钟, 满分 150 分)

一、选择题(每小题 5 分, 共 60 分)

1. $a + b > 2c$ 的一个充分条件是 ()
- A. $a > c$ 或 $b < c$ B. $a < c$ 且 $b < c$
 C. $a < c$ 且 $b > c$ D. $a > c$ 或 $b > c$
2. 若 $a < 0, -1 < b < 0$, 则有 ()
- A. $a > ab > ab^2$ B. $ab^2 > ab > a$
 C. $ab > a > ab^2$ D. $ab > ab^2 > a$
3. 若 $a < b < 0$, 则下列不等式中不能成立的是 ()
- A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$
 C. $|a| > |b|$ D. $a^2 > b^2$
4. 若 $-1 < \alpha < \beta < 1$, 则下列各式中正确的是 ()
- A. $-2 < \alpha - \beta < 0$
 B. $-2 < \alpha - \beta < 2$
 C. $-1 < \alpha - \beta < 0$
 D. $-1 < \alpha - \beta < 1$
5. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则下面推理中正确的是 ()
- A. $a > b \Rightarrow am^2 > bm^2$
 B. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \Rightarrow a > b$
 C. $a^3 > b^3, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
 D. $a^2 > b^2, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
6. 若 $a \in (0, 1)$, 则 $(3 - 3a)a$ 取最大值时 a 的值为 ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{9}{16}$

7. 若 $m > 0, n > 0$, 且 $\frac{2}{m} + \frac{8}{n} = 1$, 则 mn 有 ()
- A. 最大值 64 B. 最小值 $\frac{1}{64}$
 C. 最小值 $\frac{1}{2}$ D. 最小值 64

8. 当 $x > 1, 0 < y < 1$ 时, $\log_3 x + \log_3 y$ 的范围是 ()
- A. $[2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2)$
 C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2]$

9. 如果 $x\sqrt{1-x^2}$ 的最大值为 M , 最小值为 N , 那么 M, N 分别是 ()
- A. $M = \sqrt{2}, N = -\sqrt{2}$
 B. $M = 2, N = -2$
 C. $M = \frac{1}{2}, N = -\frac{1}{2}$
 D. $M = \frac{\sqrt{2}}{2}, N = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. 函数 $y = \frac{3x}{x^2 + x + 1} (x < 0)$ 的值域是 ()
- A. $(-1, 0)$ B. $[-3, 0)$
 C. $[-3, -1]$ D. $(-\infty, 0)$

11. 已知实数 x 满足 $x^2 + x < 0$, 则 $x^2, x, -x$ 的大小关系是 ()
- A. $-x < x < x^2$ B. $x < x^2 < -x$
 C. $x^2 < x < -x$ D. $x < -x < x^2$

12. 若 $a > b > 0$, 下列不等式中恒成



立的是 ()

A. $\frac{b^2+1}{a^2+1} > \frac{b^2}{a^2}$

B. $\frac{b^2-2}{a^2-2} > \frac{b^2}{a^2}$

C. $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$

D. $\frac{2a+b}{a+2b} > \frac{a}{b}$

二、填空题(每题4分,共16分)

13. 函数 $f(x) = 2 - 3x^2 - 4x^{-2}$ 的最大值是_____.

14. $x, y \in \mathbf{R}^+$, 且 $xy - x - y = 1$, 则 $x + y$ 的最小值是_____.

15. $\sqrt{7} + \sqrt{5}$ _____ $1 + \sqrt{11}$ (用不等号连结).

16. 设 $x, y \in \mathbf{R}^+$, 不等式 $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq a\sqrt{x+y}$ 恒成立, 则 a 的最小值是_____.

三、解答题(第22题14分,其余各12分,共74分)

17. 已知 $x^2 + y^2 = a, m^2 + n^2 = b$ ($a \geq 0, b \geq 0$), 求 $mx + ny$ 的最大值.

18. 已知: $x > 0, y > 0$ 且 $x + 2y = 1$, 求证: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 3 + 2\sqrt{2}$.

19. 已知: $a, b, c \in \mathbf{R}^+$, 且 $a + b + c = 1$, 求证: $\sqrt{3a+2} + \sqrt{3b+2} + \sqrt{3c+2} \leq 3\sqrt{3}$.

20. 设 $a > b > c$, 求证: $\frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-c} > a + 2b + c$.

21. 关于 x 的二次方程 $x^2 + ax + b = 0$ 两根 α, β , 已知 $|a| + |b| < 1$, 求证: $|\alpha| < 1$ 且 $|\beta| < 1$.

22. 设 $\{a_n\}$ 是由正数组成的等比数列, S_n 是其前 n 项的和, 求证:

$$\frac{\lg S_n + \lg S_{n+2}}{2} < \lg S_{n+1}.$$

6.4 不等式的解法举例



课内四基达标

一、选择题

1. 与不等式 $\frac{x-3}{2-x} \geq 0$ 同解的不等式是 ()

A. $(x-3)(2-x) \geq 0$

B. $\frac{2-x}{x-3} \geq 0$

C. $\lg(x-2) \leq 0$

D. $(x-3)(2-x) > 0$

2. 关于 x 的不等式 $2x-1 > a(x-2)$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是 ()

A. $(2, +\infty)$ B. $|2|$

C. $(-\infty, 2)$ D. $\emptyset$

3. $\begin{cases} x+y > 5 \\ (x-2)(y-3) > 0 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} x > 2 \\ y > 3 \end{cases}$ 的 ()

A. 充要条件

B. 必要非充分条件

C. 充分不必要条件

D. 既非充分又非必要条件

4. 不等式 $\frac{(x-1)^2(x+2)}{(x-3)(x-4)} \leq 0$ 的解集是 ()

A. $\{x|x \leq -2 \text{ 或 } 3 \leq x \leq 4\}$

B. $\{x|x \leq -2 \text{ 或 } 3 < x < 4\}$

C. $\{x|x < 2 \text{ 或 } 3 < x < 4\}$

D. $\{x|x \leq -2 \text{ 或 } 3 < x < 4 \text{ 或 } x=1\}$

5. 当 $m < -1$ 时, 不等式 $3m+x > 2-mx$ 的解集是 ()

A. $|x|x < \frac{2-3m}{m+1}|$

B. $|x|x > \frac{2-3m}{m+1}|$

C. $|x|x < \frac{3m-2}{m+1}|$

D. $|x|x < \frac{3m-2}{m+1}|$

6. 若 $\frac{1}{x} < 2$ 与 $|x| > \frac{1}{3}$ 同时成立, 则 x 满足 ()

A. $-\frac{1}{3} < x < -\frac{1}{2}$

B. $x > \frac{1}{2}$ 或 $x < -\frac{1}{3}$

C. $x > \frac{1}{2}$

D. $x < -\frac{1}{3}$

7. 若 $ax^2+bx+c > 0$ 的解集为 $(-\frac{1}{3}, 2)$, 则不等式 $cx^2+bx+a < 0$ 的解集为 ()

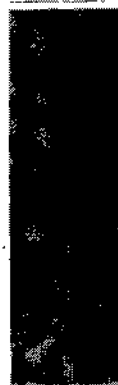
A. $(-3, \frac{1}{2})$

B. $(-\infty, -3) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

C. $(-2, \frac{1}{3})$

D. $(-\infty, -2) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

8. 如果不等式 $\frac{2x^2+2mx+m}{4x^2+bx+3} < 1$ 对一切实数 x 均成立, 则实数 m 的取值范围是 ()



- A. (1, 3)
B. $(-\infty, 3)$
C. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$
D. $\mathbf{R}$

9. 集合 $A = \{x | x^2 + 3x + 2 < 0\}$, $B = \{x | x^2 - 4ax + 3a^2 < 0\}$, 若 $A \subsetneq B$, 那么 a 的取值范围是 ()

- A. $-1 \leq a \leq -\frac{2}{3}$
B. $a < -1$ 或 $a > -\frac{2}{3}$
C. $-1 < a < -\frac{2}{3}$
D. $a \leq -1$ 或 $a \geq -\frac{2}{3}$

10. 对于 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $(a-2)x^2 - 2(a-2)x - 4 < 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 2]$ B. $(-\infty, 2)$
C. $(-2, 2)$ D. $(-2, 2]$

二、填空题

11. 若不等式 $\sqrt{x} > ax + \frac{3}{2}$ 的解集是 $\{x | 4 < x < m\}$, 则 $a =$ _____, $m =$ _____.

12. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} ax > 1 \\ x + a > 0 \end{cases}$ 的解集非空, 则实数 a 的取值范围是 _____.

13. 不等式 $|\frac{x}{x+2}| > \frac{x}{x+2}$ 的解集是 _____.

14. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ 2x^2 + (2k+5)x + 5k < 0 \end{cases}$ 的整数解的集合为 $\{-2\}$, 则实数 k 的取值范围是 _____.

三、解答题

15. 解不等式: $\frac{x^2 + 2x}{2x + 1} \leq 1$.

16. 解不等式: $\log_{x-3}(x^2 - 3x - 4) < 2$.

17. 解关于 x 的不等式: $ax^2 - (a+1)x + 1 < 0 (a > 0)$.



能力素质提高

18. 已知关于 x 的不等式 $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 的解集为 $(-\infty, -\frac{1}{3})$, 求关于 x 的不等式 $(a-3b)x + (b-2a) > 0$ 的解集.

19. 解不等式 $\sqrt{5-4x-x^2} \geq x$.



综合实践创新

20. 假设国家收购某种农副产品的价格是 120 元/担, 其中征税标准是每 100 元征税 8 元 (叫做税率是 8 个百分点, 即 8%), 计划收购 m 万担, 为了减轻农民负