

配合教育部高职高专规划教材  
五年制高等职业教育适用

# 应用数学基础 学习辅导

上册

邓俊谦 主编

华东师范大学出版社

YINGYONG

Shuxue

JICHU XUEXI FUDAO

380

配合教育部高职高专规划教材  
五年制高等职业教育适用

# 应用数学基础

学习辅导(上册)

邓俊谦 主编

华东师范大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础学习辅导(上册)/邓俊谦主编.  
上海:华东师范大学出版社,2002.1  
ISBN 7-5617-2755-0

I. 应... II. 邓... III. 应用数学-高等学校-自  
学参考资料 IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 067656 号

## 应用数学基础

学习辅导(上册)

主 编 邓俊谦  
策划组稿 大学教材策划部  
封面设计 陆震伟  
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社  
市场部 电话 021-62865537  
传真 021-62860410

<http://www.ecnupress.com.cn>

社 址 上海市中山北路 3663 号  
邮 编 200062

印 刷 者 江苏扬中市印刷有限公司  
开 本 787×1092 16 开  
印 张 12.25  
字 数 269 千字  
版 次 2002 年 1 月第一版  
印 次 2002 年 9 月第二次  
印 数 5 101-10 200  
书 号 ISBN 7-5617-2755-0/O·113  
定 价 16.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

# 《应用数学基础》课程基本要求

(2000年2月审定稿)

《应用数学基础》是五年制高等职业教育各专业必修的一门公共课程。是学生提高文化素质和学习有关专业知识的重要基础。

《应用数学基础》教学大纲的制订应遵循“拓宽基础、强化能力、立足应用”的原则,充分考虑以计算机技术为特征的信息社会对课程的要求。

## 一、课程功能

1. 使学生牢固掌握初等数学若干常用领域中的基础知识和基本技能及现代数学中已得到普遍应用的基本知识和方法;具有选择和应用有关的数学模型解决生活和工作中某些实际问题的初步能力;有能力利用常用的数学软件,完成必要的计算、分析或判断。并应熟练掌握电子计算器使用方法。

2. 使学生掌握一元函数微积分的基础知识与基本运算;有能力根据生活和工作中的实际问题所提供的条件,选择和运用相应的数学模型或建立简单的数学模型;有能力利用相关的数学软件完成必要的计算、分析或判断。

3. 使学生掌握技术数学若干领域的基本知识,并了解其使用范围;有能力根据常规工艺、常规业务、常规管理中的实际问题所提供的条件选择和运用相应的数学模型或建立简单的数学模型;有能力利用数学软件、技术软件和管理软件完成必要的计算、分析或判断。

4. 通过各个教学环节(课堂教学、演示课、实验课、实践课等)多种渠道,引导学生在生活实践中使用数学,在其它课程中应用数学,使学生认识到数学的实用价值和经济价值,逐步形成数学应用的意识,提高学生分析和解决实际问题的能力。同时要为学生个性发展创造条件,充分利用课内外时间,使他们体验技术创新的基本方法(观察、尝试、推理、猜想和验证);初步理解其中所蕴涵的数学思想;逐步提高迁移知识的能力和利用原有知识获取新知识的能力;培养学生严谨求实的科学态度、精神,促进学生科学世界观的形成。

## 二、课程框架

### (一) 内容

本课程包括初等数学、微积分和技术数学三大部分。

三大部分中,均应选取适当方式与现代生活或后续课程联系紧密的内容建立接口,必要时接口内容还可以拓宽或延伸。此外,还应力求渗透现代数学的观点。

技术数学可以把各专业相同或相近的内容组成一个大模块,把不同部分组成一个个小模块,供各类专业选用或学生需要时自学。每个模块的结构既要突出应用性又要便于

学生自学。

## (二) 学时

本课程的总学时数为 350 左右,其中技术数学部分学时数因专业而异,不超过 100。第一、二部分分二至三学期开设,第三部分可以与前两部分连续安排,也可以把某些内容(小模块)划入相关后续课程。

## (三) 考核方式

采用目标控制和过程控制相结合。其中第一、二部分以目标控制为主,第三部分以过程控制为主。

## (四) 课外教学活动

### 1. 学生助教活动

在自愿的原则下,每个班选出 3—4 名数学成绩优秀的学生组成学生助教小组。教师利用课余时间,结合数学实际,对助教小组成员进行强化培训,培训内容,如知识面的拓宽或加深,数学软件的使用,数学建模等。使他们成为课内外教学活动的辅导力量。

### 2. 数学竞赛活动

结合教学进程和需要,适当开展校内数学竞赛活动。竞赛内容,如计算器的使用,数学建模,或其它有利于提高学生综合能力的知识。有条件的学校应积极参加有关部门组织的数学建模竞赛。

全国五年制高职教育  
公共课开发指导委员会  
2000 年 2 月

# 前 言

本《学习辅导》是与教育部五年制高等职业教育规划教材《应用数学基础》(华东师范大学出版社出版)配套用书,分上、中、下三册.

本书每章中各节的内容包括:学习要求、典型例题、练习题.每章的后面都有“本章知识结构与学法指导”及“自测题”,自测题附有答案.另外,给出了教材中部分习题、复习题的答案.练习题、自测题都分 A、B 两组,A 组题按教学的基本要求选编,因而是面对全体同学的,B 组题为学有余力的同学而提供,以进一步提高其分析、解决问题的能力.

本书的编写工作由黄家玲负责组织.

上册主编:邓俊谦;各章编写人员:周素静(第一章、第二章)、邓俊谦(第三章、第四章)、徐宝林(第五章、第六章)、郭振海(第七章)、杨慧(第八章、第九章);规划、统稿工作由邓俊谦完成.

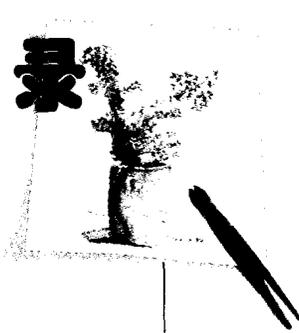
由于编者水平所限,本书中难免有缺点、错误,真诚欢迎使用本书的教师、学生批评、指正,提出改进意见.

《应用数学基础》教材编写组

2001 年 7 月

# 目

# 录



## 第一章 集合 逻辑关系

§ 1-1 集合 .....	( 1 )
§ 1-2 几种不等式的解法 .....	( 5 )
§ 1-3 逻辑关系 .....	( 8 )
本章知识结构与学法指导 .....	( 11 )
自 测 题 .....	( 12 )
教材中本章部分习题、复习题答案 .....	( 15 )

## 第二章 函 数

§ 2-1 映射与函数 .....	( 18 )
§ 2-2 函数的单调性与奇偶性 .....	( 23 )
§ 2-3 反函数 .....	( 25 )
本章知识结构与学法指导 .....	( 28 )
自 测 题 .....	( 30 )
教材中本章部分习题、复习题答案 .....	( 33 )

## 第三章 幂函数、指数函数、对数函数

§ 3-1 分数指数幂与幂函数 .....	( 35 )
§ 3-2 指数函数 .....	( 38 )
§ 3-3 对数 .....	( 41 )
§ 3-4 对数函数 .....	( 43 )
本章知识结构与学法指导 .....	( 47 )
自 测 题 .....	( 49 )
教材中本章部分习题、复习题答案 .....	( 53 )

## 第四章 三角函数

§ 4-1 角的概念的推广、弧度制 .....	( 56 )
§ 4-2 任意角的三角函数 .....	( 59 )
§ 4-3 同角三角函数的基本关系式 .....	( 61 )
§ 4-4 正弦、余弦、正切的简化公式 .....	( 63 )
§ 4-5 加法定理及其推论 .....	( 65 )
§ 4-6 三角函数的周期性 .....	( 67 )
§ 4-7 正弦函数、余弦函数、正切函数的图象和性质 .....	( 69 )

# 目

# 录

§ 4-8 正弦型函数的图象 .....	( 71 )
§ 4-9 反三角函数 .....	( 74 )
§ 4-10 解斜三角形及其应用 .....	( 77 )
本章知识与学法指导 .....	( 81 )
自 测 题 .....	( 83 )
教材中本章部分习题、复习题答案 .....	( 87 )

## 第五章 平面向量

§ 5-1 平面向量的概念 .....	( 92 )
§ 5-2 向量的线性运算 .....	( 94 )
§ 5-3 向量的坐标运算 .....	( 96 )
§ 5-4 向量的数量积 .....	( 98 )
本章知识与学法指导 .....	( 100 )
自 测 题 .....	( 102 )
教材中本章部分习题、复习题答案 .....	( 105 )

## 第六章 复 数

§ 6-1 复数的概念 .....	( 108 )
§ 6-2 复数的四则运算 .....	( 111 )
§ 6-3 复数的三角形式与指数形式 .....	( 113 )
本章知识与学法指导 .....	( 116 )
自 测 题 .....	( 118 )
教材中本章部分习题、复习题答案 .....	( 121 )

## 第七章 空间图形

§ 7-1 平面 .....	( 124 )
§ 7-2 空间两条直线的位置关系 .....	( 125 )
§ 7-3 直线和平面的位置关系 .....	( 127 )
§ 7-4 平面与平面的位置关系 .....	( 128 )
§ 7-5 简单的空间几何体 .....	( 129 )
本章知识与学法指导 .....	( 132 )
自 测 题 .....	( 133 )
教材中本章部分习题、复习题答案 .....	( 136 )

# 目

# 录



## 第八章 直线与二次曲线

§ 8-1 曲线与方程 .....	(138)
§ 8-2 直线方程 .....	(141)
§ 8-3 平面内两条直线的位置关系 .....	(146)
§ 8-4 圆 .....	(149)
§ 8-5 椭圆、双曲线和抛物线 .....	(153)
本章知识结构与学法指导 .....	(159)
自 测 题 .....	(161)
教材中本章部分习题、复习题答案 .....	(164)

## 第九章 极坐标与参数方程

§ 9-1 极坐标 .....	(168)
§ 9-2 参数方程 .....	(173)
本章知识结构与学法指导 .....	(177)
自 测 题 .....	(179)
教材中本章部分习题、复习题答案 .....	(181)

失败的次数越多，成功的机会越近。成功往往是最后一分钟来访的客人。

——坦明

成功之道，在于你为获得成功作的积极努力，而不在于预先就衡量这种成功的价值。

——(英)哈里特

## 第一章 集合 逻辑关系

### § 1-1 集 合

### 学 习 要 求

知 识 点	认 知 要 求	能 力 要 求
集合及其表示法	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 理解集合的概念</li><li>2. 掌握列举法、描述法两种常用的集合表示法</li><li>3. 理解集合与元素的关系及记号、空集的意义</li><li>4. 熟悉常用的数集 <math>N</math>、<math>Z</math>、<math>Q</math>、<math>R</math>、<math>N_+</math> (<math>N^*</math>)</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 会用适当方法表示一些简单集合</li><li>2. 会判断且会表示已知元素与集合间的关系</li></ol>
集合之间的关系	理解子集、真子集以及集合相等的概念	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 会判断且会用符号表示简单集合间的关系</li><li>2. 会用文氏图表示集合间的关系</li></ol>
集合的运算	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 理解交集、并集的概念</li><li>2. 理解全集和补集的概念</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 会用 <math>\cap</math>、<math>\cup</math> 表示且会求两个已知集合的交集和并集</li><li>2. 会求简单集合的补集</li><li>3. 能熟练借助数轴求数集的交集、并集</li></ol>

## 典型例题

**例 1** 已知集合  $A = \left\{ x \mid x = \frac{a^2 - 2a + 1}{a - 1}, a \in \mathbf{Z}, a \neq 1 \right\}$ , 若  $x \in A$ , 则下列判断哪些恒成立?

- (1)  $x \in \mathbf{N}$             (2)  $x \in \mathbf{Z}$             (3)  $x \in \mathbf{Q}$             (4)  $x \in \mathbf{R}$

**解:** 将集合  $A$  的表示简化:  $A = \{x \mid x = a - 1, a \in \mathbf{Z}, a \neq 1\}$ , 可以看出集合  $A$  中的元素  $x$  是不等于 0 的整数, 即  $x$  是正整数或负整数, 因此  $x \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{Q}, x \in \mathbf{R}$ , 所以 (2)、(3)、(4) 恒成立.

**说明:** 进一步确定集合中的元素或元素的特性, 是解决此类问题的方法.

**例 2** 求方程组  $\begin{cases} x + y = 3, \\ 2x - y = 0. \end{cases}$  的解集, 并指出它是求交集还是求并集.

**解:** 解方程组  $\begin{cases} x + y = 3, \\ 2x - y = 0, \end{cases}$  得其解为  $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2. \end{cases}$

所以方程组的解集为:  $\{(x, y) \mid x = 1 \text{ 且 } y = 2\}$  或  $\{(1, 2)\}$ .

若设  $A = \{(x, y) \mid x + y = 3\}, B = \{(x, y) \mid 2x - y = 0\}$ ,

方程组的解集为:  $C = \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \right\}$ , 则  $C = A \cap B$ .

**说明:** 二元方程组的解是平面直角坐标系中的点  $(x, y)$ , 解集应是平面内的点集. 常见错误: 把上面的解集表示为  $\{1, 2\}$ .

**例 3** 已知全集  $\Omega = \mathbf{R}, A = \{x \mid -2 \leq x < 6\}, B = \{x \mid x \geq 3\}$ , 求  $A \cap B, A \cup B, \complement_{\Omega} A, \complement_{\Omega} B$ .

**解:** 将  $A, B$  在数轴上表示, 可得:

$A \cap B = \{x \mid 3 \leq x < 6\}$  (如图 1-1(a));  $A \cup B = \{x \mid x \geq -2\}$  (如图 1-1(b)).

$\complement_{\Omega} A = \{x \mid x \geq 6 \text{ 或 } x < -2\}$  (如图 1-1(c));  $\complement_{\Omega} B = \{x \mid x < 3\}$  (如图 1-1(d)).

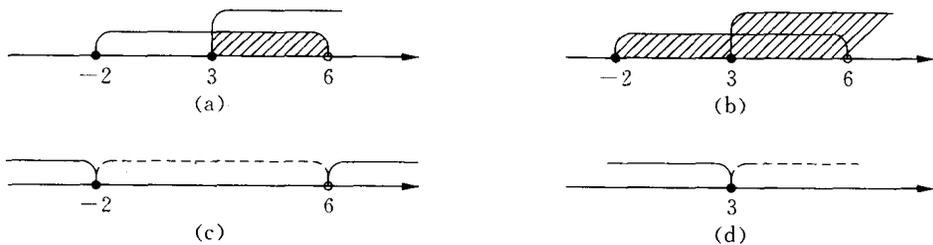


图 1-1

**说明:** 求此类数集的交、并、补, 借助数轴是一种简便有效的方法.

**例 4** 设  $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}, B = \{x \mid ax - 2 = 0\}$ , 若  $B \subsetneq A$ , 求  $a$  的值.

**解:**  $A = \{2, 3\}$ ;

(1) 当  $a = 0$  时,  $B = \emptyset$ , 满足  $B \subsetneq A$ ;

(2) 当  $a \neq 0$  时,  $B = \left\{ \frac{2}{a} \right\}$ , 而  $A = \{2, 3\}$ , 要使  $B \subsetneq A$ , 则必须有  $\frac{2}{a} = 2$  或  $\frac{2}{a} = 3$ ,

解得:  $a = 1$  或  $a = \frac{2}{3}$ ;

所以:  $a$  的值为  $0, 1$  或  $\frac{2}{3}$ .

**例 5** 求满足条件  $\{a, b, c\} \subseteq A \subseteq \{a, b, c, d, e, f\}$  的所有集合  $A$ .

**解:** 满足条件的集合  $A$  有:  $\{a, b, c\}$ 、 $\{a, b, c, d\}$ 、 $\{a, b, c, e\}$ 、 $\{a, b, c, f\}$ 、 $\{a, b, c, d, e\}$ 、 $\{a, b, c, d, f\}$ 、 $\{a, b, c, e, f\}$ 、 $\{a, b, c, d, e, f\}$ .

**例 6** 在一个班级的 50 名学生中, 有 26 人在第一次考试中得到 A, 21 人在第二次考试中得到 A, 假设有 17 人在两次考试中都没有得到 A, 问有多少学生在两次考试中都得到 A?

**解:** 这 50 名学生组成的集合用  $\Omega$  表示,  $\Omega$  中元素的个数用  $n$  表示; 第一次考试得 A 的学生组成的集合用  $S$  表示,  $S$  中元素个数用  $n_1$  表示; 第二次考试得 A 的学生组成的集合用  $T$  表示,  $T$  中元素个数用  $n_2$  表示;  $S \cap T$  中元素的个数用  $m$  表示;  $S \cup T$  中元素的个数用  $m_1$  表示;  $\complement_{\Omega}(S \cup T)$  中元素的个数用  $m_2$  表示. 由题意:  $n = 50, n_1 = 26, n_2 = 21, m_2 = 17$ .

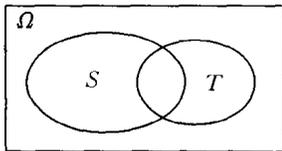


图 1-2

由文氏图知:  $m_1 = n - m_2 = 33$ ;  $m_1 = n_1 + n_2 - m$ ;

从而:  $m = n_1 + n_2 - m_1 = 14$ , 即在两次考试中都得到 A 的学生是 14 人.

**说明:** 利用文氏图有助于求解这类问题.

## 练 习 题

### A 组

1. 下列各题中给定对象的全体可否构成一个集合? 若能, 请用适当的方法表示该集合.

- (1) 不等式  $2x + 3 > 1$  的所有解;
- (2) 所有在深、沪两地上市的公司;
- (3) 某班数学成绩比较好的同学;
- (4) 2000 年夏季奥运会上获得金牌最多的中国运动员;
- (5) 方程  $2x^2 - x - 1 = 0$  的所有整数解;
- (6) 能被 5 整除的所有自然数;
- (7) 抛物线  $y = x^2 + 1$  上的所有点;
- (8) 方程组  $\begin{cases} x + y = 2, \\ y = x^2 \end{cases}$  的所有解;
- (9) 无限接近于 1 的实数.

2. 用适当的符号  $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subseteq$ 、 $\supseteq$ 、 $\subsetneq$ 、 $\supsetneq$  或  $=$  填空:

- (1)  $0$  \_\_\_\_\_  $\{x \mid |x| = -2, x \in \mathbf{R}\}$       (2)  $\mathbf{N}$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Q}$   
 (3)  $\cos 30^\circ$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}_+$       (4)  $(1, 2)$  \_\_\_\_\_  $\{(1, 2), (2, 1)\}$   
 (5)  $\{\text{无理数}\}$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$       (6)  $\tan 45^\circ$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$   
 (7)  $\emptyset$  \_\_\_\_\_  $\{0\}$       (8)  $0$  \_\_\_\_\_  $\{0\}$   
 (9)  $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$  \_\_\_\_\_  $\{\text{偶数}\}$       (10)  $A \cup B$  \_\_\_\_\_  $A$

3. 写出集合  $\{1, 3, 5\}$  的所有子集, 并指出其中哪些是真子集.

4. 设  $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - x = 0\}$ , 求  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ .

5. 设  $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$ , 求  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ .

6. 设  $\Omega = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ ,  $A = \{7, 13, 17, 19\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 11\}$ , 求  $\complement_{\Omega} A$ ,  $\complement_{\Omega} B$ ,  $\complement_{\Omega}(A \cup B)$ ,  $\complement_{\Omega} A \cap \complement_{\Omega} B$ .

7. 若  $P = \{x \mid x \text{ 是正方形}\}$ ,  $Q = \{x \mid x \text{ 是菱形}\}$ ,  $S = \{x \mid x \text{ 是矩形}\}$ ,  $T = \{x \mid x \text{ 是平行四边形}\}$ , 全集  $\Omega = \{x \mid x \text{ 是四边形}\}$ , 试用子集表示它们的关系.

## B 组

1. 选择题:

(1) 下列表示法中错误的是( ).

A.  $A \cup B \supseteq A$

B.  $A \cap \emptyset \subsetneq A$

C.  $A \cup \complement_{\Omega} A = \Omega$

D.  $A \cap B \subseteq B$

(2) 设  $M = \{x \mid x < 1 + \sqrt{6}\}$ ,  $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ , 则下列关系成立的是( ).

A.  $\{a\} \in M$

B.  $\{a\} \supseteq M$

C.  $\{a\} \subseteq M$

D.  $a \subseteq M$

(3)  $0$  与  $M = \{x \mid x^2 + 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{N}\}$  的关系是( ).

A.  $0 \in M$

B.  $0 \notin M$

C.  $0 \subseteq M$

D.  $0 \supseteq M$

(4) 下列集合中不是空集的集合是( ).

A.  $\{x \mid x^2 + 5x + 6 = 0, x \in \mathbf{N}\}$

B.  $\{x \mid |x| = -1, x \in \mathbf{R}\}$

C.  $\{x \mid x \text{ 是边长为 } 1, 2, 3 \text{ 的三角形}\}$

D.  $\{\emptyset\}$

2.  $A \subseteq B$ ,  $A \subseteq C$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $C = \{0, 2, 4, 8\}$ , 求满足上述条件的集合  $A$ .

3. 集合  $A = \{x \mid ax^2 + x + 1 = 0, \text{且 } x \in \mathbf{R}, a \in \mathbf{R}\}$  只有一个元素, 试求  $a$  及集合  $A$ .

4. 设有某电视台拟定一项用时半小时的节目, 其中包含戏剧、音乐与广告, 每项节目用时必须为 5 分钟的倍数. 试求:

(1) 各种时间分配情况的集合;

(2) 戏剧所分配的时间比音乐多的集合;

(3) 广告所分配的时间与音乐或戏剧所分配时间相等的集合;

(4) 音乐分配时间恰为 5 分钟的集合.

(提示:(1)每一项节目可能用时为:5 分钟、10 分钟、15 分钟、20 分钟;(2)每种分配之时间和为 30 分钟.)

## § 1-2 几种不等式的解法

### 学习要求

知 识 点	认 知 要 求	能 力 要 求
区 间	1. 理解区间的意义及表示 2. 理解区间在数轴上的表示	能正确使用“区间”、“无穷大”等记号
含绝对值的不等式的解法	掌握 $ ax+b  < c$ 与 $ ax+b  > c$ ( $c > 0$ ) 型不等式的解法	能熟练求 $ ax+b  < c$ 与 $ ax+b  > c$ ( $c > 0$ ) 型不等式的解集
一元二次不等式的解法	1. 掌握一元二次不等式的图象解法 2. 了解一元二次不等式的代数解法(化为一次不等式组求解)	能熟练求一元二次不等式的解集
$\frac{ax+b}{cx+d} > 0$ (或 $< 0$ ) ( $c \neq 0$ ) 型不等式的解法	了解不等式 $\frac{ax+b}{cx+d} > 0$ (或 $< 0$ ) 的解法	会求简单的分式不等式的解集

### 典型例题

例 1 解不等式  $\frac{1}{2} < \left| \frac{1}{2}x - 2 \right| \leq 2$ .

解: 原不等式可化为  $\begin{cases} \left| \frac{1}{2}x - 2 \right| \leq 2, \\ \left| \frac{1}{2}x - 2 \right| > \frac{1}{2}. \end{cases}$

解不等式  $\left| \frac{1}{2}x - 2 \right| \leq 2$ , 得其解为:  $0 \leq x \leq 8$ ;

解不等式  $\left| \frac{1}{2}x - 2 \right| > \frac{1}{2}$ , 得其解为:  $x > 5$  或  $x < 3$ ;

所以不等式组的解为:  $0 \leq x < 3$  或  $5 < x \leq 8$ .

因此原不等式的解集为:  $[0, 3) \cup (5, 8]$ .

说明: 解这一类不等式的关键是将原不等式适当变形; 求解时借助数轴求交集或求并集是简便有效的方法.

例 2 已知不等式  $ax^2 + 2x + b > 0$  的解集为  $\left\{ x \mid -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2} \right\}$ , 试求  $a, b$ , 并解不等式  $-bx^2 - 2x - a > 0$ .

解: (1) 由题设知  $x_1 = -\frac{1}{3}$ ,  $x_2 = \frac{1}{2}$  为方程  $ax^2 + 2x + b = 0$  的两根, 代入方程求得:

$$\begin{cases} a = -12, \\ b = 2. \end{cases}$$

(2) 将  $a, b$  代入不等式  $-bx^2 - 2x - a > 0$  则得:  $-2x^2 - 2x + 12 > 0$ , 其解集为:  $\{x \mid -3 < x < 2\}$ .

**说明:** 解本题的关键是由一元二次不等式的解与相应一元二次方程根的关系得出  $ax^2 + 2x + b = 0$  的根为  $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{2}$ .

**例 3** 一房地产公司有 50 套公寓出租. 当租金定为每套每月 180 元时, 公寓会全部租出去. 当租金每套每月每增加 10 元时, 就有一套公寓租不出去, 而租出去的房子每月每套需花费 20 元的整修维护费. 试求要使每月获得的收入不低于 8 000 元, 每套公寓月租金的最高提价?

**解:** 设每套公寓月租金提价为  $x$ , 租出的公寓有  $50 - \frac{x}{10}$ , 每月获得的收入为:  $(180 + x - 20)(50 - \frac{x}{10})$ ;

由题意:  $(180 + x - 20)(50 - \frac{x}{10}) \geq 8000$ ,

即:  $x^2 - 340x \leq 0$ ;

解之得:  $0 \leq x \leq 340$ .

答: 每套公寓的最高提价为 340 元.

**说明:** 解决这一问题的关键是找到每月的收入与每套公寓的最高提价的表达式, 从而得到满足所求问题的不等式, 这也是解决类似问题的一种常用思路.

## 练 习 题

### A 组

1. 判断正误:

(1)  $|x| > -2$  的解集为  $\{x \mid x > -2 \text{ 或 } x < -(-2)\}$ . ( )

(2)  $|-2x + 1| > 0$  的解集为  $(-\infty, +\infty)$ . ( )

(3)  $x^2 \geq 2$  的解集是  $\{x \mid x \geq \pm\sqrt{2}\}$ . ( )

(4)  $(x-1)^2 > 0$  的解集是  $\mathbf{R}$ . ( )

(5)  $4x^2 - x + 2 \leq 0$  的解集是  $\emptyset$ . ( )

2. 选择题:

(1) 下列不等式中, 解集如图 1-3 所示的数集的是( ).

A.  $|x| > 2$                       B.  $|x| < 2$

C.  $|x| \geq 2$                       D.  $|x| \leq 2$

(2) 不等式  $4 - 5x < 6x^2$  的解集是( ).

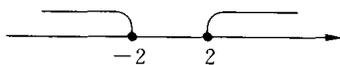


图 1-3

A.  $(-\infty, -\frac{4}{3}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$       B.  $(-\frac{4}{3}, \frac{1}{2})$

C.  $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{4}{3}, +\infty)$       D.  $(-\frac{1}{2}, \frac{4}{3})$

(3) 不等式  $(x-1)(x-3) < 0$  可转化为( ).

A.  $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-3 > 0 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$  且  $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-3 > 0 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x-3 > 0 \end{cases}$

(4) 不等式  $\frac{x-1}{x} \leq 0$  的解为( ).

A.  $(-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$       B.  $[0, 1)$

C.  $(-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$       D.  $(0, 1]$

### 3. 填空题:

(1) 不等式  $|x| > a$ , 当  $a > 0$  时的解集为 \_\_\_\_\_; 当  $a < 0$  时的解集为 \_\_\_\_\_.

(2) 不等式  $|x| < a$ , 当  $a > 0$  时的解集为 \_\_\_\_\_; 当  $a < 0$  时的解集为 \_\_\_\_\_.

(3) 若方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的两根为  $x_1, x_2$  (设  $x_1 \leq x_2$ ), 且  $a > 0$ ,

则① 当  $b^2 - 4ac > 0$  时,  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集为 \_\_\_\_\_,  $ax^2 + bx + c < 0$  的解集为 \_\_\_\_\_;

② 当  $b^2 - 4ac < 0$  时,  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集为 \_\_\_\_\_,  $ax^2 + bx + c < 0$  的解集为 \_\_\_\_\_;

③ 当  $b^2 - 4ac = 0$  时,  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集为 \_\_\_\_\_,  $ax^2 + bx + c < 0$  的解集为 \_\_\_\_\_.

(4) 圆柱形工件产品的直径为 50 mm, 生产的合格品允许误差不超过 0.5 mm, 则它的合格品的直径  $x$  (mm) 满足的绝对值不等式应为 \_\_\_\_\_; 不合格品的直径  $y$  (mm) 满足的不等式为 \_\_\_\_\_.

### 4. 解下列不等式:

(1)  $|1 - 3x| < 1$ ;

(2)  $|2x - 5| > 3$ ;

(3)  $|x - 2| + 1 < 0$ ;

(4)  $\left| 1 - \frac{2x-1}{3} \right| \leq 2$ .

### 5. 解下列不等式:

(1)  $(x-2)(x+3) > -6$ ;

(2)  $-2x^2 + 5x - 3 > 0$ ;

(3)  $3x^2 - 2x - 16 \geq 0$ ;

(4)  $(2x+1)(x-3) \leq 3(x^2+2)$ .

### 6. 解下列不等式:

(1)  $\frac{2x-1}{3-x} > 0$ ;

(2)  $2 - \frac{2}{2-x} < 0$ ;

(3)  $\frac{3x}{x-4} \leq -1$ ;

(4)  $\frac{2-x}{x+1} \geq 0$ .

## B 组

### 1. 选择题:

(1) 与不等式  $\frac{2x+3}{4-x} > 0$  同解的不等式是( ).

A.  $(2x+3)(x-4) > 0$

B.  $(2x+3)(4-x) > 0$

C.  $(2x+3)(4-x) < 0$

D. 以上都不对

(2) 已知集合  $M = \{x \mid |x+1| \leq 2\}$ ,  $N = \{x \mid |x^2+2x-3| < 0\}$ , 则它们的关系是( ).

A.  $M \subseteq N$

B.  $M \supseteq N$

C.  $M = N$

D.  $M \in N$

### 2. 解下列不等式:

(1)  $1 < |x-2| \leq 3$ ;

(2)  $x^2 + 5|x| - 6 < 0$ ;

(3)  $\frac{2}{x+1} - \frac{5x}{2(x+1)} \geq -1$

3. 某一种品牌的彩电, 现在每台的价格为 4 200 元, 销售量为 50 万台, 市场调查显示, 每台价格每提高 100 元, 将少销售 2 万台, 为使销售收入不低于 210 000 万元, 问每台彩电最高定价是多少?

## § 1-3 逻辑关系

## 学习要求

知 识 点	认 知 要 求	能 力 要 求
命 题	1. 理解命题的概念 2. 了解命题的真值	1. 会判断哪些语句是命题 2. 会求简单命题的真值
逻辑连结词	1. 理解逻辑连结词“或”、“且”、“非”的含义 2. 了解复合命题的真值表	1. 会运用“或”、“且”、“非”由简单命题构造复合命题 2. 会初步利用真值表判断复合命题的真假
量词简介	了解量词的概念及记号	会用量词表述一个命题
四种命题	理解四种形式的命题及其关系	能写出一个命题的其他形式的命题
必要条件 充分条件	理解充分条件、必要条件、充要条件的概念	能够初步判断给定命题条件的充分性、必要性

## 典型例题

**例 1** 指出下列命题的形式及构成它的简单命题, 并判断其真假.