

投资经济 数理分析

俞迎达 祁传达 潘国兵 著



海洋出版社

目 次

上篇 项目投资分析

第一章 现金流分析.....	(3)
1.1 现金流的构成	(3)
1.2 资金的时间价值.....	(11)
1.3 资金的等值计算.....	(19)
第二章 投资方案评价标准	(28)
2.1 投资回收期.....	(28)
2.2 净现值及其相关指标.....	(34)
2.3 内部收益率.....	(48)
第三章 投资方案的选择	(62)
3.1 独立型方案的选择.....	(62)
3.2 互斥型方案的选择.....	(65)
3.3 一般相关型方案的选择.....	(73)
3.4 互斥型方案的综合评价方法.....	(87)
第四章 风险与不确定性分析	(90)
4.1 盈亏平衡分析.....	(90)
4.2 敏感性分析.....	(98)
4.3 概率分析	(108)
第五章 项目投资的风险决策.....	(120)
5.1 期望值准则与决策树方法	(120)
5.2 期望效用准则与随机优势	(128)

5.3 风险贴水与保险理论	(145)
---------------------	-------

下篇 投资模型分析

第六章 投资系统的数学模型	(157)
6.1 模型的建立	(158)
6.2 投资大系统	(165)
6.3 资产消耗率函数	(167)
6.4 生产函数	(169)
第七章 企业投资过程的数学模型	(173)
7.1 预备知识	(173)
7.2 企业投资模型	(201)
7.3 投资算子的谱特性	(206)
7.4 线性投资方程的半群解及其稳定性	(217)
7.5 非线性企业投资方程的解	(220)
第八章 投资系统方程的解	(227)
8.1 投资方程存在的唯一性	(227)
8.2 初值比较法	(234)
8.3 边界比较法	(244)
8.4 投资系统的半群解	(253)
8.5 非定常投资系统的稳定性	(260)
参考资料与文献	(268)

上 篇

项目 投资 分析



第一章 现金流量分析

现代企业的项目投资及其经济效果均表现为现金流量的变化。因此，现金流的构成、资金的时间价值和资金的等值计算等内容构成了项目投资分析的基础。

§ 1.1 现金流的构成

对于一个特定的经济系统(这个系统可以是一个企业，也可以是一个地区、部门或国家)而言，投入的资金、花费的成本、获取的收益，都可以看成是以货币形式表现的资金流出或流入。我们把各个时间点上实际发生的这种资金流出或流入统称为现金流。流出系统的资金称为现金流出，流入系统的资金称为现金流入，它们在数值上都表现为现金流量。现金流入量与现金流出量之差称为净现金流量。

一、现金流的基本要素

对于一般的工业企业生产活动来说，投资、成本、销售收入、税金和残值等经济量是构成经济系统现金流量的基本要素。因此，我们先对这些要素的概念进行一些阐述。

本来，投资的概念是经济学的一个重要范畴。作为一种经济行为来考察，投资包含两层含义：一是指各个投资主体为了在未来获得经济效益或社会效益而进行的一种实物资产购建活动。例如国家、企业或个人出资建造厂房、添置设备、购买原材料等，通过生产活动，可以直接增加社会的物质财富，或提供社会所必需的劳务，所以一般称之为直接投资。投资的另一层含义是指企

业或个人用其积累起来的资金购买股票、债券等有偿证券，借以获得收益的一种经济行为。这些资金通过金融工具为媒介，转移到企业家之手，再投入到生产活动中去，所以一般称之为间接投资。

在我国，一般人们所讲的投资指的是第一层含义，而对其第二层含义，人们习惯称之为证券投资。这是由于我国建国以后很长一段时期内没有开设资金市场、证券市场所造成的习惯认识。而本书的投资也是指上述第一层含义的投资。

简而言之，投资即运用资金或财物直接或间接地经营某项事业，以图获得长期或短期的报酬与收益。

我们在本书的上篇内容主要研究企业的项目投资。也将一个投资项目称为一个投资方案。所谓项目或方案，一般指工程项目方案，如企业新建分厂或上一条新的生产流水线等，它是一个独立的投资单元。习惯上称已经投产或投入服务的项目为已建项目；称正在建设的项目为在建项目；称准备进行论证的项目为备选项目。我们的投资分析主要关心的是备选项目，简称为项目或方案。另外，本课程的投资一般特指总投资支出，它是项目投产前现金流出的总和。为分析方便起见，通常把整个建设期的投资支出都看作是发生在开始投产那一年的年初（或称第0年年末）的一次性支出。

总投资支出通常可分为基建投资支出和用于流动资金的支出两大部分。基建投资是指企业为获得固定资产而支出的费用。如建筑厂房、购买机器、设备等。固定资产的价值是一部分一部分转移到产品价值中去，即以折旧形式计入产品成本，又随着产品的销售一部分一部分收回用以补偿已消耗的价值。流动资金是指项目投产后，为进行正常生产所需要的周转资金，如购买原材料、动力等投资前的必要准备。流动资金从生产领域进入流通领域，又从流通领域进入生产领域，反复循环，不断周转。

现在我们来研究项目投产后影响现金流的要素，即成本、收

入、税金和残值等。

所谓成本，简单说来是指人们为达成一事或取得一物所必须付出或已经付出的代价。项目投产后，产品的生产经营活动就伴随着活劳动与物化劳动的消耗，这种消耗的货币表现就是产品成本。或者说，产品成本是指用于产品生产与销售的全部费用，包括已消耗的原材料、燃料和动力、废品损失和支付职工的工资、车间经费、企业管理费、提取的职工福利基金以及销售费用等。所有这些项目也构成产品的销售成本。

我们在投资分析中使用的成本概念与企业财务会计中使用的成本概念不完全相同。主要表现在两个方面：首先，财务会计中的成本是对生产经营活动中实际发生的费用的记录，各种影响因素的作用是确定的，所得到的成本数据是唯一的；而投资分析中使用的成本有许多是对拟实施项目未来将要发生的费用的预测和估算，各种影响因素的作用是不确定的，不同的实施方案会有不同的成本数据。其次，在投资分析中，根据分析计算的需要，还要引入一些财务会计中所没有的成本概念，如经营成本、机会成本等。

经营成本是为经济分析方便从产品成本中分离出来的一部分费用。通常指工程项目在正常生产情况下的年度费用支出。

经营成本 = 销售成本 - 固定资产折旧 - 计入成本的贷款利息

这是因为，产品的销售成本中包含有固定资产折旧费的一部分贷款利息。而实际上，固定资产折旧是对固定资产磨损的价值补偿，并不是真正发生的现金流出，在我们的投资支出中，固定资产投资已计入现金流出，如再将折旧随成本计入现金流出，会造成现金流出的重复计算。贷款利息是企业使用借贷资金所要付出的代价，它构成企业实际的现金流出，但在评价项目投资的经济效果时，我们不考虑资金的来源问题，因而不考虑贷款利息的支出。为了计算与分析的方便，在项目投资分析中，我们一般将经营成本作为一个单独的现金流出项目。

所谓机会成本，是指在进行某项经济活动中，从多种可供选择的方案中选择出一种最优方案，把被放弃的次优方案所能取得的收益看作是最优方案的机会成本。我们知道，当一种有限的资源具有多种用途时，可能有许多个投入这种资源获取相应收益的机会，如果将这种资源置于某种特定用途，必然要放弃其他的投入资源的机会，同时也放弃了相应的收益，在所放弃的机会中最佳的机会可能带来的收益，就是将这种资源置于特定用途的机会成本。

销售收入是指企业向社会出售商品或提供劳务的所得收入。通常这样计算：

$$\text{销售收入} = \text{商品销售量} \times \text{商品单价}$$

企业的销售收入与总产值是有区别的，体现在两个方面：首先，数量计量范围不一样，列入总产值的是企业生产的全部产品、半成品和处在加工过程中的在制品；而销售收入只包括出售产品的实现收入。其次，价格计算基础不一样，总产值中的产品价格可以是市场价格，也可以是不变价格，而销售收入中的价格只能是产品出售时的市场价格。

税金是国家依法对有纳税义务的单位和个人征收的一种财政资金。从企业角度来看，税金是一种货币流出，所以它应列入现金流量的构成中。由于税种项目繁多，且我国税制正处在不断改革之中，所以这里不再详细叙述。

我们所说的残值，通常是指项目寿命期结束后，固定资产的残留价值。在扣除清理费用后，它也可以视为企业的一项收入（也许是负值）。除特别申明外，这里的残值一般是指其市场价值，而不是其账面价值。广义上残值也可以指项目在任一年末所具有的价值，如项目第 k 年末账面残值等于固定资产原值减去前 k 年固定资产折旧总额。

从而，企业投资项目的净现金流量可表为：

$$\begin{aligned}\text{净现金流量} &= \text{现金流入} - \text{现金流出} \\ &= \text{销售收入} + \text{残值} - \text{初始投资} \\ &\quad - \text{经营成本} - \text{税金}\end{aligned}$$

二、折旧及其计算

所谓折旧是指按期将固定资产转作生产成本，再从销售收入中收回投资资金的一种方式。从销售收入中收回的这部分资金，叫做固定资产的折旧基金，也简称折旧。企业在计提固定资产折旧时，只是在不同的财务帐目之间进行转换，并不产生实际向外的现金流，即不直接表露在现金流量中。但企业折旧费的大小将直接影响企业的产品成本和税金，从而以间接的形式来影响现金流量，所以，我们必须对折旧进行一些分析。

通常以折旧率的形式来计算折旧基金的大小。固定资产折旧率的正确确定不仅是计算成本的依据，而且是有利于固定资产更新，促进技术进步的政策性问题。正确的折旧率应能转恰当地反映固定资产的实际磨损（有形或无形）情况。折旧率的计算一般有以下几种：

(1) 直线折旧法。这种方法是把应折旧的固定资产总额按固定资产的使用年限平均分摊。设固定资产原值为 P_0 ，使用年限为 N 年（也称折旧年限）， N 年后固定资产残值为 L_N ，则直线折旧法下的年折旧额为

$$D = \frac{P_0 - L_N}{N} \quad (1.1)$$

直线折旧法的年折旧率为

$$f = \frac{1}{N} = \frac{D}{P_0 - L_N} \quad (1.2)$$

如记第 k 年折旧额为 D_k ，则直线折旧法表明

$$D_1 = D_2 = \cdots = D_N$$

即每年折旧额相等。

我们把第 k 年末会计帐面上的资产价值称为帐面价值，记为 L_k ，($L_0 = P_0$)，则

$$L_k = P_0 - \sum_{t=1}^k D_t = P_0 - k \frac{P_0 - L_N}{N}$$

在计算折旧的所有方法中，直线折旧法最简单且应用最广泛。例如，我国企业大都采用这种折旧方法。直线折旧法也有其局限性。这是因为固定资产的价值在使用过程中逐渐降低，使用前期的折旧额理应比后期高，所以，直线折旧法并不能真实地反映固定资产的折旧情况。

(2) 余额递减折旧法 (也称定率法)。这种方法计算折旧额的基础是上一年的帐面残值，计算中的折旧率是常数，且随着固定资产帐面残值的逐渐减少，每期提取的折旧额也逐步减少。

此时，第 k 年的折旧额为

$$D_k = L_{k-1} f \quad (1.3)$$

其中 L_{k-1} 为第 $k-1$ 年末的固定资产帐面残值 ($L_0 = P_0$)， f 为折旧率 (是一常数)， f 可以这样确定：

设该固定资产原值为 P_0 ，折旧年限为 N 年，则第 1 年末的帐面残值为

$$L_1 = P_0 - D_1 = P_0 - L_0 f = P_0 - P_0 f = P_0(1 - f)$$

第 2 年末的帐面残值为

$$L_2 = P_0 - (D_1 + D_2) = L_1 - L_1 f = P_0(1 - f)^2$$

.....

从而，第 N 年末的帐面残值为

$$L_N = P_0 - \sum_{t=1}^N D_t = L_{N-1} - L_{N-1} f = P_0(1 - f)^N$$

由上式可解得

$$f = 1 - \sqrt[N]{\frac{L_N}{P_0}} \quad (1.4)$$

这种方法的特点是起始折旧额高，随固定资产使用年限增加而逐年降低，比较符合实际情况。

(3) 双倍余额递减法。这种方法计算折旧额及帐面残值与余额递减法相同，只是折旧率取直线法的两倍，即

$$f = \frac{2}{N} \quad (1.5)$$

从而第 k 年折旧额为

$$D_k = L_{k-1}f \quad (1.6)$$

其中 L_{k-1} 为第 $k-1$ 年末的账面残值，即

$$L_{k-1} = P_0(1-f)^k \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (1.7)$$

(4) 年数和法。这一方法年折旧额的计算基础始终是固定资产的原值减去残值这一常数，而折旧率是逐年变化的分数。即第 k 年折旧额为

$$D_k = (P_0 - L_N)f_k \quad (1.8)$$

其中第 k 年的折旧率

$$f_k = \frac{2(N-k+1)}{N(N+1)} \quad (1.9)$$

从而第 k 年末的帐面残值

$$\begin{aligned} L_k &= P_0 - \sum_{t=1}^k D_t \\ &= P_0 - (P_0 - L_N) \sum_{t=1}^k f_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= P_0 - (P_0 - L_N) \sum_{t=1}^k \frac{2(N-t+1)}{N(N+1)} \\
&= P_0 - \frac{2(P_0 - L_N)}{N(N+1)} \sum_{t=1}^k (N-t+1)
\end{aligned} \tag{1.10}$$

该法中折旧额的基础不变，但折旧率随着使用年限增加而减少，故折旧额也逐年减少。我们可以计算出，年数和法前几年的折旧额比双倍余额递减法小，后几年的折旧额比双倍余额递减法大。另外，我们也应注意到，有些折旧法（如双倍余额折旧法）在固定资产寿命期内不能把原值 P_0 完全折旧完，因此，一般在最后几年适当增加折旧额，使余值在第 N 年末减少到零。

三、现金流量图

对于一个投资方案，各年净现金流量一般不相同，为了便于直观分析，我们引入现金流量图，把发生在不同年度的净现金流量，用图示的方法简洁而清晰地表达出来。

构造现金流量图的规定：以水平线表示时间轴，从左至右表示时间的增长，每一个标度点代表一个时间单位。如标度为“0”表示现在时刻，标度“ t ”表示第 t 年末和第 $t+1$ 年初。以垂直向量表示发生在不同时刻的现金流量。箭头向上表示现金流入，箭头向下表示现金流出，向量模的大小与发生的现金流量大小成正比，向量的始点表示现金流量发生的时间。

如设某投资方案初始投资为 P ，项目寿命期为 N 年，各年净现金流入为 $F_1, F_2, \dots, F_N$ ，则该投资方案的现金流图如图 1-1 所示。

现金流量图本身就是一个信息载体，它包括投资项目的寿命期，即现金流的时间域，和发生在各个时刻的现金流量。现金流量图明确地表示了资金在项目系统中的输入与输出情况（但不包括资金在该系统内部的流通）。不同的投资方案可以表示为不同

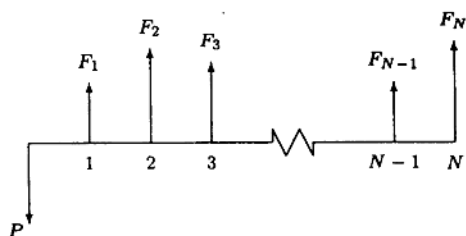


图 1-1 投资方案的现金流量图

的现金流量图，通过对现金流量图的研究，为投资决策者评价不同投资方案的优劣提供了直观印象。

§ 1.2 资金的时间价值

项目投资分析的核心问题，从经济观点来看，就是分析货币资金在整个投资过程中的运动。包括在不同时刻投资中的各种费用的决定，以及不同时刻的货币资金之间的关系。因此，货币资金的时间因素分析就显得非常重要了。

一、资金的时间价值

任何一个投资方案的实施，都有一个时间上的延续过程。对于投资者来说，资金的投入与收益的获得往往构成一个时间上有先有后的现金流量序列。要客观地评价项目方案的经济效果，不仅要考虑现金流入与流出的数额（即现金流量），还必须考虑每笔现金流量发生的时间。

货币资金的一个重要特性就是它具有时间价值，即现在的一元钱与一年后、三年后的一元钱在价值上是不相等的。随着时间

的推移，资金会增值，资金在单位时间内所产生的增值称为资金的“时间价值”。资金的时间价值可以从两个方面来理解：首先，在商品经济条件下，由于生产、交换、分配、消费循环的不断进行，资金不断运动，从而使社会产品不断增加，形成资金增殖。从投资者的角度看，资金增值的特性使资金具有时间价值。其次，由于资金用于投资，就不能实现现期消费，因此从消费者的角度看，资金的时间价值体现了对放弃现期消费的损失所作的必要补偿。

从另一角度来看，资金的时间价值，作为生产资金它体现为企业的盈利或投资收益率，作为信贷资金它体现为银行存款利息或利息率。或者，简单地说，资金的时间价值就是利息。

利息是指占用资金所付的代价或放弃使用资金所得到的补偿。利息通常根据利率来计算，所谓利率就是一个计息周期内所得的利息与该期初借贷资金额（简称本金）之比，一般用百分数表示。用 i 表示利率，其表达式为

$$i = \frac{I}{P} \times 100\%$$

式中， I 表示一个计息周期的利息， P 为本金。利率就是单位本金经过一个计息周期后的增殖额。

货币资金的时间价值是客观存在的，投资者的投资原则是：充分利用货币的时间价值并最大限度地获得其时间价值，这就是指加速资金周转，尽早回收资金并不断进行高利率的投资活动，而任何积压资金或闲置资金不用，就是白白地损失了资金的时间价值。

二、利息和利率的计算

利息的计算有单利计息和复利计息之分，划分的基本原则是看其利能否再生利。对于复利，按计利时间的性质又可分为连续型复利和离散型复利。另外我们还要涉及到名义利率和实际利率

的概念。

1) 单利和复利

单利计息时，每期均按本金计息。即不论计息期多长，只有本金生息，利息不再生利息。如记本金为 P ，即指一笔可供投资或借贷的现款， i 为利率， n 为计息期数，则单利计息时的利息公式为

$$I_n = Pni \quad (1.11)$$

再记 F 为本金与全部利息的总和（简称本利和），则

$$F = P(1 + ni) \quad (1.12)$$

单利计息方式虽然在一定程度上考虑了资金的时间价值，但不彻底，因为其利息没有累计计算利息。所以，它是一种不太完善的计息方法。我国的银行存款、国库券等都是用单利法来计利的。

如果将本期的利息转为下期的本金，下期按该本利和为本金来计利，这种计利方式称为复利计息。复利计息本利和公式为

$$F = P(1 + i)^n \quad (1.13)$$

显然，在 i 和 n 都相同的情况下，用复利计算出来的利息一定大于单利计算出来的利息。我国的基本建设贷款等是按复利计息的。和单利比较，复利计息在更深层次上考虑了资金的时间价值，因此，在投资分析中通常使用复利计息公式。

2) 名义利率和实际利率

利息计算通常是以年为计息周期，但在实际经济活动中，计息周期也有年、月、日等多种。例如购物信用卡上的利率一般是月利率。这样就出现了不同计息周期的利率换算问题，从而引入名义利率与实际利率的概念。

如果把一年均分为 m 个计息周期（也称 m 为复利频率），每

个计息期的实际利率为 r_0 ，则称

$$r = mr_0 \quad (1.14)$$

为名义年利息，通常表示为“年利率为 r ，每年计息 m 次”。如按复利计息，一年末的本利和为

$$F = P(1 + r_0)^m = P \left(1 + \frac{r}{m} \right)^m \quad (1.15)$$

年利息为

$$F - P = P \left(1 + \frac{r}{m} \right)^m - P$$

从而，按利率定义得实际年利率 i 为

$$i = \frac{P \left(1 + \frac{r}{m} \right)^m - P}{P} = \left(1 + \frac{r}{m} \right)^m - 1 \quad (1.16)$$

式 (1.16) 通常称为名义利率与实际利率换算公式。当 $m = 1$ 时，名义年利率等于实际年利率，当 $m > 1$ 时，实际年利率 i 大于名义年利率 r ，且随着复利频率 m 的逐渐增加，实际年利率也逐渐增加，最终趋于一个定值。

如按单利计息，一年末的本利和为

$$F = P(1 + mr_0) = P(1 + r)$$

此即表明，实际年利率就是名义年利率 r 。

例 1.1 (银行存款利率相容性问题)

我国现行的整存整取存款业务有存期为半年、1 年、2 年、3 年、5 年、8 年等六种，这就需要银行制定一组相容的利率。所谓相容的利率应体现出这样一个原则：存期越长，实际获利应越多。同时相容利率的确定应防止利率漏洞。举例来说，如果某人一笔存款计划存一年，可以有两种存法：一种是直接存一年期；另一种是先存半年，半年后连本带利全取出再存半年。我们在确