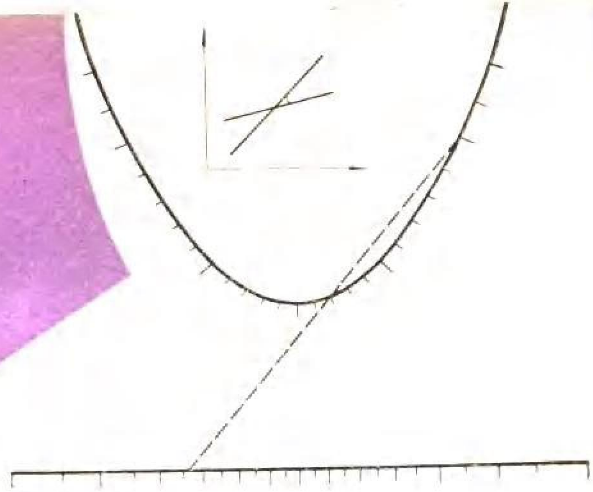
JISUANTU
YUANLI HE
HUIZHI
FANGFA



计算图原理和绘制方法

孟宪铎 编著

机械工业出版社

本书介绍在工程技术工作中经常使用的计算图的原理和绘制方法，并对共点计算图、共线计算图以及其他特殊型计算图的选型问题进行了分析。书中举出了较多的各种算图的实例，

本书可供工程技术人员、工科院校师生以及技术工人自学或参考。

计算图原理和绘制方法

孟宪铎　编著

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业許可証出字第 117 号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行・新华书店经售

*

开本 787×1092 1/32・印张 7 1/8・字数 157 千字

1981 年 6 月北京第一版・1981 年 5 月北京第一次印刷

印数　00,001—14,000・定价 0.67 元

*

统一书号：15033・4939

目　录

引　言

计算图又叫诺谟图。它是根据数学原理，将一个方程式各变量的函数关系画成图。这种图由一些相互间有一定几何位置，并刻有分度标值的曲线和直线组成。利用这种图，在已知几个变量数值的情况下，再用极简单的几何图线，就能很快的求得满足方程的未知量的数值。

例如在某零件上要同时钻 3 个 ϕ 13 的孔，被加工材料为灰铸铁（HB190），钻削用量：$S_o = 0.24\text{mm/r}$，钻削速度 $V = 16\text{m/min}$（$\approx 400\text{r/min}$），钻床的主电动机功率 $N = 2.5$ kW，机械传动的总效率 $\eta = 0.6$，问该电动机是否过载？

解：

利用计算图（图 1），按计算图的用法说明画出三条求解线：

① $S_o = 0.24$——HB190——T

② T ——$D = 13 \begin{cases} M \approx 1060\text{kgf}\cdot\text{mm} \\ P_o \approx 240\text{kgf} \end{cases}$

③ $n = 400$——$M = 1060$——$N \approx 0.47\text{kW}$

电动机的输出功率

$$N_e = \frac{0.47 \times 3}{0.6} \approx 2.35\text{kW} < 2.5\text{kW}$$

不会超载。

由上例可以看出，计算图有显著的优点。它可以简化计算工作节省时间。比如，在工程设计的计算中，经常发生所

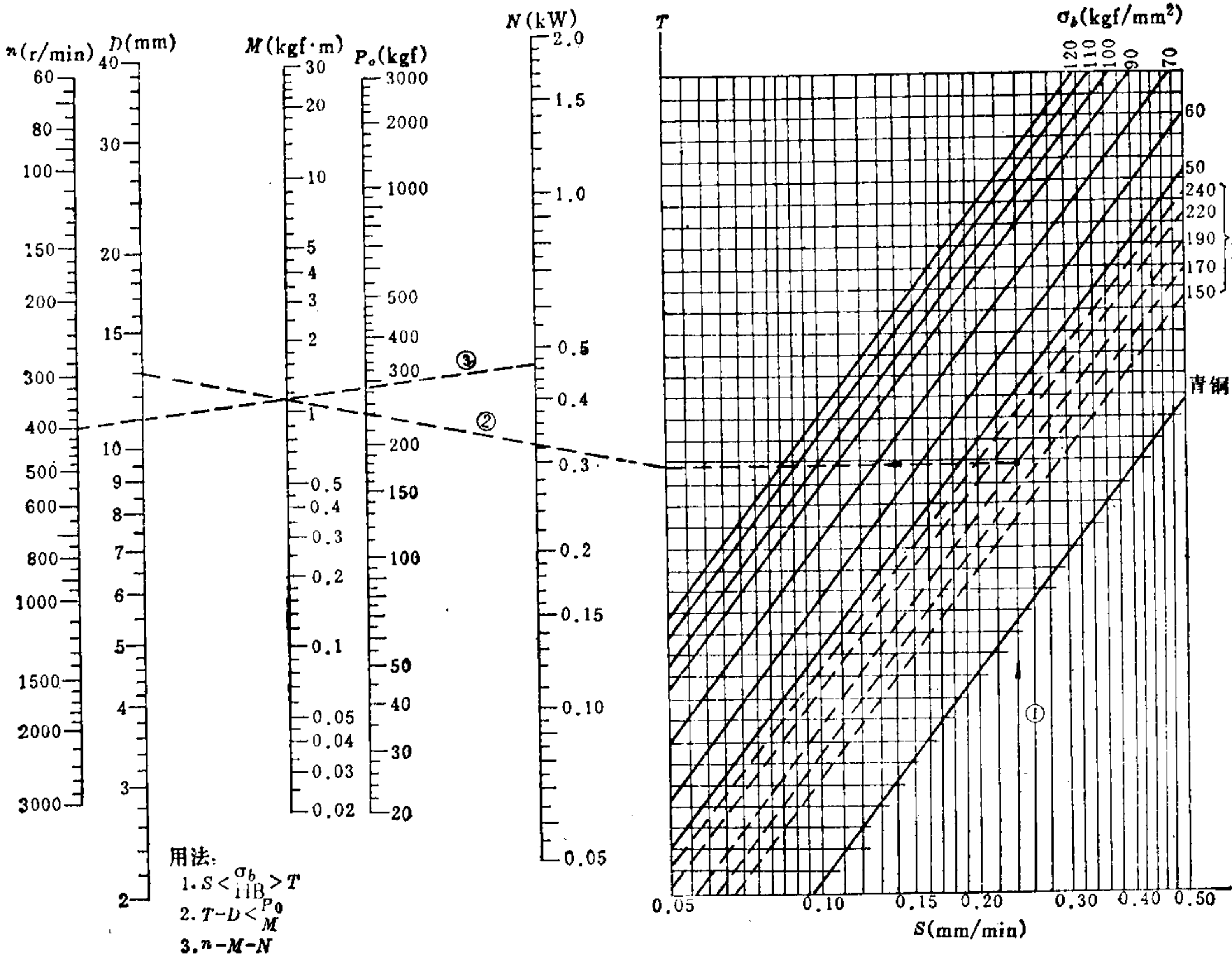

n(r/min)
D(mm)
M(kgf·m)
P_o(kgf)
N(kW)
T
σ_b(kgf/mm²)
铁铸 HB
青铜
S(mm/min)
用法:
1. $S<{\sigma_b \atop HB}>T$
2. $T-D<{P_0 \atop M}$
3. $n-M-N$

图 1

求的数据不能适应技术设计的特定条件，这就必须反复修正各个已知数据，使所求的数据趋于合理，这项工作利用专门的计算图将是很方便的。借助于计算图能够迅速地提供几种方案，通过数据进行比较，选出其中较好的方案。

用计算图得出的数据虽然是近似值，但在多数情况下，对一般要求的工程计算是足够的。因此，即使在电子计算机飞速发展的今天，计算图仍然有其实用价值。特别是在普及技术教育和群众性的技术革新中，计算图便于工人掌握因而值得推广。为此，本书把最常用的共线计算图列为基本型，并用平面几何的相似定理证明各图尺之间的关系和刻度方法。具有中学水平的读者可以先学习第二章的内容。

一般说来，将已知公式画成计算图是不困难的。因此，建议读者在学习过程中，利用书中所提出的画法和要点，将自己所熟悉的公式绘制一些计算图，这对掌握计算图的几何原理和画法是很有帮助的。

由于编者水平所限，书中一定存在不少缺点和错误，诚恳地希望读者给予批评和指正。

第一章　共点计算图

第一节　座标轴的标值

所谓共点计算图，就是在直角座标系中绘制函数式 $y=f(x)$ 的几何图形。在等分标值的直角座标系中，除一次函数式 $y=kx+b$ 外，函数图形均为曲线。为了便于绘制函数图形和提高共点计算图的读数精确度，常用改变座标系或座标轴的标值方法，使曲线变为直线。下面讨论座标轴上刻度的标值方法。

一、座标法

例如方程 $y=2x^2$，当给自变量以 $x=0$、1、2、3、……10数值时，根据方程计算出 y 的数值如下：

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	2	8	18	32	50	72	98	128	162	200

在直角座标系中，以横座标轴表示 x，用 100mm 长代表 $x=0\sim10$ 的数值；以纵座标轴表示 y，用 100mm 长代表 $y=0\sim200$ 的数值，在 x、y 座标轴上刻上等分刻度线，标注变量 x、y 的数值，再根据 x、y 的座标值，用描点作图法绘制出 $y=2x^2$ 函数的曲线图形，见图 1-1。它是一条抛物线。

若纵座标轴的标值不变，而横座标轴采用 $x'=x^2$ 来标值，则方程 $y=2x^2$ 在新的座标系 x'-y 中，可以写成 $y=2x'$，即为过座标原点，斜率为 2 的直线。在 x'座标轴上以

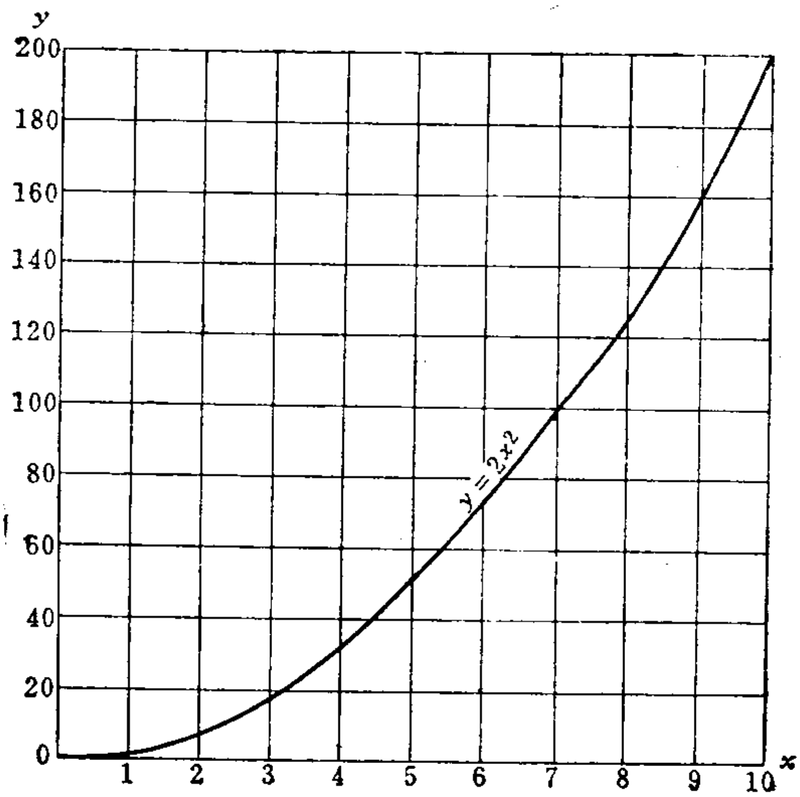


图 1-1

x 标值进行刻度时，将是不等分的。其刻度线的画法是：如 x' 轴长定为 100mm 做成 100 个等分格线，根据 $x' = x^2$ 计算出 x 、x' 的对应数值如下：

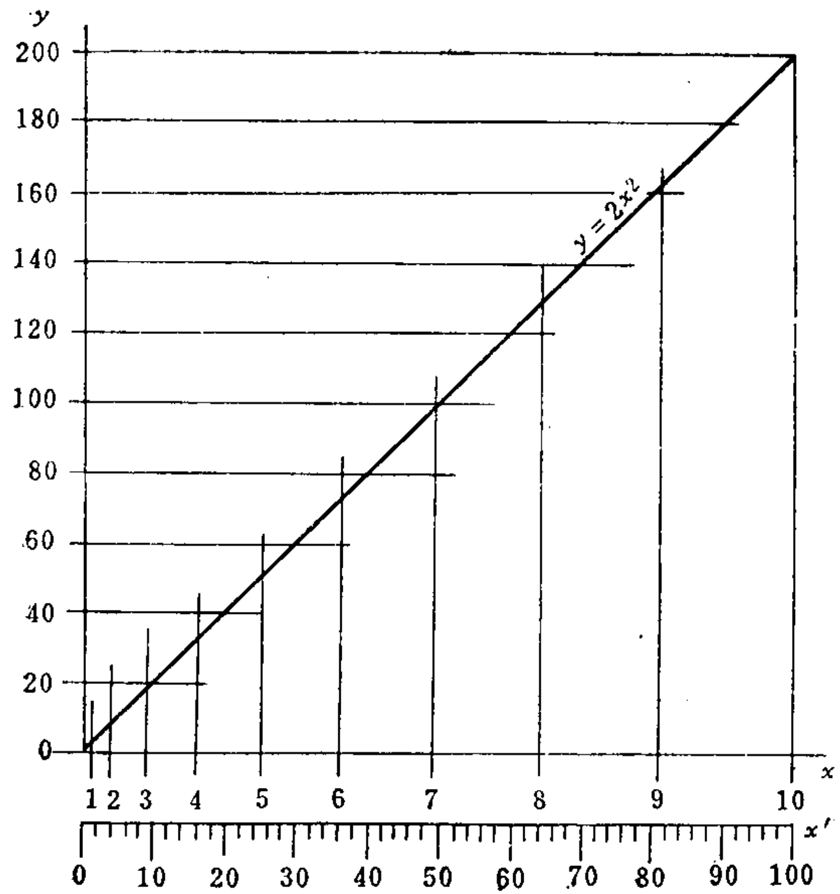
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x'	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

其刻度标值见图 1-2 的 x' 轴。

对于方程 $y = ax^2 + bx + c$ 可以写成 $y - B = a(x - A)^2$ 的形式，式中 A、B、a 为常数。在新座标系 y-x'〔其中 $x' = (x - A)^2$〕中，函数图形是直线。

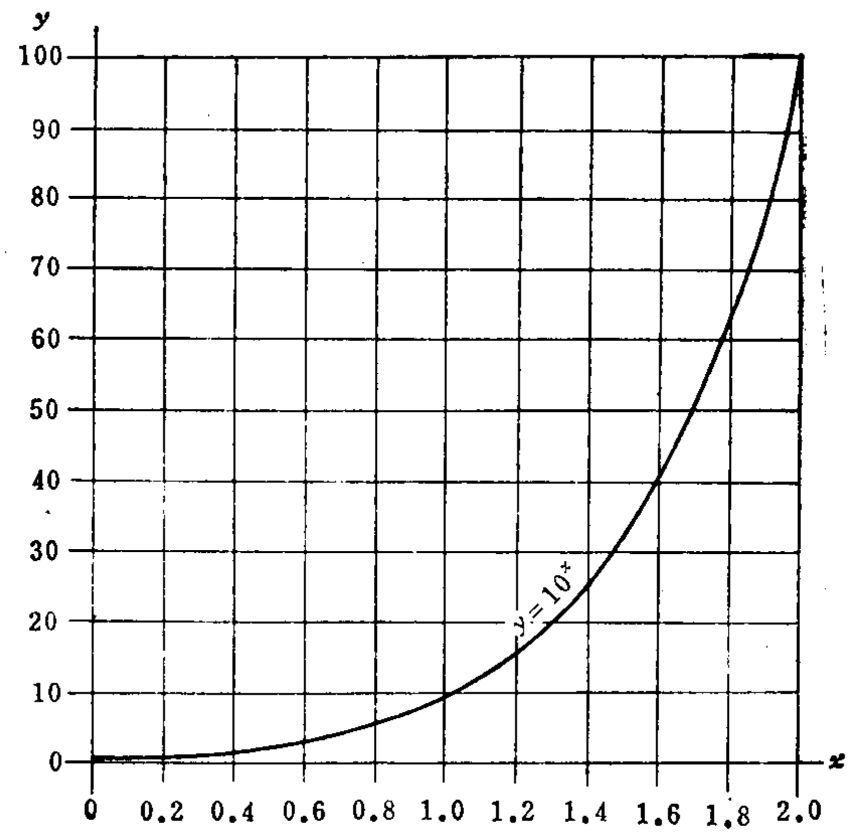
又如方程 $y = 10^x$，在等分标值的 $x - y$ 直角座标系中，绘制的函数图形为曲线，见图 1-3。

若对方程 $y = 10^x$ 取以 10 为底的对数，则有



y
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
$y=2x^2$
x
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
x′
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

图 1-2



y
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
$y=10^x$
x
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4 1.6 1.8 2.0

图 1-3

$$\lg y = x \lg 10 = x$$

以横座标轴表示 x，采用等分标值，而纵座标轴采用 $y' = \lg y$ 的对数标值（在对数座标轴上标注 y 的真数时，是不等分的），所绘制的函数图形是直线，见图 1-4。

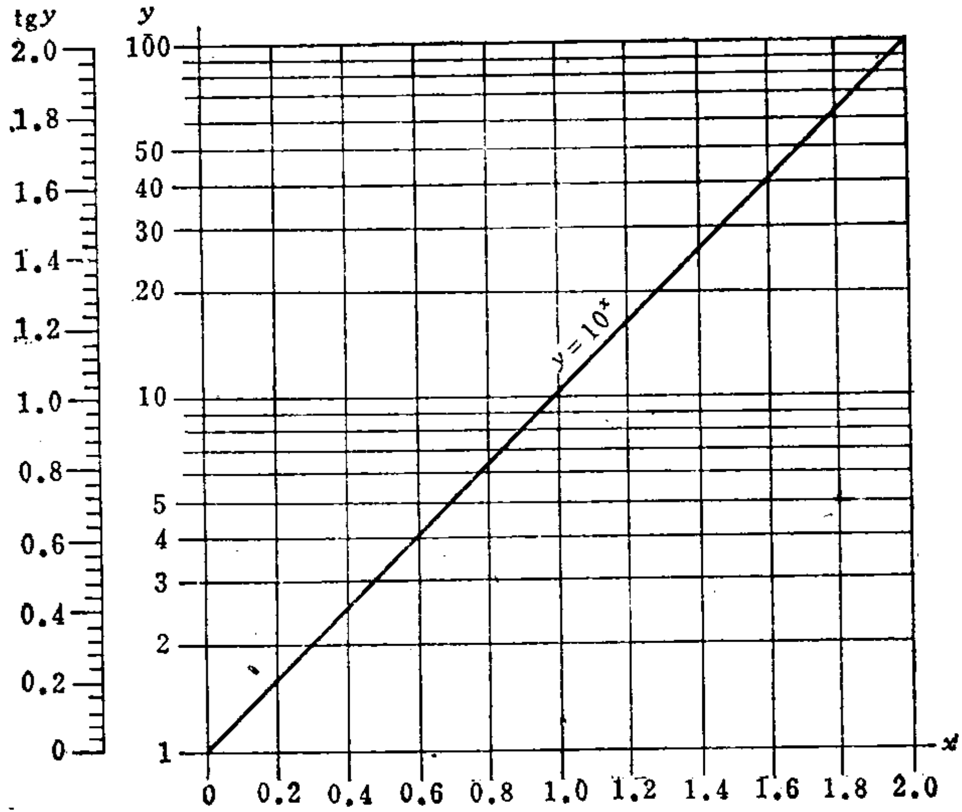


图 1-4

在半对数座标系 x-$\lg y$ 中，函数式 $y = ma^x$ 的图形都是直线。

由上述例子可以看出：共点计算图的 x、y 座标轴上的刻度和标值方法，可以直接按变量的数值刻成等分刻度（图 1-1 和图 1-2 的 y 标值）；也可在经过简单变换后，再进行刻度，这时标注变量的数值时，其刻度常常是不等分的（图 1-2 的 x 标值和图 1-4 的 y 标值）。

根据变量 x 的函数式 $f(x)$ 的值刻度的图尺（座标轴）叫做函数图尺。计算图中的大多数图尺是函数图尺。

一般函数图尺的刻度方法是：设某函数 $f(x)$，x 为函数图尺上所要表示的变量，在图尺上刻出 x 的标值范围从 a 到 b 的刻度标值线，函数图尺的全长为 L，图尺系数 m_x 表示单位长度上的函数值，定义为

$$m_x = \frac{L}{f(b) - f(a)}$$

在绘制计算图时，要根据预定的图尺长度和变量的标值范围计算出图尺系数 m，并写出相应的标值方程

$$X_x = m_x f_1(x)$$

$$X_y = m_y f_2(y)$$

根据标值方程计算出 x、X_x 以及 y、X_y 的数值，并列成表格，以便在图尺上量度出相应的长度 X_x、X_y，标注相应的变量 x、y 的数值。

例如将函数 $2\lg x$ 绘制成函数图尺，x 的取值范围为 $x = 1 \sim 100$，图尺长度 $L = 100\text{mm}$，图尺系数

$$m_x = \frac{L}{f(b) - f(a)} = \frac{100}{2\lg 100 - 2\lg 1} = 25\text{mm}$$

标值方程为

$$X_x = m_x f(x) = 25 \times 2\lg x$$

将 x、$2\lg x$、X_x 计算出的数值列表如下：

x	1	5	10	50	100
$2\lg x$	0	1.4	2	3.4	4
X_x	0	35	50	85	100

根据表中数值绘制的函数图尺，见图 1-5。

绘制共点计算图时，最常用的座标系的形式有：等分刻度的座标系，半对数座标系和双对数座标系。

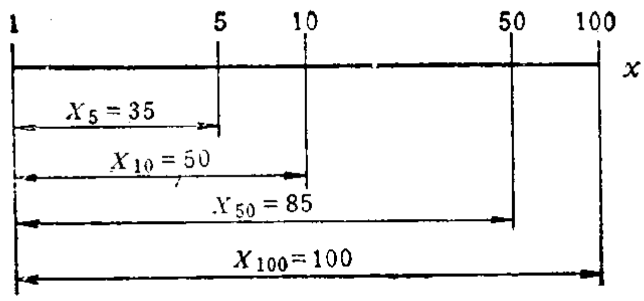


图 1-5

二、作图法

当函数式 $F(x, y)=0$ 比较复杂时，往往变量 x、y 不可分离，即不能写成 $f_2(y)=f_1(x)$ 的形式。这时，座标轴上只能按变量 x、y 的标值范围刻成等分刻度，则函数图形是曲线。如使函数图形的曲线变成直线，经常利用图解法确定新座标轴上的刻度标值，其作图法如下（见图 1-6）：

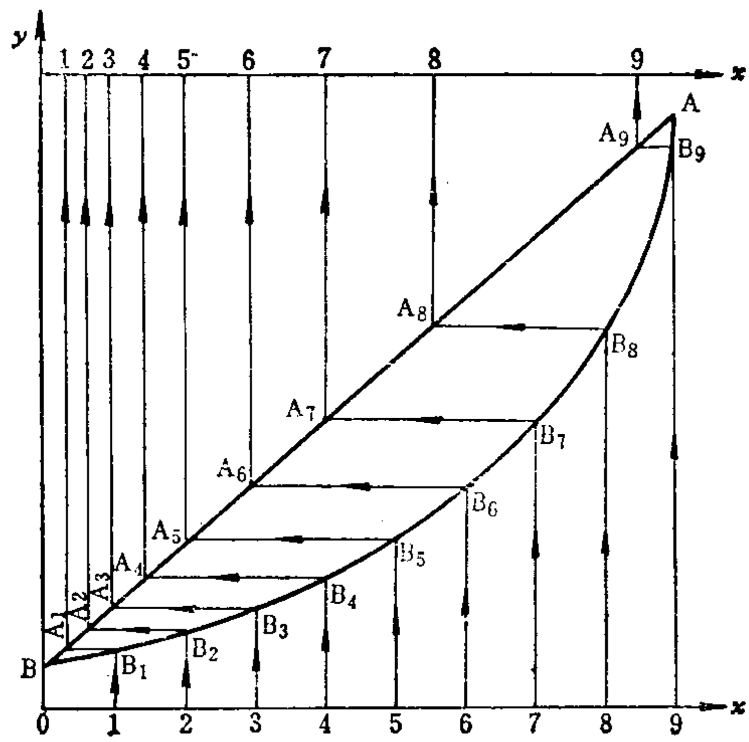


图 1-6

首先在普通的等分标值的直角座标系中绘制方程 $F(x, y)=0$ 的曲线图形。然后将曲线的两个端点连一直线 AB，过 x 轴上相应的标值点，如过 1、2、3 ……作平行于 y 轴的一组平行线，与曲线相交于 B_1、B_2、B_3……点，再过 B_1、B_2、B_3……

点作平行 x 轴的平行线，与直线 AB 相交于A_1、A_2、A_3……点，再过 A_1、A_2、A_3……点作平行于 y 轴的平行线，与新座标轴 x' 相交，对各交点标注相应 x 轴的标值 1、2、3……，即得新座标轴 x' 的刻度标值位置。在新座标系 $x'-y$ 中，当函数 $F(x, y) = 0$ 的取值范围在区间〔A，B〕内时，其图形为近似直线。

在 $x-y$ 座标系中有一组曲线群 l_1、l_2、l_3 和 l_4，当只改变一个座标轴的标值时往往不容易得到满意的结果，这时可以同时改变两个座标轴的刻度标值。其作图方法如下（见图 1-7）：

（1）在图 1-7 a 中任选两支曲线 l_1 和 l_2，在曲线 l_1 和

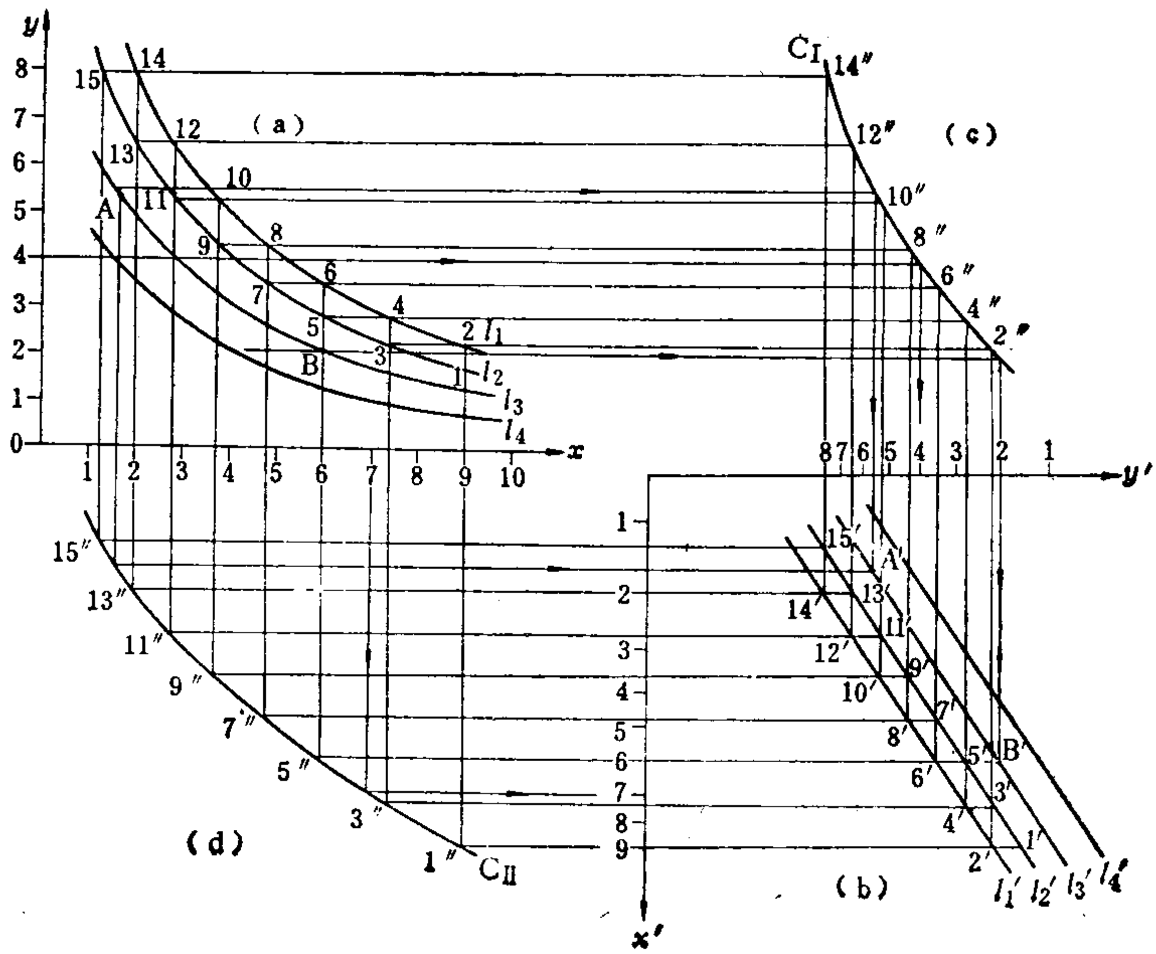


图 1-7

l_2之间作分别平行于x轴和y轴一组折线，与两支曲线相交的对应点为：在l_1上2、4、6……14；在l_2上1、3、5……15。

（2）假设在新座标系x'-y'中两支曲线l_1和l_2变成相应的直线l'_1和l'_2（图1-7 b），如果在原座标系中两支曲线有相交的趋势时，在x'-y'座标系中可以取两条相交的直线，若原曲线相交点为无穷远时可以取两条平行直线。

（3）在$x'-y'$座标系中，l'_1和l'_2的倾角和两条直线间的距离与x'、y'轴上的刻度标值范围、读数精确度（刻度密度）有关，如l'_1和l'_2的距离大，则x'、y'轴上的刻度间隔大，座标轴要长一些。又如x'轴的读数精确度要求比y'轴上刻度高些，则l'直线与x'轴的夹角要小些。

（4）在l'_1和l'_2之间作平行于x'和y'轴的一组折线，取与l_1和l_2相对应的分隔点，l'_1：2′、4′、6′……14′和l'_2：1′、3′、5′……15′。

（5）过曲线l_1上2、4、6……14各点，作平行x轴的作图线；过直线l'_1上2′、4′、6′……14′各点，作x'轴的作图线。上述作图线的相交点为2″、4″、6″……14″点，用曲线板将2″、4″、6″……14″点光滑地连接起来得一曲线C_I（图1-7 c），曲线C_I叫做y'轴标值的矫直曲线。如y轴上的刻度标值4通过矫直曲线C_I可以确定它在y'轴上的标值位置，其作法见图1-7 c。

（6）过曲线l_2上1、3、5……15各点作平行y轴的作图线；过直线l'_2上1′、3′、5′……15′各点作平行y'轴的作图线。上述作图线相交得1″、3″、5″……15″点，用曲线板将1″、3″、5″……15″点光滑地连接起来得一曲线C_{II}（图1-7 d），曲线C_{II}叫做x'轴标值的矫直曲线。如在x轴上的

刻度值 7 通过矫直曲线 C_{II} 确定出它在 x' 轴上的标值位置，见图 1-7 d 。

（7）若曲线 l_3 和 l_4 系由 l_1、l_2 的同族曲线所绘制成，那么它们在新座标系 $x'-y'$ 中也是直线。在曲线 l_3 上取 A 和 B 两点，通过矫直曲线 C_{I} 和 C_{II} 转化到 $x'-y'$ 座标系中为 A′和 B′，连接 A′B′ 即为 l_3'。

同理，可以作出 l_4'。

（8）为了刻出 x'、y' 轴上的细分度标值线，一般采用作图法，它根据下述射影变换定理作出(见图1-8)。

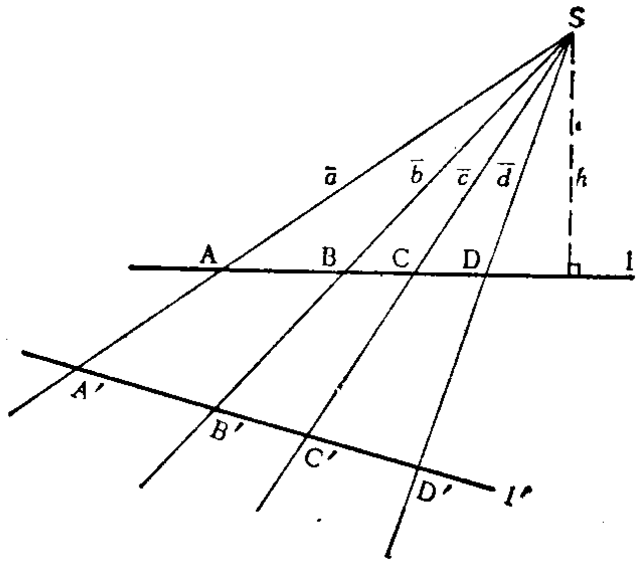


图 1-8

如果直线 l 和 l' 是互成射影变换的，两直线上各有任意四点 A、B、C、D和 A′、B′、C′、D′ 也是成射影对应的，则其交比是不变量，即

$$\frac{AC\times BD}{BC\times AD}=\frac{A'C'\times B'D'}{B'C'\times A'D'}$$

证明：

设A、B、C、D是 l 线上四个点，它们分别属于透视线束S里的四条对应直线 a、b、c、d。用字母 $\bar{a}$、$\bar{b}$、$\bar{c}$、$\bar{d}$ 分别来表示线段SA、SB、SC、SD。用 h 表示由S点到直线 l 的距离。于是线束的两条射线与直线 l 构成的每个三角形的面积可以用两种方法表示，例如△ABS的面积为

$$F_{ABS}=\frac{1}{2}\vec{a}\vec{b}\times\sin(a,b)=\frac{1}{2}AB\times h$$

则有

$$AB=\frac{\bar{a}\bar{b}\times\sin(a,b)}{h}$$

其他三角形面积也可以用类似的公式表示，并得到

$$AC=\frac{\bar{a}\bar{c}}{h}\sin(a,c),\ BD=\frac{\bar{b}\bar{d}}{h}\sin(b,d)$$

$$AD=\frac{\bar{a}\bar{d}}{h}\sin(a,d),\ BC=\frac{\bar{b}\bar{c}}{h}\sin(b,c)$$

我们可以利用这些公式证明上述定理，即

$$\frac{AC\times BD}{BC\times AD}=\frac{\frac{\bar{a}\bar{c}}{h}\sin(a,c)\times\frac{\bar{b}\bar{d}}{h}\sin(b,d)}{\frac{\bar{b}\bar{c}}{h}\sin(b,c)\times\frac{\bar{a}\bar{d}}{h}\sin(a,d)}$$

$$=\frac{\sin(a,c)\times\sin(b,d)}{\sin(b,c)\times\sin(a,d)}$$

在 l' 直线上也有四个点 A′、B′、C′、D′是属于同一透视线束 S 里的 a、b、c、d 线上的点，则有

$$\frac{A'C'\times B'D'}{B'C'\times A'D'}=\frac{\sin(a,c)\times\sin(b,d)}{\sin(b,c)\times\sin(a,d)}$$

$$\therefore\quad\frac{AC\times BD}{BC\times AD}=\frac{A'C'\times B'D'}{B'C'\times A'D'}\text{（证毕）}$$

由上述定理可知：如果直线 l 和 l' 是互成射影变换的，其中有三个对应点对重合，则所有其余的对应点对也必重合。

细分度标值的作图方法（见图 1-9）：

如已知 x 轴上的标值 8、9、10 及其细分度，x' 轴上只知道 8、9、10 三点的刻度位置，求作 x' 轴上 8～9、9～10