管理数学简明教程

主　　编

马续援　张义侠　李桂琴

主审　陈克式

I　高等数学

大连海运学院出版社

管理数学简明教程

主　编
马续援　张义侠　李桂琴
主　审
陈克式

第　一　册
高　等　数　学

大连海运学院出版社

内 容 简 介

本教程是受全国经济院校经济数学学会委托，由全国各地区、各类经济管理和管理干部院校统编，并由学会理事长陈克式教授主审的数学教材。本书包括低学时和高学时两个层次的内容，作为各类成人院校管理数学教材，也可供普通院校经济管理专业理科类大专或文科类本科使用。同时还可作为经济管理人员自学或参考用书。本教程的编写力求简明适用，说理清楚，便于自学，紧密联系现代管理专业实际。对每一重要概念，注意交待其产生的背景和实际涵义。侧重通过几何直观和具体实例阐明理论，讲清数学方法。注重有关现代化管理的数学模型。部分内容还附有计算机实用程序。教材分基本内容和选学内容两部分。共分三册。第一册高等数学（低学时72，高学时108）；第二册概率论与数理统计（低学时60，高学时84）；第三册线性代数与线性规划（低学时66，高学时80）。书内各章附有习题。

管理数学简明教程

第 一 册

高 等 数 学

主 编

马续援 张义侠 李桂琴

大连海运学院出版社（大连凌水桥）

大连海运学院出版社发行

大连海运学院出版社印刷厂印刷

责任编辑 赵兴贤

封面设计 安 生

开本 787×1092 1/32 印张：11 3/4 字数：244千字

1988年5月第一版 1988年5月第一次印刷 印数：1—6200

ISBN 7—5632—0022—3/G·7 定价：3.95元

前　言

本册内容包括微积分、简单微分方程和级数。这些基本知识是学习后续数学和专业课程的基础，同时也是从事现代化经济管理和科技工作必备的基础知识。

在内容的处理上，对于每一重要基本概念，如导数、微分、不定积分、定积分……等等，我们注意由产生概念的现实背景引入，再给出严格的数学概念，并阐明其实际涵义。作为数学分析重要基础的极限概念，我们针对不同的教学要求，作了两个层次的处理。在基本内容中只给出描述性的定义，在选学内容中又以分析定义深化了极限概念。在教材中把分析和解决问题的思想方法，置于重要地位，如导数和定积分应用两部分。其次，对培养学生的基本运算能力，如极限计算，导数运算和积分运算，也给以足够的重视。对于基础理论，则侧重通过几何直观和具体实例阐明理论及其运用。为了与第二、三册的选学内容相适应，我们把级数一章列为选学内容。

《管理数学简明教程》由马续援、张义侠、李桂琴主编，陈克式主审。第一册由马续援、赵景平、谭荣珍、崔谟珍、孔元方编写，其中：马续援编写第一、第二和第三章，赵景平编写第四章以及第六章的一部分；谭荣珍编写第五章以及第六章的一部分；崔谟珍编写第七章；孔元方编写第八章。

本书在编写过程中，宋宪文阅过全册初稿并提出了宝贵

的意见。同时，承蒙全国经济院校经济数学学会及学会理事长陈克式教授的热情支持和关怀指导，在此一并表示谢忱。

本教程是由各经济管理和管理干部院校教师在繁重的教学工作中编写的，由于编者水平有限，书中难免存在缺点和错误，恳请读者批评指正。

编　者　　　1987年12月

目　　录

第一章　函　　数

函数是数学中最重要的基本概念之一，也是微积分学的研究对象。在这一章里，我们将在中学有关函数知识的基础上，给出函数的一般定义，讨论函数关系的建立，介绍函数的某些性能，并对一些基本的，特别是经济问题中常用的函数，结合图形研究它们的一些简单性质。在我们的研究对象中，变量的变化基本上是限于实数范围的，因此我们首先复习一下有关实数的一些基本知识。

§1.1　实数及其绝对值

1．实数

我们已经知道，整数和分数统称有理数，有理数都可化为有限小数或无限循环小数。除有理数之外，如$\sqrt{2}$、π 等数可化为无限不循环小数，称为无理数。有理数和无理数统称实数。

$$
\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\\ \text{分数}\end{cases}\text{——有限小数或无限循环小数}\\ \text{无理数——无限不循环小数}\end{cases}
$$

同时，我们也知道，实数与数轴上的点是一一对应的。即：数轴上每一点都表示某一实数；反之，每一实数都是数轴上某一点的坐标。

2．实数的绝对值

设 a 为实数，则 a 的绝对值：

$$|a|=\begin{cases} a & (a\geqslant 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$$

可知 $|a|$ 等于数轴上点 a 到原点的距离，

根据绝对值的定义，有以下关系式成立。

1° $-|a|\leqslant a\leqslant|a|$

这是因为若 $a\geqslant 0$，则 $-|a|\leqslant a=|a|$；若 $a<0$，则 $-|a|=a<|a|$，总之，$-|a|\leqslant a\leqslant|a|$。

2° 若 $|a|\leqslant K$ $(K\geqslant 0)$，则 $-K\leqslant a\leqslant K$

这是因为 $|a|\leqslant K$ 表示数轴上点 a 到原点的距离不大于 K，即 $-K\leqslant a\leqslant K$。

关于绝对值的运算，有如下结论。

1° $|a+b|\leqslant|a|+|b|$

证：$-|a|\leqslant a\leqslant|a|$

$-|b|\leqslant b\leqslant|b|$

上两式相加，得 $-(|a|+|b|)\leqslant a+b\leqslant|a|+|b|$

于是有 $|a+b|\leqslant|a|+|b|$。

2° $|a-b|\geqslant|a|-|b|$

证：$|a|=|(a-b)+b|\leqslant|a-b|+|b|$

于是有 $|a-b|\geqslant|a|-|b|$。

3° $|ab|=|a|\,|b|$

4° $\left|\dfrac{a}{b}\right|=\dfrac{|a|}{|b|}$

§1.2 变　量

1．常量与变量

人们在实际问题中会遇到各种不同的量，如长度、面积、体积、温度、压力、速度、成本、销售额……等等。在某一过程中，可能有的量不发生变化，即保持一定数值，称为常量；而另一些量却在变化，可取不同数值。例如对密闭容器内的气体加热时，气体的体积和气体的分子个数保持一定，在这一过程中，气体体积、分子个数是常量；而气体的温度和压力是变化的，它们的数值随加热过程逐渐增大。再如，讨论某种产品的总成本时，一般将总成本分成两部分：一部分是固定成本，它是由折旧费、车间经费及企业管理费等构成，这些费用不随产品产量的增减而变化，因此在这一过程中固定成本是一个常量；另一部分是变动成本，它是由原材料费用、直接生产人员的工资等构成，这些费用是随产品产量的增减而变化的。显然在上述两个问题中，正是温度、压力、变动成本这些变化的量决定着事物的形成、演变和发展，是最本质、最重要的量，是我们着眼和研究的对象。这种变动的量，或者说在某一过程中可取不同数值的量称为变量。变量是数学分析里的第一个基本概念。应该注意一点，现实中的所谓常量，一般不是绝对的。譬如，重力加速度在一个确定的地理位置是常量；但在不同的位置，重力加速度就取不同的值，是个变量。现实中的常量往往是变量的某种近似，就是说就整个过程或总体而言是个变量，但是为了便于研究，在一段微小时间间隔或空间间隔里，近似地把这个变量看作常量。这正是贯穿数学分析全部内容的一个

基本的思想方法。

2. 区间、邻域

1）区间

变量 x 的取值范围称为 x 的变域。

若变量取值介于两个实数 a，b 之间的全体实数，变量的这种变域称为区间，a、b 称为区间端点。由于实数与数轴上的点是一一对应的，所以变量 x 可用数轴上的一个动点来表示，使 x 的变化区间对应于这个动点的变化范围，即数轴上 a，b 两点间的线段。

若 x 取值不包括区间端点：$a<x<b$，这个区间称为开区间，用 (a, b) 表示。

若 x 取值包括区间端点：$a\leqslant x\leqslant b$，这个区间称为闭区

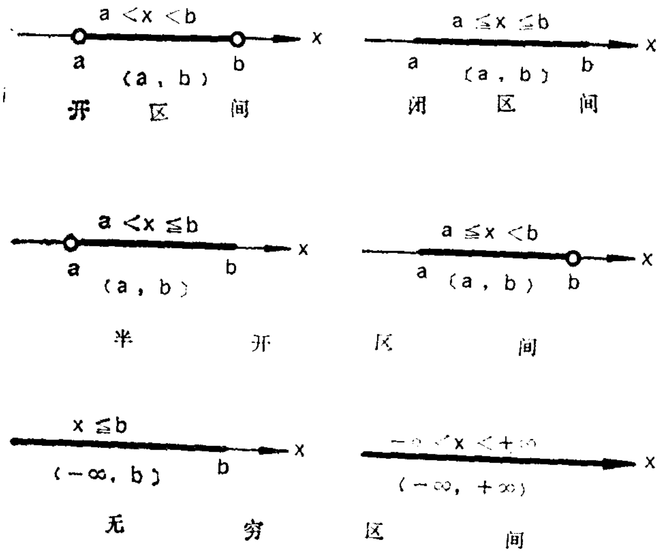

图 1-1

间，用$[a, b]$表示。

若 x 可取遍全体实数，则 x 的变化区间称为无穷区间，用 $(-\infty, +\infty)$ 表示。它属于开区间，如图 1—1 所示。

特殊地，x 的变域有时是由几个不连续的区间或一些分散的点构成的。

2）邻域

邻域是后续内容中常用的概念。

当 x_0，δ 为实数，且 $\delta > 0$ 时，

$$|x - x_0| < \delta \tag{1-1}$$

表示数轴上动点 x 与定点 x_0 的距离不大于 δ。不等式（1-1）与 $-\delta < x - x_0 < \delta$ 等价，于是有

$$x_0 - \delta < x < x_0 + \delta \tag{1-2}$$

显然，（1-1）或（1-2）式所表示的 x 的变化范围如图 1-2 所示，是以点 x_0 为中心，半径为 δ 的开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$，称为 x_0 点的 δ 邻域。

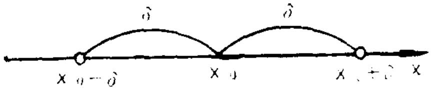

图 1-2

§1.3 函数概念

1．函数的定义

现实世界中，变量的变化都不是孤立的，往往是若干个变量相互关联地变化着。因此要掌握客观事物在量的方面的变化规律和属性，必须在各个相关变量的相互依赖、相互制约中去研究它们。函数关系正是变量之间的这种依赖和制约关系在量的方面的反映。

例1.1　自由落体的位移 s 与时间 t 的关系是

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

其中 $g=9.8\mathrm{m/s^2}$，是重力加速度。

设物体下落后经过时间 T 达到地面，那么 t 的取值范围是$[0,T]$。对于$[0,T]$内的每一时刻 t，依照对应规律 $s=\frac{1}{2}gt^2$，位移 s 就有一个确定的值与之对应。

例1.2　设银行存款的年利率为 K，存款2000元经过x年后的时值（本利和）应为

$$y=2000(1+K)^x$$

这里的存入时间 x（年）的取值范围是$x\geqslant 0$，对于$x\geqslant 0$的每一x值，依照对应规律　$y=2000(1+K)^x$，时值 y 就有一个确定的值与之对应。

例1.3　某厂生产水泥的日生产能力为 800 吨，为提高经济效益进行成本核算，将日产量 P（吨）与成本 Q（元）的关系造表进行分析

产量 P	100	200	300	400	500	600	700	800
成本 Q	6800	8300	10800	13300	15800	18300	20800	23300

对于日产量 P（吨）在100，200，……800内所取的每一个值，依照上表给出的对应规律，成本 Q就有一个确定的值与之对应。

例1.4　气象台的自动记录仪绘出的温度曲线，给出了某日24小时内温度 T 与时间 t 的关系 图 1－3

对于$[0,24)$内的每一时刻t，依照这一曲线所示出的对应

规律，温度T就有一个确定的值与之对应。

综合上面四个例子，我们来概括一下各例中两个相关的变量之间的共同特征。

有甲、乙两个变量，甲变量有其一定的变化范围（变域），对甲变量在其变域内所取的每一个值，依照一定的对应规律，乙变量的值随之确定。

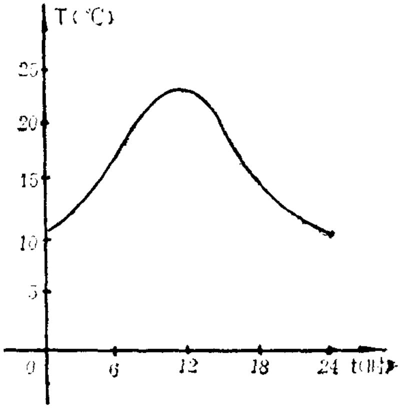

图 1-3

我们把具有这样特征的两个相互依赖的变量之间的关系定义为函数关系。

定义1.1 设有二变量x、y，若对于变量x在其变域$\mathscr{D}$内所取的每一个值，依照一定的对应规律，变量y有确定的值与之对应，则称y为x的函数，记作

$$y=f(x)$$

x称为自变量，y又称为因变量，自变量x的变域$\mathscr{D}$称为函数的定义域。

由定义可知，对应规律与定义域是构成函数关系的二要素。

函数y的取值范围称为函数的值域。

在实际问题中，函数的定义域是根据所考察的问题的实际意义来确定的。前述四例都属于这种情况。不具实际意义的抽象函数，其定义域是指能使函数取得实数值的全体自变量值。

例1.5 试确定函数 $y = lgx + \frac{1}{x-2}$ 的定义域。

解： 根据第一项 lgx，应有 $x > 0$；

根据第二项，$\frac{1}{x-2}$ 应有 $x \neq 2$。

于是函数的定义域应为

$$(0,\ 2),\quad (2,\ +\infty)$$

例1.6 某厂日产拖拉机两台，n 天总产量为 $A_n = 2n$，试确定函数 A_n 的定义域。

解： 根据问题的实际意义，函数的定义域应为

$$1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$$

例1.7 试确定 $y = c$（c为常数）的定义域。

解： $y = c$ 是函数的一个特例，它是这样一个函数，对于自变量所取的任何值，函数 y 的对应值都是 c。所以函数 $y = c$ 的定义域为

$$(-\infty,\ +\infty)$$

例1.8 圆心在原点，半径为 R的圆的方程为

$$x^2 + y^2 = R^2$$

或表为 $$y = \pm\sqrt{R^2 - x^2} \qquad (-R \leqslant x \leqslant R)$$

对于自变量 x 在 $-R \leqslant x \leqslant R$ 内所取的每一个值（除 $x = R$ 及 $x = -R$ 之外）函数 y 有两个确定的值与之对应。

若对于定义域内的每一自变量值，函数 y 都只有一个确定的值与之对应，则称此函数为单值函数；否则称为多值函数。

如 $y=\pm\sqrt{R^2-x^2}$ 是多值函数。

2．函数表示法、函数符号

1）函数表示法

为了便于对函数进行研究，还需要用适当的形式来表示函数。我们已经知道，表示函数关系可以用一个解析式子（如例1－1 中的 $s=\frac{1}{2}gt^2$；例1－2中的 $y=2000(1+K)^x$），也可以用表格（如例1－3中的产量、成本关系表），或者用几何图形（如例1－4中的温度曲线）。这是表示函数关系的三种常用方法。

（1）公式法

公式法简明准确，便于理论分析和计算，这是它的突出优点，因此是表示函数关系最常用、最重要的一种方法。但是这种方法不直观，同时某些实际问题中的函数关系不易甚至不可能用公式表示。

（2）表格法

我们熟悉的三角函数表，对数表等都是用表格表示函数关系。表格法便于直接查到所列的函数值。但是表中所列数据是不完全的，一般不能全面表达函数关系，不便于进行理论分析。

（3）图示法

利用几何图形表示函数关系鲜明直观，但一般不能描绘函数关系的全貌，也不便于进行理论分析。

可见函数关系的各种表示法均各有利弊，所以在理论和实用上常常是把三种方法结合起来进行研究。