

经济管理数学基础

主编 邱敦元
副主编 易德美 金世刚

JINGJI GUANLI SHUXUE
JICHU

重庆大学出版社

内 容 简 介

本书是一本针对成人高等教育的需要而编写的经济管理数学基础教材。主要讲述一元微积分、线性代数与线性规划的基本理论、方法以及它们在经济管理中的一些重要应用。全书共分十章,包括函数、极限、连续、导数与微分、不定积分与定积分、矩阵与行列式、线性方程组和线性规划等方面的内容。

为扩大适用范围,书中还配置了少量带“*”号的内容,它增加了相关知识的深度与广度。因此,本书亦可供一般财经院校的学生和广大经济管理干部选用。

经济管理数学基础

主编 邱敦元

副主编 易德美 金世刚

责任编辑 曾令维

*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

重庆通信学院印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:12.5 字数:334千

1998年7月第1版 1998年7月第1次印刷

印数:1—4000

ISBN 7-5624-1762-8/F·179 定价:20.00元

前 言

随着社会主义市场经济的快速发展和改革开放的不断深入,实现经济管理现代化与提高经济效益的要求日益迫切,这就使得卓有成效地运用数学方法于经济管理与研究中受到人们的高度重视。为此,高等财经管理专业人才的培养对经济管理数学的基础教学提出了更高的要求。它一方面要为学生学习后继课程提供必不可少的数学基础知识与工具,另一方面还要培养学生为适应日后工作需要应具备的运算能力、逻辑推理能力乃至分析和解决实际问题的能力。因而,各类财经管理专业都把经济管理数学列为一门重要的基础课,也陆续出版了相应的教材。但是,目前这类教材大多是为满足本科和全日制高校学生需要编写的,内容求全偏深,用其作为专科或成人高校教材显然不太合适。为了改变这一状况,我们根据国家教委颁发的经济管理类大专数学教学大纲的要求,结合成人高校培养目标的特点,遵循加强理论应用和基本运算,尽量减少数学推理论证,但又不失数学本身系统性的原则,以及编者多年从事该课程教学的经验编写成《经济管理数学基础》一书。

考虑到专科该课程教学时数(120~130学时)的限制,本书在选材上本着“必需、够用”为度的原则,突出基本概念与方法,重视基本运算和实际应用能力的培养,力求精简、实用。

作为财经管理类专业使用的教材,在保证数学概念准确的基础上,在引例、解释和应用诸方面力求多联系与经济管理有关的问题;同时为方便处理经济管理中常见的离散型问题,特意用少量篇幅增加了一点这方面必要的数学知识(如差分方程)。

针对成人高等教育的特点,本书注意了与中学数学知识的衔接,力求文字叙述通俗易懂,内容编排循序渐进、由浅入深、前后呼应。

为了便于自学,每章之后有一简明扼要的小结,指出该章的重点、难点和学习的基本要求;同时,书中还配置了较多的例题与适量的习题,书末附有习题答案和一个积分表,以供学习时参考。

参加本书编写的有邱敦元、易德美、金世刚等人,其具体分工为:

第五章至第七章、第十章由邱敦元执笔;

第八章和第九章由易德美执笔;

第一章至第四章由金世刚执笔;

全书由邱敦元教授负责统编定稿。

限于编者水平,书中不足乃至错误之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

本书在编写过程中,得到了重庆工业管理学院成人教育学院的热情关心与大力支持,在此,谨致诚挚的谢意。

编 者

1998年3月

目 录

第一章 函数	1
§ 1.1 函数概念	1
§ 1.2 函数的简单性质	7
§ 1.3 基本初等函数	10
§ 1.4 初等函数	15
§ 1.5 经济管理中常用的函数	17
习题一	22
第二章 极限与连续	24
§ 2.1 极限概念	24
§ 2.2 无穷大与无穷小	31
§ 2.3 极限的四则运算	34
§ 2.4 两个重要极限	38
§ 2.5 函数的连续性	41
习题二	49
第三章 导数与微分	52
§ 3.1 导数的概念	52
§ 3.2 导数的基本公式与运算法则	61
§ 3.3 导数概念的经济意义	69
§ 3.4 高阶导数	73
§ 3.5 函数的微分	74
习题三	80
第四章 导数的应用	83
§ 4.1 微分中值定理	83
§ 4.2 洛比塔法则	87
§ 4.3 函数的增减性	91
§ 4.4 函数的极值	93
§ 4.5 函数的最大值与最小值及其应用	96
习题四	101
第五章 不定积分	103

§ 5.1	不定积分的概念及性质	103
§ 5.2	换元积分法	109
§ 5.3	分部积分法	117
§ 5.4	积分表的使用	122
§ 5.5	不定积分在经济管理问题中的应用	124
习题五		128
第六章	定积分	131
§ 6.1	定积分的概念	131
§ 6.2	定积分的基本性质	138
§ 6.3	微积分学基本定理	142
§ 6.4	定积分的计算	147
§ 6.5	广义积分	153
§ 6.6	定积分在几何与经济问题中的应用	157
习题六		172
第七章	微分方程与差分方程简介	176
§ 7.1	微分方程的基本概念	176
§ 7.2	一阶微分方程	179
§ 7.3	差分方程的基本概念	190
§ 7.4	一阶常系数线性差分方程	192
习题七		197
第八章	矩阵	200
§ 8.1	矩阵的概念	200
§ 8.2	矩阵的运算	204
§ 8.3	几种特殊矩阵	216
§ 8.4	矩阵的行列式	224
§ 8.5	逆矩阵	246
§ 8.6	矩阵的初等变换与矩阵的秩	251
§ 8.7	分块矩阵	266
习题八		273
第九章	n 维向量及线性方程组	279
§ 9.1	n 维向量的概念	279
§ 9.2	向量间的线性关系	283
§ 9.3	线性方程组的消元解法	293
§ 9.4	线性方程组解的判定	303
§ 9.5	线性方程组解的结构	308

习题九	316
第十章 线性规划初步	320
§ 10.1 线性规划问题的一般形式	320
§ 10.2 线性规划问题的标准形式	323
§ 10.3 两个变量的线性规划问题的图解法	326
§ 10.4 单纯形法	330
§ 10.5 线性规划问题应用举例	343
习题十	352
附录	356
附录 I 习题答案	356
附录 II 积分表	377

第一章 函 数

在日常生活和自然科学中,常会遇到各种不同的量,有的量是不变的,称为常量,有的量是变化的,称为变量,很多情况下,一些变量之间是互相联系着的,于是便形成了函数的概念。函数是微积分学中最重要基本概念之一,也是微积分研究的主要对象。本章在复习中学函数概念的基础上,对函数的有关问题进行较系统的讨论,为以后章节的学习做准备。

§ 1.1 函 数 概 念

一、实数与数轴

数是计算个数以及测量的结果。数可以是整数、分数以及无理数。

实数包括有理数和无理数。

有理数包含正、负整数、分数、零。无理数为非有理数,即不可约数(或无限不循环小数)。

设有一直线,指定它的正向,在直线上任取一点 O ,称为原点,取定一单位长度。我们规定,这直线上任意点 P 和这样的数 x 对应,这数 x 等于直线上以 O 为起点以 P 为终点的线段 $\overline{OP}$ 的值 OP :

$$OP = x$$

这数 x 称为直线上点 P 的坐标。依照这种规定,已知直线上任意一点 P ,必有一确定的数 x 作为它的坐标。反之,已知一数 x ,可在直线上决定一点 P ,这点 P 的坐标是等于 x 的。

所谓数轴,就是这样的直线,这直线上的点和数之间是已建立起一一对应关系的(如图 1-1)。

二、区间

区间是指介于某两个实数之间的全体实数的集合,而那两个实数叫做区间的端点。

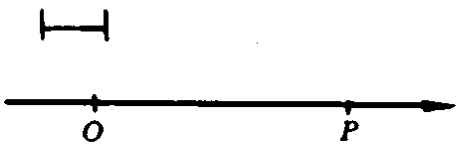


图 1-1

设 a 与 b 为两个实数,且 $a < b$ 。满足不等式

$$a < x < b$$

的一切实数 x 的集合叫做开区间,用记号 (a, b) 表示。

满足不等式

$$a \leq x \leq b$$

的一切实数 x 的集合叫做闭区间,用记号 $[a, b]$ 表示。

满足不等式

$$a < x \leq b \text{ 或 } a \leq x < b$$

的一切实数 x 的集合叫做半开区间,用记号 $(a, b]$ 或 $[a, b)$ 表示。

在数轴上来说,区间是介于某两个点之间的一线段上点的全体。这两点就是区间的端点,区间的长度为两点间的距离,也就是线段的长度。

除了上述有限区间外,还有下面的无限区间。我们规定:

$(-\infty, +\infty)$ 表示全体实数;

$(a, +\infty)$ 表示大于 a 的实数全体;

$(-\infty, a)$ 表示小于 a 的实数全体。

同样可以规定 $[a, +\infty)$ 、 $(-\infty, a]$ 等符号的意义。符号“ ∞ ”, “ $+\infty$ ”不能作为数看待。

三、绝对值和邻域

设 a 为一实数,所谓 a 的绝对值是指:如果 a 是正数,那么 a 的绝对值就是它本身 a ;如果 a 是负数,那么 a 的绝对值就是与它

相反的正数 $-a$;零的绝对值还是零。用记号 $|a|$ 表示 a 的绝对值,则有

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a \geq 0 \\ -a, & \text{当 } a < 0 \end{cases}$$

$|a|$ 在数轴上表示点 a 与原点 O 之间的距离。由绝对值的定义,可知下面的关系式成立:

$$-|a| \leq a \leq |a|$$

关系式 $|a| \leq k (k \geq 0)$ 与 $-k \leq a \leq k$ 是等价的,同样,关系式 $|a| < k (k > 0)$ 与 $-k < a < k$ 是等价的。上述关系由 $|a|$ 的几何意义来看是一清二楚的。

关于绝对值的运算,具有下面四个性质:

1. 和的绝对值不大于各项绝对值的和,即

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

2. 差的绝对值不小于各项绝对值的差,即

$$|a - b| \geq |a| - |b|$$

3. 乘积的绝对值等于各项绝对值的乘积,即

$$|a \cdot b| = |a| |b|$$

4. 商的绝对值等于绝对值的商,即

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$

上述性质的证明简单,请读者完成。

设 a 与 δ 是两个实数,且 $\delta > 0$,满足不等式

$$|x - a| < \delta$$

的一切实数 x 的集合称为点 a

的 δ 邻域,点 a 称为这邻域的中心, δ 称为这邻域的半径。

$|x - a| < \delta$ 与不等式 $-\delta < x$

$-a < \delta$ 等价,因此有

$$a - \delta < x < a + \delta$$

即邻域可写成开区间 $(a - \delta, a + \delta)$,所以点 a 的 δ 邻域也就是以点

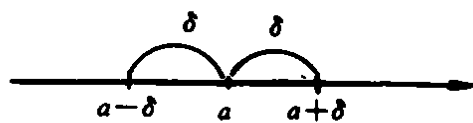


图 1-2

a 为中心而长度为 2δ 的开区间(图 1-2)。

四、函数的概念

在观察自然现象或实际问题时,常常有几个变量在变化,它们并不是孤立的,而是相互依赖地按照某一法则在变化。先观察几个例子。

例 1 在自由落体运动中,设物体下落的时间为 t ,下落的距离为 s ,如果取开始下落的时刻 $t=0$,则 s 与 t 之间的依赖关系由公式

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

表示,其中 g 为重力加速度。若物体到达地面的时刻 $t=T$,则当时间 t 在 $[0,T]$ 上任取一个数值时,就可由上式确定出 s 的对应值。

例 2 图 1-3 是某证券交易所电视屏幕上显示某一天内从 9:30 至 11:30 这段时间任何时刻的上证指数的变化曲线,则该曲线上某一点的横坐标 t_0 与纵坐标 y_0 ,就分别代表了某一时刻 t_0 及它所对应的上证指数 y_0 。

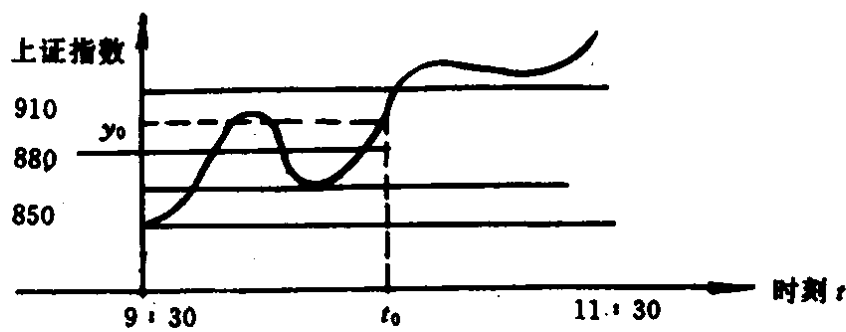


图 1-3

例 3 某高校成教院 96 级会计电算化班有 60 名学生,他们的入学成绩如表 1-1 所示。

这里 x 和 y 是两个相互依赖的变量,表 1-1 显示了变量 y 与 x 之间的依赖关系。

上面三个例子的实际意义虽然不相同,但却有共同之处。每个例子中都有两个变量,当其中一个变量在一定的范围内取定一数

值后,遵照一个确定的法则,另一个变量有唯一确定的数值与它对应。两个变量之间的这种对应关系,在数学上就形成了函数概念。

表 1-1

学号(x)	9601	9602	9603	9604	9605		9659	9660
姓 名	王红	张立	邹明	李思	王波		邱兵	向齐
入学总分(y)	470	430	490	445	438		476	462

定义 1.1 设有两个变量 x 和 y , D 为一非空实数集合。如果变量 x 在 D 内任取一个确定数值时,变量 y 遵照一定的法则 f 有唯一确定的数值与它对应,那么称变量 y 是通过对应法则 f 定义在 D 上的一个函数。 x 称为自变量, y 称为因变量, D 称为函数的定义域。

x 所对应的 y 称为 x 的函数值,记为

$$y = f(x)$$

函数值全体称为函数的值域,记为 W 。

常常是通过函数值来研究函数,所以也简称 $y=f(x)$ 是 x 的函数。

如果 $x_0 \in D$,称函数在 x_0 有定义。函数 $y=f(x)$ 在 x_0 的函数值记为

$$y_0 = f(x_0) \quad \text{或} \quad y \Big|_{x=x_0} = f(x_0)$$

例如 $y = \frac{1}{2}gx^2$, 当 $x=2$ 时, $y \Big|_{x=2} = \frac{1}{2}g \times 2^2 = 2g$

例 4 求函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ 的定义域。

解 要使表达式

$$\frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$$

有意义,必须 $x-1 \neq 0$ 即 $x \neq 1$

同时又必须满足 $x+2 \geq 0$

即 $x \geq -2$, 使上两式成立的 x 为:

$$x \geq -2 \text{ 且 } x \neq 1$$

于是, 所求函数的定义域为

$$D: [-2, 1) \cup (1, +\infty)$$

在平面直角坐标系中, 取 x 为横坐标, y 为纵坐标, 则平面上点

$$\{(x, y) | y = f(x), x \in D\}$$

的全体, 称为函数 $y = f(x)$

的图形(如图 1-4), 通常是一

条或几条曲线。

函数常用解析法(如例 1)、图像法(如例 2)、表格法(如例 3)来表示。

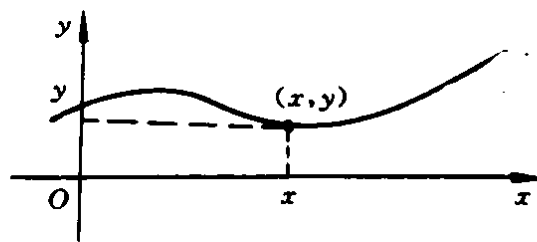


图 1-4

在用解析式表达函数

时, 有时会遇到在定义域的不同区间内用不同的公式来表示的情形。如下面的例子:

例 5 某公共汽车运行路线全长 10 千米, 票价规定如下, 乘坐 3 千米以下者收费 0.5 元, 乘坐 3~7 千米收费 1 元, 7 千米以上收费 1.5 元, 试建立票价与路程的函数关系。

解 设 x 为乘客行车路程, y 为乘车票价, 那么有

$$y = \begin{cases} 0.5 & 0 < x < 3 \\ 1 & 3 \leq x \leq 7 \\ 1.5 & 7 < x \leq 10 \end{cases}$$

此例说明了可用几个公式

合起来表示一个函数, 通常

将此类函数称为分段函数。

又如符号函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

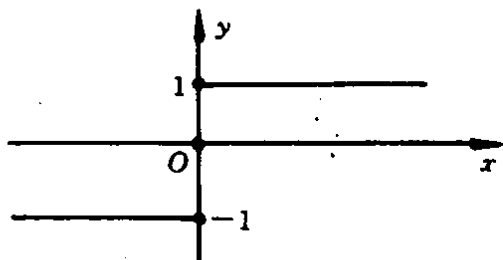


图 1-5

也是分段函数,它的定义域为 $(-\infty, +\infty)$,值域为 $W = \{-1, 0, 1\}$,它的图形如图 1-5 所示。

§ 1.2 函数的简单性质

一、函数的单值性与多值性

若自变量 x 在定义域 D 内每取得一确定值时,函数只有一个确定值与之对应,这种函数就叫做单值函数,否则就是多值函数。

例如: $y = x^2$, $y = \sin x$, $y = e^x$ 是单值函数,而 $y = \pm \sqrt{x}$ 是双值函数。

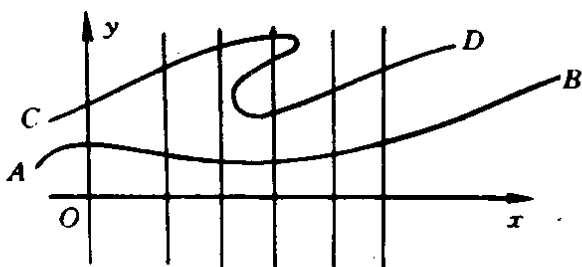


图 1-6

函数的单值性在几何上的表现是:平行于 y 轴的任何直线与该函数的曲线 AB 的交点不多于一个,但多值函数的图形 CD 却与有些平行于 y 轴的直线相交于几点(见图 1-6)。

多值函数可以折成几个单值函数。例如方程 $y^2 = x$ 在 $(0, +\infty)$ 内确定一个双值函数,而 $y = \sqrt{x}$ 和 $y = -\sqrt{x}$ 是它的两个单值分支。

二、函数的奇偶性

设函数 $y = f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称。如果对于任何 $x \in D$, 都有

$$f(-x) = f(x) \quad (\text{或 } f(-x) = -f(x))$$

则称 $f(x)$ 为偶函数(或奇函数)。

偶函数的图形关于 y 轴对称[图 1-7(a)]。奇函数的图形关于原点对称[图 1-7(b)]。

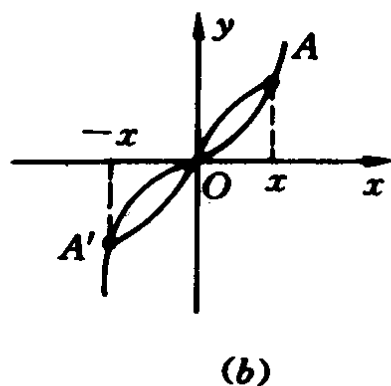
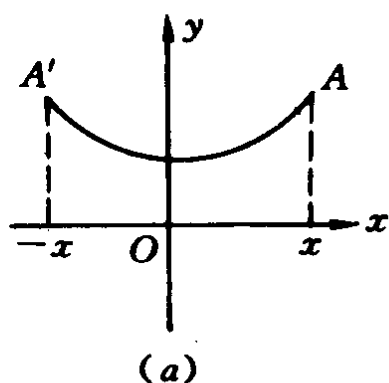


图 1-7

例如, $y=x^2$ 与 $y=\cos x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是偶函数, $y=x^3$ 与 $y=\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是奇函数。而 $y=x+\cos x$ 则是非奇非偶函数。

例 1 判别下列函数的奇偶性:

$$(1) f(x) = \frac{1}{2}(a^{-x} - a^x) \quad (a > 0 \quad a \neq 1)$$

$$(2) \varphi(x) = \sin(x^2 + 1)$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) f(-x) &= \frac{1}{2}(a^{-(-x)} - a^{-x}) \\ &= \frac{1}{2}(a^x - a^{-x}) = -\frac{1}{2}(a^{-x} - a^x) = -f(x) \end{aligned}$$

故 $f(x) = \frac{1}{2}(a^{-x} - a^x)$ 是奇函数。

$$(2) \varphi(-x) = \sin[(-x)^2 + 1] = \sin(x^2 + 1) = \varphi(x)$$

故 $\varphi(x) = \sin(x^2 + 1)$ 是偶函数。

三、函数的单调性

设函数 $y=f(x)$ 在区间 D 上有定义, 如果对于区间 D 内任意两点 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 有

$$f(x_1) < f(x_2) \quad (\text{或 } f(x_1) > f(x_2))$$

就称函数 $f(x)$ 在区间 D 上单调增加, 如图 1-8(a) 所示 (或单调减少, 如图 1-8(b) 所示)。单调增加和单调减少的函数统称为单调函数。

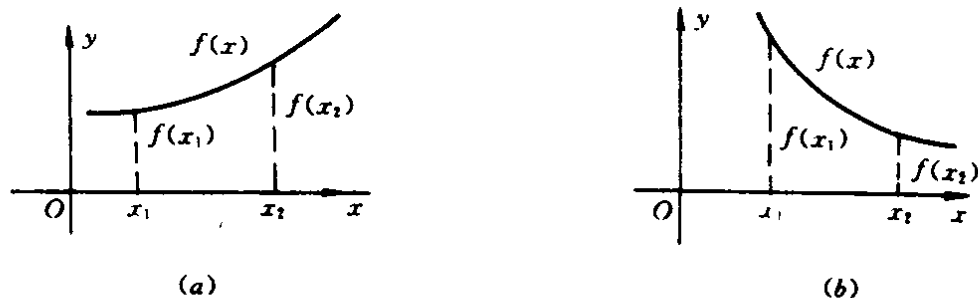


图 1-8

例如 $y = x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是单调增加的。 $y = x^2$ 在 $[0, +\infty)$ 内单调增加, 在 $(-\infty, 0)$ 内单调减少。

如果一个函数 $y = f(x)$ 对于区间 D 内任意两点 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 有

$$f(x_1) \leq f(x_2) \quad (\text{或 } f(x_1) \geq f(x_2))$$

那么, 则称 $y = f(x)$ 在 D 上是不减(或不增)的函数。

四、函数的周期性

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 如果存在一常数 $l \neq 0$, 使得对任何 $x \in D$, 有 $(x \pm l) \in D$ 且

$$f(x \pm l) = f(x)$$

则称 $f(x)$ 为周期函数, l 为 $f(x)$ 的周期。

周期函数的周期是指它的最小正周期。周期为 l 的函数, 在其定义域内长度为 l 的区间上, 函数图形有相同的形状(图 1-9), 例如函数 $\sin x, \cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数。

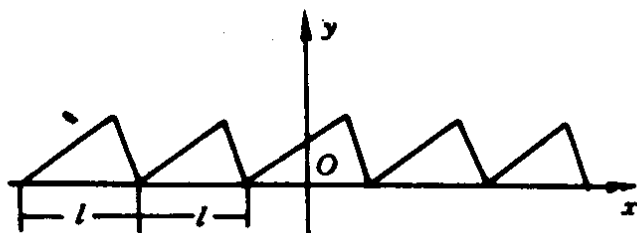


图 1-9

五、函数的有界性

设函数 $y=f(x)$ 在区间 D 上定义, 如果存在一个正数 M , 使得对任意 $x \in D$, 都有

$$|f(x)| \leq M$$

则称 $y=f(x)$ 在 D 上有界。

例如, 函数 $f(x)=\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有界, 因为 $|\sin x| \leq 1$ 对任何 $x \in (-\infty, +\infty)$ 都成立, 而 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在 $(0, 1)$ 内是无界的。

§ 1.3 基本初等函数

一、反函数

在研究两个变量的函数关系时, 可以根据问题的需要选定其中一个为自变量, 则另一个就是因变量或函数。例如, 某种商品的价格是 p , 当销售量为 q 时的销售收入为 R , 则有

$$R = pq$$

这时, 称销售收入 R 是销售量 q 的函数(假定价格 p 不变化), q 是自变量。反过来, 也可写成销售量随销售收入而定, q 是 R 的函数。

我们把 $q=\frac{R}{p}$ 叫做 $R=pq$ 的反函数。

定义 1.2 设已给 y 是 x 的函数

$$y = f(x) \tag{1.1}$$

若将 y 当作自变量, x 当作函数, 则由关系(1.1)所确定的函数

$$x = \varphi(y) \tag{1.2}$$

叫做函数 $f(x)$ 的反函数, 而 $f(x)$ 叫做直接函数。

因习惯上往往用字母 x 表示自变量而字母 y 表示函数, 于是(1.2)可改写成