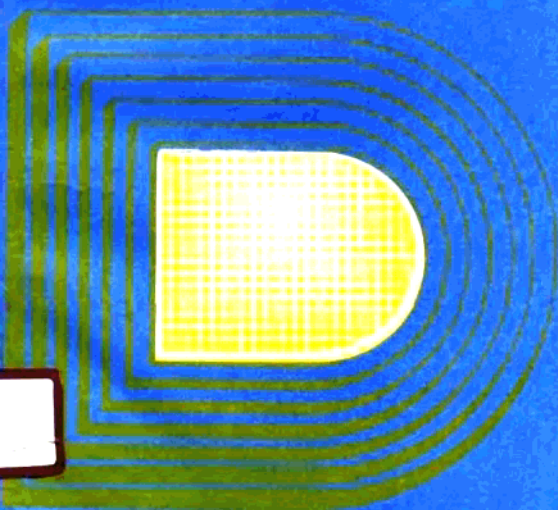


高等学校通用教材

# 电路理论 (现代部分)

周欣荣 主编



机械工业出版社



## 出版说明

本套教材是根据国家教委于1987年批准试行的《电路课程教学基本要求》，认真总结了教学改革的经验，并参考了国内外相近教材编写的。

这套教材包括：《电路理论（基础部分）》、《电路理论（现代部分）》、《电路理论例题习题集》、《电路理论学习指导》、《电路理论实验指导》、《电路的计算机辅助分析程序》和《电类专业英语阅读》共七册。全套教材是互相联系的有机的统一体。

本套教材体现了电路课程既是电工学科的入门课，又是各电类专业的技术基础课的性质；适应了实验、计算机使用和外语学习不断线的需要；贯彻了理论联系实际的原则；着眼于培养学生的自学能力，以及分析计算能力、实验操作能力、使用计算机能力和运用外语的能力。

本套教材在培养学生基本理论、基本知识、基本技能方面，注意到体现科学性、启发性、先进性和教学的适用性。力图通过理论学习、实验、习题、外文的阅读、计算机辅助分析等教学环节，使他们初步掌握研究和学习电工理论的方法和手段，增强学生的能力和开拓创新的精神。

参加本套教材编审工作的单位有：哈尔滨电工学院、沈阳工业大学、吉林工业大学、哈尔滨科学技术大学、东北林业大学、无锡轻工业学院、大庆石油学院、太原重型机械学院和上海机械学院。哈尔滨电工学院为主编单位。

最后谨向帮助与支持编写、出版本套教材的有关单位和同志，致以诚挚的谢意。

九所高等院校《电路理论》教材编审委员会

1988年7月

## 前 言

本书的内容及其次序的安排,基本符合经国家教委批准试行的《电路课程教学基本要求》,侧重于电路理论的“现代”内容。讲授二端口网络、多端元件和网络方程等的基本理论、基本概念和基本分析方法。书中以线性电路分析为主,将非线性电路分析的内容分散到各有关章节中予以介绍,使线性、非线性电路的分析融为一体。有的学校把均匀传输线一章放到电磁场课程中讲授,因这部分属于传统内容的范畴,故本书以\*号标出,供有关专业选用。时变网络分析、开关电容网络分析和网络综合基础三章的内容,属于课程基本要求以外稍有加深加宽,也是目前国内相同教材内容更新的一次尝试,它适应知识面宽一些的要求。本书力求削枝强干,简明扼要,篇幅适当,以突出其基本内容。

本书由哈尔滨电工学院周欣荣同志担任主编,参加编写工作的有:张秀屏、冯庆宽、杨育青和怀新江。由哈尔滨电工学院鲍绍宣同志担任主审。该书于1988年8月成稿,提交在哈尔滨电工学院召开的九所高等院校《电路理论》教材编审委员会扩大会议上讨论通过。

在编辑过程中,张则惠同志审阅全书时提出了许多宝贵意见,付出了辛勤的劳动。

除编者外,还渗透了各兄弟院校电工基础教研室同志们的许多劳动。在此向曾经支持、指导本书编写和出版工作的同志们谨表谢忱。

限于编者水平,缺点和错误之处在所难免,恳请读者批评指正。

编者

1988年10月

# 目 录

第一章 二端口网络和多端元件 .....	1
§ 1-1 二端口网络及端口的概念 .....	1
§ 1-2 二端口网络的方程及其参数矩阵 .....	2
§ 1-3 二端口网络的等效电路 .....	16
§ 1-4 二端口网络的相互联接 .....	18
§ 1-5 具有端接的二端口网络 .....	23
§ 1-6 含独立源二端口网络简介 .....	25
§ 1-7 多端口网络的参数方程及不定导纳矩阵 .....	30
§ 1-8 运算放大器 .....	42
§ 1-9 回转器和负阻抗变换器 .....	49
第二章 网络方程 .....	54
§ 2-1 网络的图 .....	54
§ 2-2 关联矩阵、回路矩阵、割集矩阵 .....	60
§ 2-3 节点电压分析法 .....	70
§ 2-4 改进的节点电压分析法 .....	82
§ 2-5 稀疏表格法 .....	87
§ 2-6 变异网络及解的唯一性条件 .....	95
§ 2-7 非线性方程的近似解 .....	99
§ 2-8 状态变量和状态方程 .....	107
§ 2-9 特勒根定理 .....	117
§ 2-10 稳定性分析 .....	121
第三章 均匀传输线* .....	133
§ 3-1 均匀传输线的微分方程 .....	133
§ 3-2 均匀线方程的正弦稳态解 .....	136
§ 3-3 行波及均匀线的传播特性 .....	140
§ 3-4 波的反射与无反射线 .....	145
§ 3-5 无损耗线 驻波 .....	151

§ 3-6	无损耗均匀线方程的通解	159
§ 3-7	无损耗线始端输入阶跃电压激励时的波过程	165
§ 3-8	波的反射与折射	169
第四章	时变电路分析	182
§ 4-1	时变元件和时变电路的基本性质	182
§ 4-2	时变电路的状态变量分析法	190
§ 4-3	时变元件中的能量	193
第五章	开关电容网络分析	204
§ 5-1	开关电容网络概述	204
§ 5-2	开关电容网络的Z域模型	211
§ 5-3	开关电容网络分析	215
§ 5-4	开关电容滤波器和其他类型滤波器的比较	223
第六章	网络综合基础	228
§ 6-1	引言	228
§ 6-2	巴特沃思低通滤波器设计	229
§ 6-3	灵敏度分析	247
参考文献		259

# 第一章 二端口网络和多端元件

## 内 容 提 要

本章着重讨论二端口网络（也称双口网络）的外特性方程和  $Y$ 、 $Z$ 、 $A$ 、 $H$  参数矩阵，并介绍二端口网络相互间的联接及其等效电路。其次简单介绍含独立电源的二端口网络和多端口网络方程的编写以及不定导纳矩阵的概念。最后介绍运算放大器和回转器。

### § 1-1 二端口网络及端口的概念

从线性二端网络的等效理论可知，一个任意复杂的线性二端网络可以用一个阻抗或一条含源支路等效，如图 1-1 所示。其参数  $Z_{os}$  或  $U_{oc}$ 、 $Z_{is}$  反映了网络内部的对外性能，而与外部联接状况无关。

生产实际中常常会遇到一些多端元件和多端网络，像半导体三极管、变压器、 $LC$  低通滤波器等（见图 1-2 示例）。如果不考虑它们的内部状况，

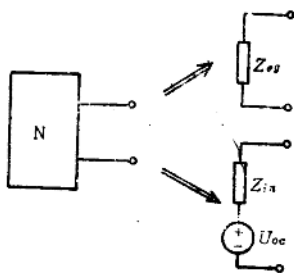


图1-1 线性二端网络等效电路

仅对其输入（激励）和输出（响应）感兴趣，就可将其内部用一个方框括起来，只研究其对外性能。

如果一个网络具有两个以上的外接端钮时，则称为多端网

⊖ 本章无特殊说明，均采用运算电路，为简洁起见，一般将电压、电流的相函数  $U(\cdot)$ 、 $I(\cdot)$  和运算阻抗  $Z(\cdot)$  等，用大写字母  $U$ 、 $I$  和  $Z$  等表示。

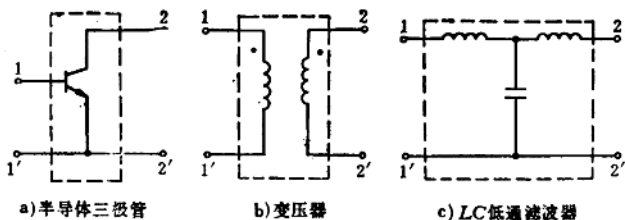


图1-2 多端网络示例

络。在图 1-3 所示的任意四端网络中，若 1 与 2、3 与 4 两对端钮之间，对任意时刻  $t$ ，从端钮 1 流入网络的电流  $i_1(t)$  恒等于从另一端钮 2 流出的电流  $i_2(t)$ ，从端钮 3 流入网络的电流  $i_3(t)$  恒等于从另一端钮 4 流出的电流  $i_4(t)$  时，用关系式表示为

$$\left. \begin{aligned} i_1(t) &= i_2(t) \\ i_3(t) &= i_4(t) \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

则称 1 与 2、3 与 4 两对端钮分别构成两个端口，关系式 (1-1) 称为端口电流的约束条件。一般来讲，四端网络与外部电路是任意联接的，两对端钮之间并不一定满足端口电流的约束条件。但按照基尔霍夫第一定律，总有关系式

$$-i_1(t) + i_2(t) - i_3(t) + i_4(t) = 0 \quad (1-2)$$

四端网络只有当其两对端钮间分别构成两个端口时，才被称作二端口网络，若不满足式 (1-1) 的要求，只能称作四端网络。而二端口网络总可称为一端口网络（也称单口网络）。若一个  $2n$  端网络的端钮间两两成对地构成  $n$  个端口，则可称其为  $n$  端口网络。本章着重研究的是二端口网络。

## § 1-2 二端口网络的方程及其参数矩阵

为了方便起见，我们首先研究由线性定常的电阻、电容、电感

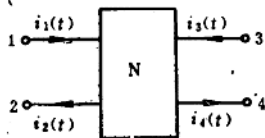


图1-3 四端网络



(含互感)元件和受控源所构成的二端口网络 $N$ 。其中不含独立电源,且所有储能元件的初始能量均为零(即为松弛网络 $\ominus$ )。

图1-4所示二端口网络的端口处共有 $U_1(s)$ 、 $U_2(s)$ 、 $I_1(s)$ 和 $I_2(s)$ 四个变量。二端口网络的外特性就是由这四个变量之间的约束方程来描述的。如果已有两个变量由外接电路所确定并以此作为自变量的话,另外两个因变量就可根据二端口网络的方程推算出来。显然,共有 $C_2^4 = 6$ 种不同的组合。这六种组合将对应六种方程和参数。下面分别予以讨论。

### 1.2.1 二端口网络的 $Y$ 参数方程

如果选取无独立电源的线性二端口网络 $N$ 的端口电压 $U_1(s)$ 和 $U_2(s)$ 为自变量,这就相当于二端口网络受到两个独立电

压源激励的情形。在图1-5所示参考方向的前提下 $\ominus$ ,根据叠加定理,可得如下方程式

$$I_1(s) = Y_{11}(s)U_1(s) + Y_{12}(s)U_2(s) \quad (1-3)$$

$$I_2(s) = Y_{21}(s)U_1(s) + Y_{22}(s)U_2(s) \quad (1-4)$$

写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

式中系数矩阵用 $Y$ 表示,即

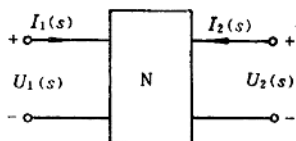


图1-4 线性松弛二端口网络

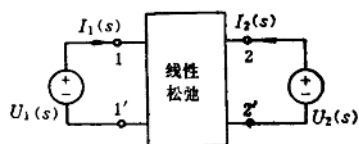


图1-5 受两个电压源激励的二端口网络

$\ominus$  不含独立源且初始状态为零的网络称为松弛网络。

$\omin�$  参见§1-7。

$\omin�$  如无特殊声明,本章所述二端口网络端口处的电压,其参考极性均假定上正下负。电流的参考方向,均假定从该端口电压的正极性端流入二端口网络。

$$\mathbf{Y} \triangleq \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

称为二端口网络的  $Y$  参数矩阵，而其元素  $Y_{11}$ 、 $Y_{12}$ 、 $Y_{21}$ 、 $Y_{22}$  称为二端口网络的  $Y$  参数，它们只与网络内部结构及元件参数有关。这些参数可根据下述方法计算或测试得到。

若把端口 2-2' 短路 ( $U_2(s) = 0$ )，在端口 1-1' 上外施电压  $U_1(s)$ ，便得

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1(s)}{U_1(s)} \right|_{U_2(s)=0} \quad (1-7)$$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2(s)}{U_1(s)} \right|_{U_2(s)=0} \quad (1-8)$$

可见， $Y_{11}$  为端口 2 短路时，端口 1 的入端运算导纳（因仅端口 1 有激励，故也称为策动点运算导纳）， $Y_{21}$  是端口 2 短路时，端口 2 对端口 1 的转移运算导纳。同理，若把端口 1-1' 短路 ( $U_1(s) = 0$ )，在端口 2-2' 上外施电压  $U_2(s)$ ，便得

$$Y_{12} = \left. \frac{I_1(s)}{U_2(s)} \right|_{U_1(s)=0} \quad (1-9)$$

$$Y_{22} = \left. \frac{I_2(s)}{U_2(s)} \right|_{U_1(s)=0} \quad (1-10)$$

可见， $Y_{12}$  是端口 1 对端口 2 的转移运算导纳， $Y_{22}$  为端口 2 的入端运算导纳（或称为端口 2 的策动点运算导纳）。

由于  $Y$  参数都是在一个端口短路时的入端运算导纳或转移运算导纳，故又称为短路导纳参数，相应地  $\mathbf{Y}$  称为短路导纳矩阵，式 (1-5) 称为二端口网络的  $Y$  参数方程。

**例题 1-1** 试求图 1-6 所示二端口网络的短路导纳矩阵。

**〔解〕** 根据式 (1-7) 至式 (1-10) 可得

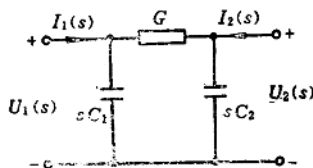


图 1-6 例题 1-1 图

$$\begin{aligned}
 Y_{11} &= \left. \frac{I_1(s)}{U_1(s)} \right|_{U_2(s)=0} = G + SC_1 \\
 Y_{21} &= \left. \frac{I_2(s)}{U_1(s)} \right|_{U_2(s)=0} = \frac{-GU_1(s)}{U_1(s)} = -G \\
 Y_{12} &= \left. \frac{I_1(s)}{U_2(s)} \right|_{U_1(s)=0} = \frac{-GU_2(s)}{U_2(s)} = -G \\
 Y_{22} &= \left. \frac{I_2(s)}{U_2(s)} \right|_{U_1(s)=0} = G + SC_2
 \end{aligned}$$

所以

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} G + SC_1 & -G \\ -G & G + SC_2 \end{bmatrix}$$

由此可见

$$Y_{12} = Y_{21} \quad (1-11)$$

根据互易定理, 不难证明, 对于任意无源二端口网络来说, 式(1-11)总是成立的。这是网络内部不含受控源的必然结果, 故式(1-11)可作为二端口网络是否互

易(可逆)的判据。如果二端口网络的电气特性是对称的(以下简称为对称二端口网络), 一定还有关系式

$$Y_{11} = Y_{22} \quad (1-12)$$

例題1-2 求图1-7所示二端口网络的Y参数。

〔解〕把端口2-2'短路, 在端口1-1'外施电压 $\dot{U}_1$ , 则得

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1(Y_a + Y_b)$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{U}_1 Y_b - g_m \dot{U}_1$$

于是, 可求出

$$Y_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} = Y_a + Y_b$$

$$Y_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} = -Y_b - g_m$$

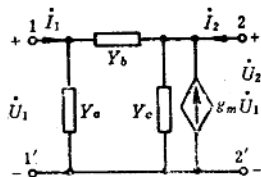


图1-7 例題1-2图

同理，把端口 1-1' 短路，即令  $\dot{U}_1 = 0$ ，这时电压控制电流源的电流也等于零，故求得

$$Y_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1 = 0} = -Y_4$$

$$Y_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1 = 0} = Y_3 + Y_4$$

可见，在这种情况下，

$$Y_{12} \neq Y_{21}$$

### 1.2.2 二端口网络的 Z 参数方程

如果取端口电流

$I_1(s)$  和  $I_2(s)$  为自变量，这相当于二端口网络受到

两个独立电流源  $I_1(s)$  和  $I_2(s)$  共同激励的情形。对图 1-8 所示电路，根据叠加定理可得网络方程为

$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (1-13)$$

$$U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (1-14)$$

其矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (1-15)$$

其中系数矩阵用  $Z$  表示，即

$$Z \triangleq \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \quad (1-16)$$

称为二端口网络的  $Z$  参数矩阵，其中元素  $Z_{11}$ 、 $Z_{12}$ 、 $Z_{21}$ 、 $Z_{22}$  称为二端口网络的  $Z$  参数，这些参数可根据式 (1-13) 及式 (1-14) 计算或测试出来。

当把端口 2-2' 开路 ( $I_2 = 0$ )，在端口 1-1' 上外施电流  $I_1$  时，可得

$$Z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2 = 0} \quad (1-17)$$

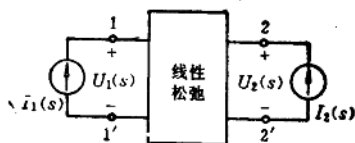


图 1-8 受两个电流源激励的二端口网络

$$Z_{21} = \frac{U_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} \quad (1-18)$$

同理，当把端口 1-1' 开路 ( $I_1 = 0$ )，在端口 2-2' 上外施电流  $I_2$  时，则有

$$Z_{12} = \frac{U_1}{I_2} \Big|_{I_1=0} \quad (1-19)$$

$$Z_{22} = \frac{U_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} \quad (1-20)$$

$Z_{11}$  是端口 2 开路时，端口 1 的入端阻抗  $\ominus$  (或策动点阻抗)； $Z_{21}$  是端口 2 开路时，端口 2 对端口 1 的转移阻抗； $Z_{12}$  是端口 1 开路时，端口 1 对端口 2 的转移阻抗； $Z_{22}$  是端口 1 开路时，端口 2 的入端阻抗。因为它们分别是一个端口开路时的入端阻抗或转移阻抗，故又称它们为双口网络的开路阻抗参数。 $Z$  称为开路阻抗矩阵，式 (1-15) 称为  $Z$  参数方程。

对于互易 (可逆) 二端口网络，必有

$$Z_{12} = Z_{21} \quad (1-21)$$

如果二端口网络是对称的，还有

$$Z_{11} = Z_{22} \quad (1-22)$$

显然，如果已知一个二端口网络的  $Y$  参数，只要  $Y$  的逆阵存在，就可以由式 (1-5) 求得式 (1-15)，反之，如果  $Z$  的逆阵存

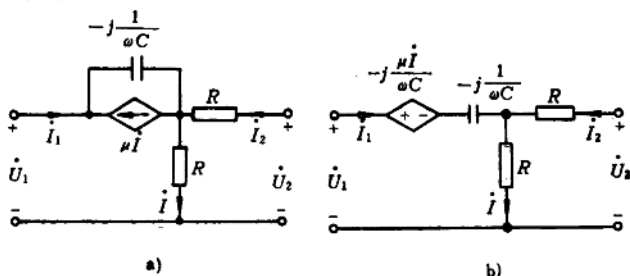


图1-9 例题1-3图

$\ominus$  采用运算法时系指入端运算阻抗，采用相量法时系指入端复阻抗，其它参数亦如此。

在，也可由式 (1-15)，推出式 (1-5) 来 (见后面表1-1)。即两者有如下关系式

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-1}, \quad \mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1} \quad (1-23)$$

**例题1-3** 求图 1-9 a 所示电路的  $\mathbf{Z}$  参数矩阵。

〔解〕 为了求解方便，先将图 a 等效变换成图 b。本题可用两种方法求解。

(一) 求  $\mathbf{Z}$  参数方程系数矩阵法

对图 b 列写回路方程，可得

$$\left. \begin{aligned} \left( R - j \frac{1}{\omega C} \right) \dot{I}_1 + R \dot{I}_2 &= \dot{U}_1 + j \frac{\mu \dot{I}}{\omega C} \\ R \dot{I}_1 + 2R \dot{I}_2 &= \dot{U}_2 \end{aligned} \right\}$$

把控制量  $i = i_1 + i_2$  代入第一方程并进行整理得

$$\left. \begin{aligned} \left[ R - j \frac{1}{\omega C} (1 + \mu) \right] \dot{I}_1 + \left( R - j \frac{\mu}{\omega C} \right) \dot{I}_2 &= \dot{U}_1 \\ R \dot{I}_1 + 2R \dot{I}_2 &= \dot{U}_2 \end{aligned} \right\}$$

于是

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} R - j \frac{1}{\omega C} (1 + \mu) & R - j \frac{\mu}{\omega C} \\ R & 2R \end{bmatrix}$$

(二) 按定义求解法

根据式 (1-17) 至式 (1-20)，可分别求得各个参数为

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \Big|_{\dot{I}_2=0} = \frac{\left[ R - j \frac{1}{\omega C} (1 + \mu) \right] \dot{I}_1}{\dot{I}_1} \\ &= R - j \frac{1}{\omega C} (1 + \mu) \end{aligned}$$

$$Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \Big|_{\dot{I}_2=0} = \frac{R \dot{I}_1}{\dot{I}_1} = R$$

$$Z_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \Big|_{\dot{I}_1=0} = \frac{\left(R - j \frac{\mu}{\omega C}\right) \dot{I}_2}{\dot{I}_2}$$

$$= R - j \frac{\mu}{\omega C}$$

$$Z_{22} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \Big|_{\dot{I}_1=0} = \frac{(R + R) \dot{I}_2}{\dot{I}_2} = 2R$$

结果与第一种方法完全相同。

### 1.2.3 二端口网络的 $H$ 参数方程

在低频电子线路中，常将输入端口的电流  $\dot{I}_1$  和输出端口的电压  $\dot{U}_2$  作为自变量，输入端口的电压  $\dot{U}_1$  和输出端口的电流  $\dot{I}_2$  作为因变量。这相当于端口 1 受到独立电流源  $\dot{I}_1$  的激励，端口 2 受到独立电压源  $\dot{U}_2$  的激励，电路如图 1-10 所示。



图 1-10 端口 1 受电流源激励，端口 2 受电压源激励的二端口网络

根据叠加定理可以写出如下方程式

$$\dot{U}_1 = H_{11} \dot{I}_1 + H_{12} \dot{U}_2 \quad (1-24)$$

$$\dot{I}_2 = H_{21} \dot{I}_1 + H_{22} \dot{U}_2 \quad (1-25)$$

其矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \quad (1-26)$$

式中

$$\mathbf{H} \triangleq \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \quad (1-27)$$

由式 (1-24) 和式 (1-25) 可知，各元素的具体意义可分别用下列各式来表述，即

$$H_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \Big|_{\dot{U}_2=0} \quad (1-28)$$

$$H_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \Big|_{I_2 = 0} \quad (1-29)$$

$$H_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \Big|_{U_2 = 0} \quad (1-30)$$

$$H_{22} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \Big|_{I_1 = 0} \quad (1-31)$$

可见,  $H_{11}$  和  $H_{21}$  有短路参数性质,  $H_{12}$  和  $H_{22}$  有开路参数性质。

$H_{11}$  是端口 2 短路时端口 1 的短路阻抗, 故有  $H_{11} = \frac{1}{Y_{11}}$  关系式。

$H_{22}$  是端口 1 开路时, 端口 2 的策动点导纳, 故有  $H_{22} = \frac{1}{Z_{22}}$  关系式。

$H_{12}$  是端口 1 开路时, 反向电压传输比。  $H_{21}$  是端口 2 短路时, 正向电流传输比。按这组参数的意义, 常把  $H$  参数称为混合参数。  $H$  称为混合参数矩阵, 式 (1-26) 称为混合参数方程。

对于线性无源二端口网络, 可以证明

$$H_{12} = -H_{21} \quad (1-32)$$

**例题 1-4** 试求图 1-11 a 所示二端口网络的  $H$  参数。

〔解〕 首先将出口短路, 在入口施加电压  $\dot{U}_1$ , 如图 1-11 b 所示。在图 b 中, 由于  $R_{23} \left( = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right)$  中流过的电流为  $\dot{I}_1 + g_m \dot{U}_{R1}$ , 所以

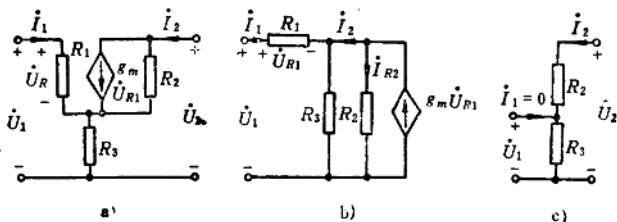


图 1-11 例题 1-4 图



$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{U}_{R1} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} (i_1 + g_m \dot{U}_{R1}) \\ &= R_1 i_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} (i_1 + g_m R_1 i_1) \\ &= \left[ R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} (1 + g_m R_1) \right] i_1\end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned}H_{11} &= \frac{\dot{U}_1}{i_1} \Big|_{\dot{U}_2=0} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} (1 + g_m R_1) \\ &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1 + g_m R_1 R_2 R_3}{R_2 + R_3}\end{aligned}$$

而  $i_{R2}$  中的电流为

$$i_{R2} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} (i_1 + g_m \dot{U}_{R1})$$

故

$$\begin{aligned}i_2 &= g_m \dot{U}_{R1} - \frac{R_3}{R_2 + R_3} (i_1 + g_m \dot{U}_{R1}) \\ &= \left[ g_m R_1 - \frac{R_3}{R_2 + R_3} (1 + g_m R_1) \right] i_1\end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned}H_{21} &= \frac{i_2}{i_1} \Big|_{\dot{U}_2=0} = g_m R_1 - \frac{R_3}{R_2 + R_3} (1 + g_m R_1) \\ &= \frac{g_m R_1 R_2 - R_3}{R_2 + R_3}\end{aligned}$$

再将入口开路，在出口施加电压  $\dot{U}_2$ 。因为此时  $i_1 = 0$ ,  $\dot{U}_{R1} = 0$ ，所以 VCCS $\ominus$  的  $g_m \dot{U}_{R1} = 0$ 。于是得到图 c 所示电路。因而有

$$\begin{aligned}H_{12} &= \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \Big|_{i_1=0} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \\ H_{22} &= \frac{i_2}{\dot{U}_2} \Big|_{i_1=0} = \frac{1}{R_2 + R_3}\end{aligned}$$

$\ominus$  电压控制的电流源。