必胜数学完全档案

BI SHENG SHU XUE WAN QUAN DANG AN

高中一年级

全国重点中学特高级教师　编写

全力打造

全　全过程　全训练　全综合

新　新理念　新方法　新题型

真　真精讲　真精练　真解析

中国少年儿童出版社

WANQUANDANGAN

必胜数学完全档案

BI SHENG SHU XUE WAN QUAN DANG AN

高中一年级

主编：张乃达

编写：汤希龙 张乃达 袁 桐 王茂兰

中国少年儿童出版社

图书在版编目（CIP）数据

必胜完全档案．高一数学／张乃达编．—北京：中国少年儿童出版社，2002

ISBN 7－5007－3619－3

Ⅰ．必…　Ⅱ．张…　Ⅲ．数学课—高中—教学参考资料
Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 034454 号

必胜数学·完全档案

高一数学

BI SHENG SHU XUE WAN QUAN DANG AN

出版发行： 中国少年儿童出版社
出 版 人：

主　　编：	张乃达	**装帧设计：**	钱　明
主持编辑：	陈效师	**封面设计：**	徐　枝
责任编辑：	张　华	**责任印务：**	栾永生
社　址：	北京东四十二条二十一号	**邮政编码：**	100708
电　话：	010－64032266	**咨询电话：**	65956688-31
印　刷：	北京金特印刷厂	**经　销：**	全国新华书店
开 本：	850×1168　1/32	**印 张：**	16.5 印张
	2002 年 6 月北京第 1 版		2002 年 7 月北京第 1 次印刷
字 数：	379 千字	**印 数：**	1—10000 册

ISBN 7—5007—3619—3/G·2411

全套（五册）总定价：84.00 元　　本册：16.80 元

图书若有印装问题，请随时向本社出版科退换

前　言

本套丛书是以全日制普通初级和高级中学教科书（试验修订本）为依据而编写的，供使用人教版最新教材的初、高中各年级学生学习和使用。

长期以来，如何全面而系统地掌握各学科的基础知识，打牢扎实的学习基本功？如何确定和把握教材中的重点、难点，做到以点带面、融汇贯通？如何运用所学的知识正确地解析各类习题（特别是疑难问题），做到举一反三、触类旁通？以及如何根据学子们的年龄与思维特征，逐步地启迪和培养其综合分析与创新能力？——这些一直都是广大同学与企盼子女能够学业有成的家长所共同关心，并热切渴望得到解决的问题。本丛书正是以解决这些问题为目标，汇集了目前国内一大批具有丰富教学经验的中学特、高级教师及部分资深教育专家共同精心编写的。丛书所阐述的学习方法及选用的各种例题与习题，都是这些著名的教育专家多年从事教学工作心血的结晶。其中有许多是第一次与广大读者见面，它的出版，为我国广阔的教辅图书市场增添了一颗绚丽的明星。

全书共设有**“目标浏览”**、**“实践探究”**、**“点拔引导”**、**“开拓创新”**、**“知识结构”**、**“专题研究”**、**“反馈评估”**等七个栏目，从不同角度和侧面对教材中的知识点、重点和难点进行了扼要的介绍、细致的讲解、全面的分析与深入的研讨。是一套与教材紧密结合，具有极强的指导性、实用性与可读性的优秀综合助学读物。丛书的主要特点有：

点面结合 结构合理　“目标浏览”，简要地指出了每节知识和

能力的要求，提示重点、难点。“知识结构”，对全章知识的相互关系或体系，作出具体说明或列出知识网络图，加以归纳和总结，重点明确突出，知识体系脉络清晰。

精讲细解 注重实效 “实践探究”，精选部分典型例题，详加分析讲解，力求使学生领会解题思路、夯实基础。“点拨引导”，对重点、难点作深入的剖析、释疑，对学生疑惑的问题，给予科学、详尽的点拨。以梯次递进的有效方式，将对一般问题的回答与对疑难问题的解析，浑然溶为一体。

循序渐进 拓展创新 “开拓创新”，对有关知识作了适当的引伸、扩展，介绍和探讨了不同的解题方法及实际应用中有创意的问题，进一步提升了学生的智能水平。“专题研究”，对各章节中重要的有综合意义的问题或方法，进行了深入的探究和拓展。这两个栏目的设立，为学生认识能力与思维能力的提高，开辟了广阔的空间。

自检自测 寓教于练 “反馈评估”，每一小节均精选了一定数量与教学内容密切联系的精典试题，以供学生自我训练与评估使用。在每章（单元）之后，又设有针对性很强的测试卷，以便学生自我检测之用。习题演练是学习的一项极为重要的内容，也为学生检测自己的理解、论证与解题能力，提供了一条佳径。

书山有路勤为径，学海无涯“巧”作舟。我们所说的“巧”，是指能迅速地掌握准确的基本概念、娴熟的解题技巧、富有想象力的创新思维，而这正是我们编写此书的宗旨。同时，也是我们献给广大师生与读者的一份厚礼！

编者

2002年6月

目　录

第一章 集合与简易逻辑

一、集 合

1.1 集 合

【目标浏览】

1. 理解集合的概念，会判断一个陈述句所指的对象可否构成集合.

2. 掌握元素与集合的表示方法.

3. 能够识别和判断元素与集合的关系，并能正确使用表示其关系的符号.

重点 集合的表示方法.

难点 对集合概念的理解.

【点拨引导】

1. 集合概念的理解

集合这个概念和几何中的点、直线、平面一样同属原始概念，我们不能用其他概念为其下定义，课本中“某些指定的对象集在一起就成为一个集合”，只是对集合概念的一种描述.也可以理解为符合某种条件(或具有某种性质)的对象的全体，就构成了一个集合.

集合中的元素具有三个性质:确定性、互异性和无序性.它刻画了集合中的元素所具有的三个特征，我们要深刻理解集合的概念，往往反映在这三个基本性质上.

(1)确定性.

用于判定某些对象是否是给定集合的元素.对于集合 A 和某一对象 x，则 $x\in A$，还是 $x\notin A$，二者必居其一，不会模棱两可.

(2)互异性

集合中的任何两个元素都是互不相同，相同的元素在同一集合中只算一个元素，以化简集合的表示.

(3)无序性

集合中元素是不排序的，用于判断两个集合之间的关系.如集合$\{2, 1\}$和集合$\{1, 2\}$是表示同一个集合，但集合$\{(2, 1)\}$与集合$\{(1, 2)\}$表示同一个集合吗?

2. 集合的表示

集合的表示方法，常用的有列举法和描述法，在大多数情况下，我们不可能把集合中的元素一一列出，因此，描述法是表示集合的最重要的方法.

描述法是把集合中各元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的一种方法.具体形式为:

{元素的一般形式|元素所具有的公共属性}.简写成:$\{x\mid p\}$.

其中 x 是元素的一般形式(代表元素)，p 为元素 x 的公共属性.

用描述法表示集合，关键要对元素和元素的属性理解准确.你能准确地理解下面三个集合

①$\{y\mid y=x^2\}$，②$\{(x,y)\mid y=x^2\}$，③$\{y=x^2\}$的含意吗?

(①$y\geqslant 0$，②抛物线 $y=x^2$ 上点的全体，③只有一个元素，即方程 $y=x^2$.)

3. 注意几个问题

(1)符号$\in$、$\notin$是表示元素与集合间的关系，不能用来表示集合间的关系.下面两种写法，谁对谁错?

$\{1\}\in\{1, 3, 5\}$;$\{1\}\in\{\{1\}, \{3\}, \{5\}\}$.

(2)要把数 0、空集、单元素集合三者区别开来;不要把空集$\varnothing$

写成{空集}或{$\varnothing$}.

(3)集合$\{(a,b)\}$是单元集，表示含有一个点(a,b)的集合；$\{a,b\}$是含有两个元素 a 与 b 的集合，两者要区别开来.

【实例探究】

例 1 下列命题

(1)较小的正数的全体构成一个集合；

(2)设 $x\in\mathbf{R}$，则由 x，1，0 构成的集合中有三个元素；

(3)集合$\{a,b,c,d\}$和集合$\{c,a,d,b\}$表示同一个集合；

(4)不超过 20 的非负数构成一个集合.

其中正确命题的个数有 ( ).

A.1 个 B.2 个 C.3 个 D.4 个

解 (1)“较小的正数”无明确标准，无法判断某个数是否属于这个集合，即集合中元素无法确定，不满足“确定性”，命题(1)不正确.

(2)由于 $x\in\mathbf{R}$，当 $x=1$ 或 $x=0$ 时，根据集合元素的“互异性”，这时由 x，1，0 构成的集合只有两个元素，从而命题(2)是假命题.

(3)根据“无序性”，命题(3)正确.

(4)任给一个实数 x，可以明确地判断是不是“不超过 20 的非负数”即“$0\leqslant x\leqslant 20$”与“$x>20$ 或 $x<0$”，两者必居其一，且仅居其一，故(4)是正确的.

由上可知，应选 B.

例 2 下列每组中各个集合的意义是否相同？为什么？

(1)$\{(1,5)\}$，$\{(5,1)\}$；

(2)$\{x\mid x=0\}$，$\{x=0\}$，$\{(x,y)\mid x=0,y\in\mathbf{R}\}$；

(3)$\{x\mid x^2-ax-1=0,x\in\mathbf{R}\}$，$\{a\mid$方程 $x^2-ax-1=0$ 有实根$\}$.

解 (1)不同.因为(1，5)和(5，1)表示不同两点，所以，由

它们分别构成的单元素集合表示不同的集合.

(2)不同.$\{x\mid x=0\}$中的元素是数轴上一个点;$\{x=0\}$是以方程$x=0$为元素的集合;$\{(x,y)\mid x=0,y\in\mathbf{R}\}$是表示直角坐标平面内$y$轴(点集).

(3)不同.集合$\{x\mid x^2-ax-1=0,x\in\mathbf{R}\}$中的元素是方程$x^2-ax-1=0$的实数解;集合$\{a\mid$方程$x^2-ax-1=0$有实根$\}$中的元素$a$是使方程$x^2-ax-1=0$有实数根的字母系数$a$的取值范围.

例 3　下列元素与集合的关系

(1) $2\sqrt{3}\in\{x\mid x<\sqrt{11}\}$;

(2) $\sqrt{2}+\sqrt{5}\notin\{x\mid x\leqslant 2+\sqrt{3}\}$;

(3) $3\in\{x\mid x=n^2+1,n\in\mathbf{N}\}$;

(4) $(-1,1)\in\{y\mid y=x^2\}$.

其中不正确的个数有(　　).

A.1 个　　B.2 个　　C.3 个　　D.4 个

解　(1)$\because 2\sqrt{3}=\sqrt{12}>\sqrt{11}$，$\therefore 2\sqrt{3}\notin\{x\mid x<\sqrt{11}\}$.

(2)$\because \sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2}$

$$=\sqrt{7+2\sqrt{10}}<\sqrt{7+2\sqrt{12}}$$

$$=\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}=2+\sqrt{3},$$

$\therefore \sqrt{2}+\sqrt{5}\in\{x\mid x\leqslant 2+\sqrt{3}\}$.

(3)令$n^2+1=3,n=\pm\sqrt{2}\notin\mathbf{N}$，$\therefore$ (3)错.

(4)$\because$ 集合$\{y\mid y=x^2\}$就是集合$\{y\mid y\geqslant 0\}$，它不是点集，

$\therefore (-1,1)\notin\{y\mid y=x^2\}$.

综上所述，应选 D.

例 4　设集合$A=\{(x,y)\mid x+y=5,x,y\in\mathbf{N}\}$，试用列举法表示该集合.

解　由$x+y=5$，得$y=5-x$.

$\because x,y\in\mathbf{N}$，$\therefore 5-x\geqslant 0$，即$0\leqslant x\leqslant 5$，

同理，$0\leqslant y\leqslant 5$.

$\therefore \begin{cases}x=0,\\y=5;\end{cases}\begin{cases}x=1,\\y=4;\end{cases}\begin{cases}x=2,\\y=3;\end{cases}\begin{cases}x=3,\\y=2;\end{cases}\begin{cases}x=4,\\y=1;\end{cases}\begin{cases}x=5,\\y=0.\end{cases}$

$\therefore$集合 A 用列举法表示为

$\{(0,5),(1,4),(2,3),(3,2),(4,1),(5,0)\}$.

例 5 已知集合 $P=\{p\mid x^2+2(p-1)x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$，求一次函数 $y=2x-1(x\in P)$的函数值 y 的取值范围.

分析 由于 $x\in\mathbf{R}$，故方程 $x^2+2(p-1)x+1=0$ 有实数解. 又集合 P 的代表元素是 p，因此，集合 P 是方程有实数解时 p 的取值范围.

解 由已知方程 $x^2+2(p-1)x+1=0$ 有实数解，

$\therefore \Delta=4(p-1)^2-4\geqslant 0$，解得 $p\geqslant 2$ 或 $p\leqslant 0$，

$\therefore P=\{p\mid p\geqslant 2$ 或 $p\leqslant 0\}$.

$\because x\in\mathbf{P}$，

$\therefore x\geqslant 2$ 或 $x\leqslant 0$，

$\therefore 2x-1\geqslant 3$ 或 $2x-1\leqslant -1$.

故一次函数的函数值 y 的取值范围是

$$\{y\mid y\leqslant -1 \text{ 或 } y\geqslant 3\}.$$

【反馈评估】

1. 选择题

(1)已知集合 $M=\{$比 -2 大，并且比 1 小的实数$\}$，则下列关系中正确的是 (　　).

A. $\sqrt{5}\in M$　　B. $0\notin M$

C. $1\in M$　　D. $-\frac{\pi}{2}\in M$

(2)不等式$\frac{x-1}{x^2}<0$ 的解集是 (　　).

A. $x<1$　　B. $\{x\mid x<1\}$

C. $x<1$ 且 $x\neq 0$　　D. $\{x\mid x<1$ 且 $x\neq 0\}$

(3)方程组$\begin{cases}x+y=3,\\x-y=1\end{cases}$的解集是 ( ).

A. $\{2,1\}$　　B. $\{x=2,y=1\}$

C. $\{(2,1)\}$　　D. $\{(x,y)\mid(2,1)\}$

(4)集合 $A=\{x\mid x=\dfrac{|a|}{a}+\dfrac{|b|}{b},\ a,b$ 为非零实数$\}$，用列举法表示为 ( ).

A. $\{-1,0,2\}$

B. $\{-2,0,1\}$

C. $\{-2,0,2\}$

D. $\{-1,-2,0,2\}$

2. 填空题

(1)用列举法表示集合 $A=\{y\mid y=x^2-1$,且$|x|\leqslant 2,\ x\in \mathbf{Z}\}$ = ________.

(2)集合 $A=\{x\mid ax^2+2x+1=0\}$中只有一个元素，则 a 的值的集合为________.

(3)集合$\{a^2-a,2a\}$中 a 的取值范围是________.

(4)设$\dfrac{1}{2}\in\{x\mid x^2-ax-\dfrac{5}{2}=0\}$，则 $a=$________.

3. 已知 $A=\{x\mid \dfrac{6}{3-x}\in \mathbf{Z},\ x\in \mathbf{N}\}$，试用列举法表示 A.

4. 已知集合 $A=\{$小于 6 的自然数$\}$，$B=\{$小于 10 的质数$\}$，$C=\{$24 和 36 的正公约数$\}$，用列举法表示：

(1)$\{y\mid y\in A$ 且 $y\in C\}$；(2)$\{y\mid y\in B$ 且 $y\notin C\}$.

5. 求不等式组$\begin{cases}x\leqslant -1 \text{ 或 } x\geqslant 1\\x+3>0\end{cases}$的解集.

6. 已知 $A=\{-2,-1,0,1\}$，$B=\{x\mid x=|y|,\ y\in A\}$，求集合 B.

7. 已知 $A=\{x\mid x=a+b\sqrt{2},\ a,b\in \mathbf{Z}\}$，判断下列元素 x 与集合 A 之间的关系：

(1)$x=0$；　(2)$x=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$；　(3)$x=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.

8. 若 $-3\in\{a^2-2a-3, 2a^2-a-4, a^2+1\}$，求实数 a 的值构成的集合.

1.2 子集、全集、补集

【目标浏览】

(1)理解子集、真子集、补集的概念.

(2)了解集合的包含、相等关系的意义和全集的意义.

(3)掌握各种符号语言的含义及使用.

重点 用符号表示集合之间的关系.

难点 对有关概念的理解.

【点拨引导】

1. 子集概念的理解

子集是研究集合与集合之间的"包含"关系.

子集：若 $a\in A\Rightarrow a\in B$，称 A 是 B 的子集，记作 $A\subseteq B$.实际上，这时集合 A，B 的关系有两种情况：一种 $A=B$，另一种 $A\subsetneqq B$.

真子集：若 $A\subseteq B$，且存在 $b\in B$，但 $b\notin A$，称 A 是 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$.其实质是：$A\subseteq B$ 且 $A\neq B$，则 $A\subsetneqq B$.

集合相等：集合 $A=B\Leftrightarrow A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A\Leftrightarrow$若任意 $x\in A$，则 $x\in B$；且若任意 $y\in B$，则 $y\in A$.因此，当且仅当两个集合中的元素完全相同或两个集合都是空集时，两个集合相等.

2. 空集的特殊性

空集是指不含任何元素的集合，它是一个特殊的集合.空集有两个性质：

(1)空集是任何集合的子集，即 $\varnothing\subseteq A$；

(2)空集是任何非空集合的真子集，即若 $A\neq\varnothing$，则 $\varnothing\subsetneqq A$.

不能忽视空集，在解题中常因忽视空集的上述性质而失解(详见例 4).

3. 全集与补集

全集:如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素，我们称集合 S 为全集，记作 U.

补集:设全集 U 是包含 A 的一个集合，则由 U 中不属于 A 的元素组成的集合，叫做 U 中子集 A 的补集，记作 $\complement_U A$，即

$$\complement_U A=\{x \mid x\in U，且\ x\notin A\}.$$

集合间的关系理解起来比较抽象，在解决问题时，我们可以利用图形(如韦恩图、数轴等)、数形结合地理解问题.

【实例探究】

例 1 设集合 $A=\{x \mid x=5-4a+a^2, a\in \mathbf{N}\}$, $B=\{y \mid y=4b^2+4b+2, b\in \mathbf{N}\}$,则集合 A、B 的关系是(　　).

A. $A=B$　　B. $A\supsetneqq B$　　C. $A\subsetneqq B$　　D. $A\subseteq B$

解 $\because$ 集合 $A=\{x \mid x=5-4a+a^2, a\in \mathbf{N}\}$

$$=\{x \mid x=(a-2)^2+1,\ a\in \mathbf{N}\},$$

$\therefore$ 集合 A 中的元素 $x\geqslant 1$.

$\because$ 集合 $B=\{y \mid y=4b^2+4b+2, b\in \mathbf{N}\}$

$$=\{y \mid y=(2b+1)^2+1,\ b\in \mathbf{N}\},$$

$\therefore$ 集合 B 中的元素 $y\geqslant 2$.

故 $A\supsetneqq B$，应选 B.

例 2 已知三元素集合 $A=\{x, xy, x-y\}$，$B=\{0, |x|, y\}$，且 $A=B$，求 x 与 y 的值.

解 $\because 0\in B$，$A=B$，$\therefore 0\in A$.

$\because$ 集合 A 为三元素集，$\therefore x\neq xy$, $\therefore x\neq 0$.

又 $\because 0\in B, y\in B$，$\therefore y\neq 0$.

在集合 A 中，只有 $x-y=0$，即 $x=y\neq 0$.

$\therefore$ 集合 $A=\{x, x^2, 0\}$, $B=\{0, |x|, x\}$,

$\therefore x^2=|x|$,解得 $x=0$ 或 $x=\pm 1$.

经检验，只有 $x=y=-1$ 是本题的解.

说明 上述解法是通过分析和推理来进行的，达到消元、化简的目的.但最后的结果必须要代入检验，是否符合集合元素的互异性.

例 3 设全集 $U=\{2,\ 3,\ a^2+2a-3\}$，$A=\{|2a-1|,2\}$，且 $\complement_U A=\{5\}$，求实数 a 的值.

分析 关键要理解题意，$\complement_U A=\{5\}$说明什么？要注意有两层含意，即 $5\in U$ 且 $5\notin A$.

解 $\because \complement_U A=\{5\}$，$\therefore 5\in U$ 且 $5\notin A$.

$\therefore$ 只有 $a^2+2a-3=5$，解得 $a=2$ 或 $a=-4$.

当 $a=2$ 时，$|2a-1|=3\neq5$；

当 $a=-4$ 时，$|2a-1|=9\neq5$，但 $9\notin U$，

$\therefore a=2$.

说明 本题中求 $a=2$ 或 $a=-4$ 后，还需进一步代入检验，是否符合隐含条件 $A\subseteq U$，否则误把 $a=-4$ 当作本题答案就错了.

集合是一种数学语言，如果不能从这种语言中破译出它的全部意义，就会造成各式各样的错误.明白了这一点，你就能掌握学习“集合”的要求了.

例 4 已知 $A=\{x\mid k+1\leqslant x\leqslant 2k\}$，$B=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$，且 $A\subseteq B$，求实数 k 的取值范围.

解 $\because A\subseteq B$，$\therefore$ 当 $A\neq\varnothing$时，有

$1\leqslant k+1\leqslant 2k\leqslant 3$，即

$$\begin{cases} k+1\geqslant 1, \\ 2k\geqslant k+1, \\ 2k\leqslant 3, \end{cases} \text{即} \begin{cases} k\geqslant 0, \\ k\geqslant 1, \\ k\leqslant \dfrac{3}{2}, \end{cases}$$

$\therefore 1\leqslant k\leqslant \dfrac{3}{2}$.