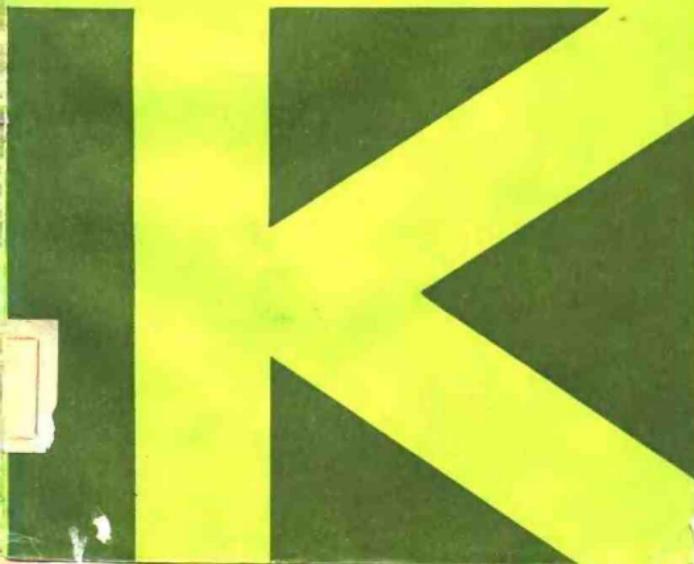


张启先 编著

# 空间机构的分析与综合

上 册



本书分上、下两册。上册内容主要为空间机构的分析，包括空间机构的组成和应用、空间机构研究中的方向余弦矩阵法基础、空间开链型机构的运动分析、空间闭锁型机构的位移分析、空间闭锁型机构的运动分析、空间机构的动力分析等六章；下册将着重讨论空间机构的综合，包括空间机构的运动误差分析、空间凸轮机构的综合、空间开链型机构的综合、空间传动机构的综合、空间导向机构的综合、空间机构的最优综合等章。

本书可供从事各种机械设计和机器人研究的工程技术人员以及高等院校有关师生参考。

## 空间机构的分析与综合

上册

张启先 编著

\*

机械工业出版社出版（北京车床门科四万册内蒙一社）

《北京市书刊出版业营业登记证字第137号》

北京4225印刷厂印制

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

\*

开本 850×1168 1/32 · 印张 11 7/8 · 字数 311 千字

1984年3月北京第一版·1984年4月北京第一次印刷

印数 0,001—6,750 · 定价 2.20 元

\*

统一书号：16033·5506

## 前　　言

和平面机构相比，空间机构有不少特点，诸如结构紧凑、运动多样、工作可靠等。需要用复杂平面机构才能实现的运动以及用平面机构根本无法实现的运动，往往可用空间机构来完成。但是，从另一方面说，空间机构在实际中的应用，则不如平面机构那样广泛，国外如此，国内更是如此。一个重要原因，就是空间机构的分析设计比较困难。空间机构，特别是空间连杆机构的运动比较复杂，不易想象构思，很难应用直观试凑法进行设计。至于几何作图法，又局限于解决比较简单的设计问题。因此，发展空间机构研究中的解析法，有着特别重要的意义。近二十多年来，随着电子计算机的普遍使用和空间机构研究工作的不断深入，空间机构研究中的解析法已迅速发展成为空间机构分析和设计中的主要方法。

由于空间机构运动的复杂性，国内外很多机构学工作者纷纷探索应用各种可行的解析工具，如向量、矩阵、二元数、四元数、旋量及张量等。向量这一数学工具，虽较普通常用，但局限于解决不很复杂的空间机构问题。至于二元数等后几种数学工具，虽然解题的有效性较大，但又比较深奥难懂。因此，从便于工程技术人员了解使用来考虑，目前探索一些既易于掌握应用又富有解题“威力”的解析法，对在实际中推广空间机构的应用，有着重要的意义。著者多年来在这方面作了一些努力，取得一些成果。反映在本书中的一个特点，就是在数学工具上，只用到普通方向余弦矩阵，并未引进二元数等高深数学工具。在本书中，由于灵活应用了机构运动的几何等同性，所以普通方向余弦矩阵的解题潜力得到充分的发挥。至于其他数学工具，本书一概没有介绍，如有兴趣，读者可参阅有关的书籍或文献。

为了使读者对空间机构的实际应用有所了解，本书首先对空间机构，特别是空间连杆机构的应用实例，作了较多的介绍。由于空间连杆机构是空间机构中难于分析和设计的机构，本书着重讨论了空间连杆机构的分析与综合。对空间拨杆机构及空间凸轮机构，本书也有所介绍，但对空间齿轮机构则没有涉及。考虑到位移关系式是用解析法作空间机构运动分析、动力分析以及进行空间机构综合的基础，本书对各种空间机构的位移分析作了较多的叙述。随着机械手、机器人和假肢的研究与应用，空间开链型机构的研究也更加重要起来，因此本书对空间开式链的分析与综合，也给以足够的重视。至于最优化设计技术在空间机构综合中的应用，在本书最后也作了一定的介绍。

本书大部分内容，曾由编著者在华南工学院 1980 年 4 月举办的“空间机构”讲习会上进行过讲授。与会者对初稿提出不少宝贵的意见，编著者对此表示衷心的感谢。

在我国正在进行的社会主义四化建设中，希望本书的出版，对空间机构在实际中的推广应用和空间机构研究工作的进一步发展，能有一些帮助。由于本书对编著者的研究成果反映较多，有些内容的选择，可能不尽切合有关工程技术人员的迫切需要；由于写作时间和其他条件的限制，本书还会存在不少其他的缺点和错误，敬请读者给予批评指正。

编 著 者

1980年7月于北京航空学院

## 目 录

第一章 空间机构的组成和应用 .....	1
一、空间机构组成的某些概念 .....	1
1. 构件及其自由度 .....	1
2. 运动副的自由度和分类 .....	1
3. 运动链和机构 .....	4
二、空间机构在一些轻工业机械中的应用 .....	7
三、空间机构在一些农业机械中的应用 .....	12
四、空间机构在一些飞机和汽车上的应用 .....	17
五、空间机构在一些轴向活塞机械中的应用 .....	25
六、空间机构在其他机械和仪表中的一些应用 .....	29
七、空间开式运动链的机构及其在工业机械手等中的应用 .....	37
八、空间开式运动链的自由度公式及末杆的自由度分析 .....	40
1. 空间开式运动链的自由度公式 .....	40
2. 空间开式运动链中末杆的自由度分析 .....	41
九、空间机构的自由度公式及计算 .....	49
1. 空间单封闭形机构的自由度公式 .....	49
2. 空间单封闭形机构的自由度计算 .....	50
3. 空间多封闭形机构的自由度公式 .....	56
4. 空间多封闭形机构的自由度计算 .....	57
十、空间封闭形机构的组成研究 .....	60
1. 单封闭形机构的组成研究 .....	60
2. 多封闭形机构的组成研究 .....	64
第二章 空间机构研究中的方向余弦矩阵法基础 .....	71
一、共原点的坐标变换和刚体的定点转动 .....	71
1. 绕一个坐标轴旋转的坐标变换 .....	71
2. 绕两个坐标轴旋转的坐标变换 .....	73
3. 任意旋转的坐标变换 .....	74
4. 刚体的定点转动 .....	76
二、方向余弦矩阵的性质和应用 .....	77

1. 方向余弦矩阵的性质	77
2. 坐标系统绕某任意轴旋转的方向余弦矩阵的推导	79
3. 方向余弦矩阵的应用	80
三、方向余弦矩阵的导数和刚体的瞬时转动	83
1. 方向余弦矩阵的一次导数和角速度矩阵	83
2. 方向余弦矩阵的二次导数和角加速度矩阵	86
3. 刚体转动中点的速度和加速度	86
4. 用欧拉角表示刚体定点转动中的角速度	87
四、不共原点的坐标变换和刚体的一般运动	88
1. 不共原点的坐标变换	88
2. 刚体的位移矩阵和螺旋位移参数	90
3. 用逆矩阵运算法求刚体的位移矩阵	92
4. 刚体一般运动中点的速度和加速度	96
五、用矩阵法研究复杂的相对运动	98
1. 复杂相对运动中的位置、速度和加速度关系式	98
2. 封闭性的矩阵方程式	102
六、空间机构分析中坐标系的选定原则与有关参数的计算公式	103
1. 坐标系的选定	103
2. 某些参数的计算公式	105
七、空间机构运动的几何等同性条件	107
1. 机构运动的几何等同性	107
2. 导出纯角度关系式的第一类等同性条件	108
3. 导出包含长度复杂关系式的第二类等同性条件	111
第三章 空间开链型机构的运动分析	115
一、概说	115
二、机械手手部运动的位置和姿态的分析	115
1. 描述手部位置和姿态的矩阵方程式	115
2. 手部位置和姿态矩阵方程式的应用	119
3. 手部位移的分析	124
三、机械手的间接位置问题的求解	126
1. 间接位置问题的性质和求解方法	126
2. RRPRR 机械手中运动参数的求解	127

3. <i>RRRRRRR</i> 机械手运动参数的求解 .....	131
4. 间接位置问题的树状解.....	135
四、机械手运动中的速度和加速度分析 .....	137
五、机械加工中通用夹具的旋转角分析 .....	140
1. 绕坐标轴旋转的空间角度求解公式.....	140
2. 双斜线向量的方向余弦表达式.....	143
3. 双斜平面的法线、迹线和最大斜度线向量的数学解析.....	146
4. 夹具旋转角度的求解示例.....	152
第四章 空间闭链型机构的位移分析 .....	157
一、概说 .....	157
二、空间三杆低副机构 .....	159
1. 含有一个球面副的空间三杆低副机构.....	159
2. 含有两个球面副的空间三杆低副机构.....	162
三、空间三杆高副机构 .....	164
1. 圆球和空心圆柱面形成线接触的空间三杆机构 .....	164
2. 平面对球面为点接触的空间拨杆机构.....	167
3. 圆柱面对圆柱面为点接触的空间拨杆机构.....	174
4. 直线对圆弧为点接触的空间拨杆机构.....	181
四、空间四杆 <i>RCCC</i> 及 <i>RRRR</i> 机构 .....	185
1. <i>RCCC</i> 机构 .....	186
2. 球面 <i>RRRR</i> 机构 .....	189
3. 本涅特 <i>RRRR</i> 机构 .....	191
五、含有两个相邻球面副的空间四杆机构 .....	195
1. <i>RSSR</i> , <i>RSSP</i> 及 <i>RRSS</i> 机构 .....	196
2. <i>RSS'R</i> 及 <i>RSS'P</i> 机构 .....	199
六、含有一个球面副的空间四杆机构 .....	203
1. <i>RSCR</i> , <i>RSCP</i> , <i>RRSC</i> 及 <i>RPSC</i> 机构 .....	203
2. <i>RSRC</i> , <i>RSPC</i> 及 <i>RSPS'</i> 机构 .....	207
七、其他空间四杆机构 .....	211
1. <i>RSCS'</i> 机构.....	211
2. 含有一个圆球与固定圆柱槽形成线接触高副以及三个转动副的空间四杆机构.....	212

3. 含有一个圆球与转动圆柱槽形成线接触高副和两个 转动副、一个圆柱副的空间四杆机构.....	216
<b>八、含有一个球面副的空间五杆机构 .....</b>	<b>218</b>
1. <i>RRRSR, RRRSP, RRPSR</i> 机构 .....	218
2. <i>RRSRR, RRSRP, RRSPP</i> 机构 .....	230
<b>九、含有一个平面副的空间五杆机构 .....</b>	<b>237</b>
1. <i>RRERR</i> 机构 .....	237
2. <i>RERRR</i> 机构 .....	241
<b>十、含有两个圆柱副的空间五杆机构 .....</b>	<b>242</b>
1. <i>RRCRC, RCRCR</i> 和 <i>RCRRC</i> 机构 .....	242
2. <i>RRCCR</i> 及 <i>RRRCC</i> 机构.....	249
<b>十一、空间六杆机构 .....</b>	<b>254</b>
1. <i>RRPRCR</i> 机构 .....	254
2. 特殊 6 R 机构 .....	263
<b>十二、空间七杆机构 .....</b>	<b>268</b>
1. <i>RPPRRRR</i> 机构 .....	268
2. 用于平行轴等速传动的 7 R 机构.....	274
<b>十三、求解非线性方程和非线性方程组的迭代法和牛顿法 .....</b>	<b>277</b>
1. 迭代法.....	278
2. 解非线性方程的牛顿法.....	280
3. 解非线性方程组的牛顿法.....	283
<b>第五章 空间闭链型机构的运动分析 .....</b>	<b>286</b>
<b>一、空间闭链型机构的特殊位置 .....</b>	<b>286</b>
1. 特殊位置的涵义.....	286
2. 特殊位置的求法.....	289
3. 空间四杆 <i>RCCR</i> 机构的特殊位置 .....	291
4. 本涅特 4 R 机构的特殊位置.....	294
5. 空间四杆 <i>RSSR</i> 和 <i>RSSP</i> 机构的特殊位置 .....	295
<b>二、空间三杆高副机构的速度和加速度分析 .....</b>	<b>296</b>
1. 概说 .....	296
2. 喷合点的位置、速度和加速度 .....	297
3. 接触点的相对速度和相对加速度 .....	299

4. 接触点的相对速度、相对加速度和沿轮廓移动的速度、加速度关系.....	300
5. 有某些特殊尺度的空间三杆高副机构的分析.....	300
<b>三、空间低副机构的速度和加速度分析 .....</b>	<b>304</b>
1. 概说.....	304
2. 空间四杆 <i>RCCC</i> 机构的分析 .....	305
3. 空间四杆 <i>RSSR</i> 和 <i>RSSP</i> 机构的分析 .....	307
4. 空间四杆 <i>RSS' R</i> 和 <i>RSS' P</i> 机构的分析 .....	307
5. 空间四杆 <i>RSCR</i> 机构的分析.....	309
<b>四、空间机构的运动分析计算例题 .....</b>	<b>310</b>
1. 空间五杆 <i>RRSRR</i> 机构的位移和速度分析 .....	310
2. 空间八杆三封闭形机构的位移和轨迹分析.....	317
<b>第六章 空间机构的动力分析 .....</b>	<b>327</b>
<b>一、空间机构的运动方程式 .....</b>	<b>327</b>
<b>二、空间机构中等效力矩和等效力的求法 .....</b>	<b>329</b>
<b>三、空间机构中等效转动惯量和等效质量的求法 .....</b>	<b>331</b>
<b>四、构件惯性力的确定 .....</b>	<b>333</b>
1. 一般方法.....	333
2. 质量替代法.....	335
<b>五、单闭合空间机构受力分析中的单个示力副法 .....</b>	<b>337</b>
1. 概说.....	337
2. 示力副中约束反力的确定.....	340
3. 其余运动副中约束反力的确定.....	343
<b>六、某些单闭合空间机构的受力分析 .....</b>	<b>344</b>
1. 空间四杆 <i>RCCC</i> 机构.....	344
2. 万向联轴节机构.....	349
3. 空间四杆 <i>RSSR</i> 机构 .....	355
4. 空间四杆 <i>RSCR</i> 机构 .....	358
5. 空间五杆 <i>RRSRR</i> 机构 .....	361
<b>参考文献 .....</b>	<b>363</b>

# 第一章 空间机构的组成和应用

## 一、空间机构组成的某些概念

### 1. 构件及其自由度

机构中能作相对运动的刚体称构件。构件可以是一个零件，但为了制作和装拆的方便，构件也可由几个零件刚性连成。

对在三维空间内自由运动的构件(图 1-1)，大家知道，它可沿三个坐标轴  $x$ 、 $y$ 、 $z$  作独立的自由移动和绕这三个坐标轴作独立的自由转动。由于自由构件在三维空间内具有六个独立的基本运动，或者说，要用六个独立自由的参数(也称广义坐标)如  $s_x$ 、 $s_y$ 、 $s_z$ 、 $\theta_x$ 、 $\theta_y$  和  $\theta_z$  来描述这些运动，所以空间自由的构件具有六个自由度。

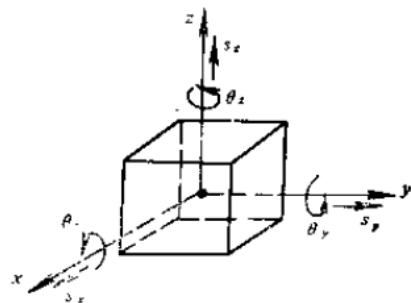


图 1-1

### 2. 运动副的自由度和分类

在机构中，为了使构件和构件之间有相对运动，必须采用活动连接。这种使两个构件既保持接触又容许相对运动的几何连接，称运动副。在运动副中，随着接触处几何形状的不同，两个构件间所容许的相对运动，亦即运动副的自由度  $f$ ，也不相同。显然，运动副的自由度： $0 < f < 6$ 。

空间机构中常见的运动副，可按其自由度  $f$  等于 1、2、3、4、5 而分别称为 I、II、III、IV、V 类副。

图 1-2 所示为  $f = 1$  的 I 类副及其简图，其中相对运动为转动的运动副(图 1-2 a) 称为转动副，用符号  $R$  表示；相对运动

为移动的运动副(图1-2 b)称为移动副,用符号P表示;相对运动为螺旋运动的运动副(图1-2 c)称为螺旋副,用符号H表示。

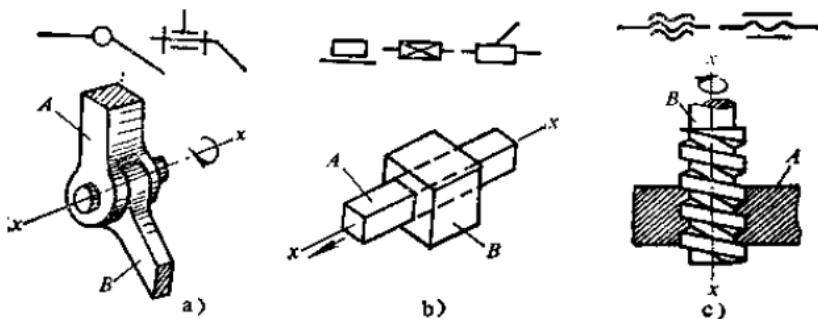


图 1-2

图1-3所示为 $f = 2$ 的Ⅱ类副及部分简图,其中常见的运动副有:  
1. 沿着轴线能移能转的圆柱副(图1-3 a),用符号C表示;

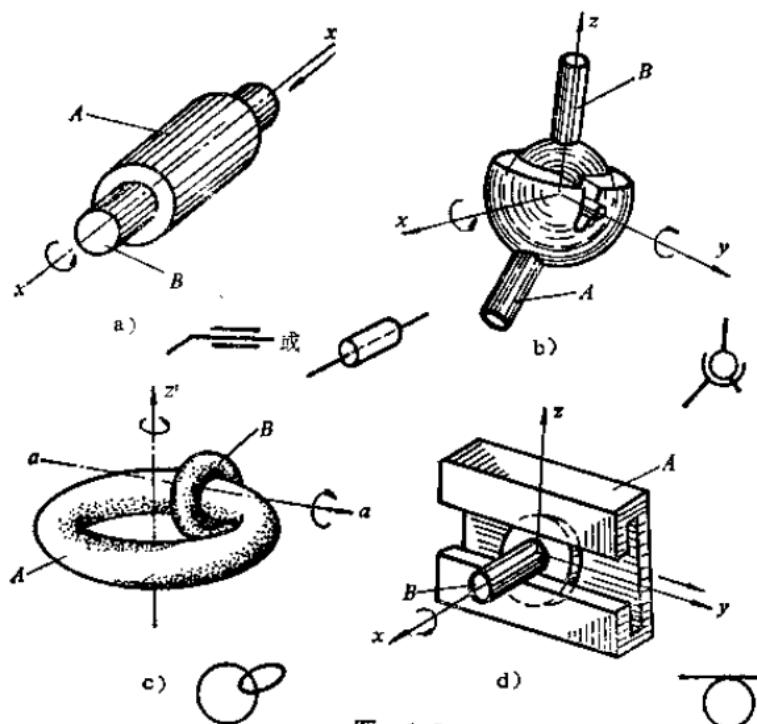


图 1-3

及绕球心能有两个转动的球销副（图1-3 b），用符号 $S'$ 表示。

图1-1所示为 $f=3$ 的Ⅲ类副及部分简图，其中常见的运动副为：绕球心能自由转动即有自由球面运动的球面副（图1-4 a），用符号 $S$ 表示；及有自由平面运动的平面副（图1-4 b），用符号 $E$ 表示。

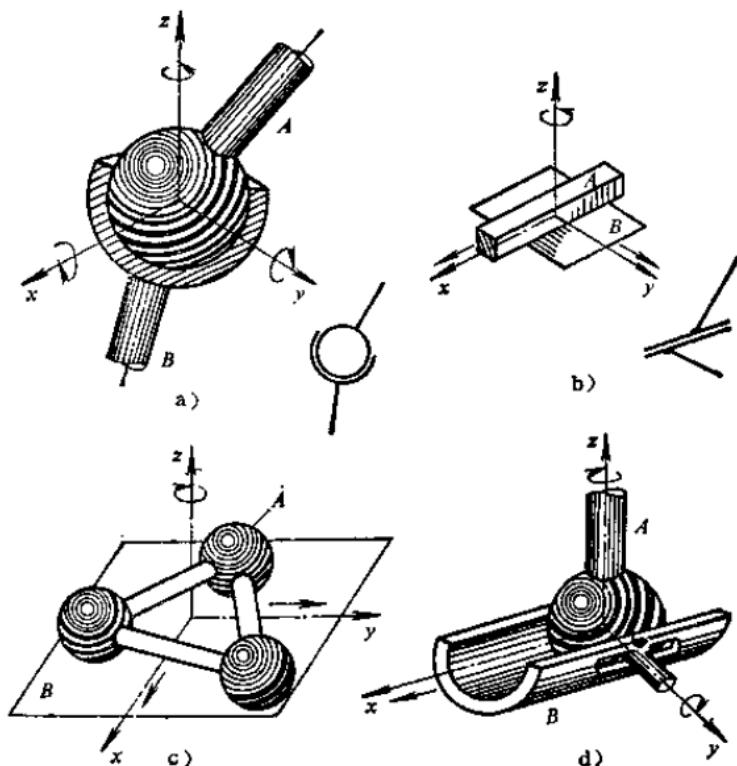


图 1-4

至于 $f=4$ 的Ⅳ类副和 $f=5$ 的Ⅴ类副，则分别如图1-5和图1-6所示。

上述理论上为面接触的运动副称为低副（图1-2；图1-3 a）及 b）；图1-4 a）及 b），点或线接触的运动副称为高副（图1-3 c 及 d；图1-4 c 及 d，图1-5，图1-6）。此外，在空间机构中，点、线接触的高副，还有其他常见的凸轮高副和齿轮高副等。

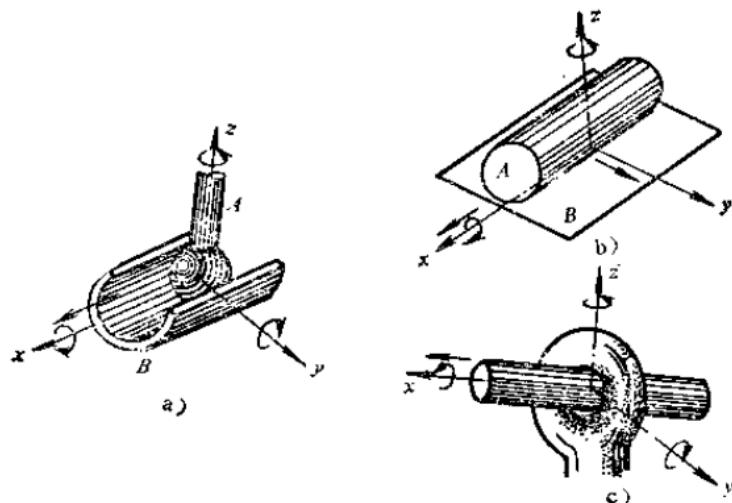


图 1-5

值得指出：在有间隙的转动副、移动副或圆柱副等中，如果实际接触面之间的间隙很大，则这些运动副的自由度将有所增加，同时出现点、线接触的情况。

### 3. 运动链和机构

#### (1) 运动链

运动链是一些构件和运动副的组合，其中组成一个或多个封闭形的称为闭式运动链（图1-7 a, c, d），否则称为开式运动链（图1-7 b）。运动链中不出现与其他三个构件相连的构件时称简单运动链

（图1-7 a, b, c），否则称复杂运动链（图1-7 d）。与所谓平面运动链（图1-7 a, b）不同，空间运动链是在三维空间内运动的运动链（图1-7 d），它包括各转动副轴线汇交一点而作球面运动的球面运动链（图1-7 c）。

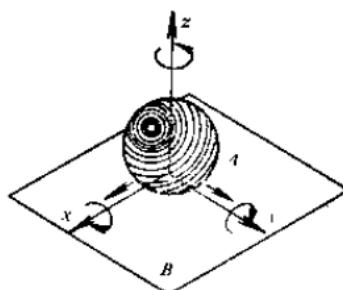


图 1-6

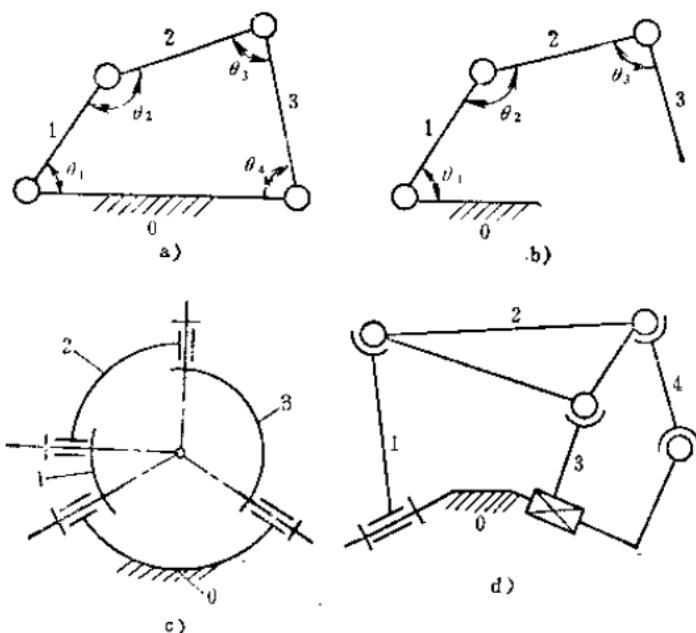


图 1-7

运动链中独立的可能相对运动的个数，或确定各构件相互位置变化所需自由参数（广义坐标）的个数，称为运动链的自由度，以  $F$  表示。例如：对图1-7 a ) 所示简单闭式运动链，在四个运动参数  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 、 $\theta_4$  中，只有一个自由参数（如  $\theta_1$ ），但在图1-7b) 所示开式运动链中，  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$  三个均为自由参数，因此这两个运动链的自由度分别为  $F = 1$  及  $F = 3$ 。

## (2) 机构

对于运动链，如果有一个构件指定为相对固定件或机架（如图1-7 a 、 b 中打荫线的构件），而且所有可动构件又均有确定运动，则这种运动链就成为机构。因此，运动链的自由度亦即为机构的自由度。

输入机构的运动参数，亦即按已知规律变化的自由参数，称为输入参数；输入参数所属的构件称为输入构件或原动件。由机构输出的运动参数称为输出参数，输出参数所属的构件称为输出

构件或执行构件。例如在图1-7 a) 中，如设 $\theta_1$ 为输入参数而 $\theta_4$ 为输出参数，则构件1为输入构件而构件3为输出构件。

为了使机构获得确定的运动，输入参数的个数一般应等于机构的自由度。如果输入参数的个数小于机构的自由度，则机构的几何运动是不确定的；反之，机构将无法运动甚至遭到毁坏。由于输入构件或原动件的个数一般和输入参数的数目一致，所以机构具有确定运动的条件也一般可表述为：输入构件或原动件的个数应等于机构的自由度。

含有高副的空间机构称为空间高副机构，如空间凸轮机构和空间齿轮机构等。不含高副的空间机构称为空间低副机构或空间连杆机构。本书主要讨论运动比较复杂多样的空间连杆机构，对空间高副机构则仅涉及凸轮机构和拨杆机构。

### (3) 空间机构中某些运动副的组成替代

在实际机构中，为了将滑动摩擦改为滚动摩擦，对转动副、移动副和螺旋副，可分别采用滚动轴承、滚柱导轨和滚珠螺旋。

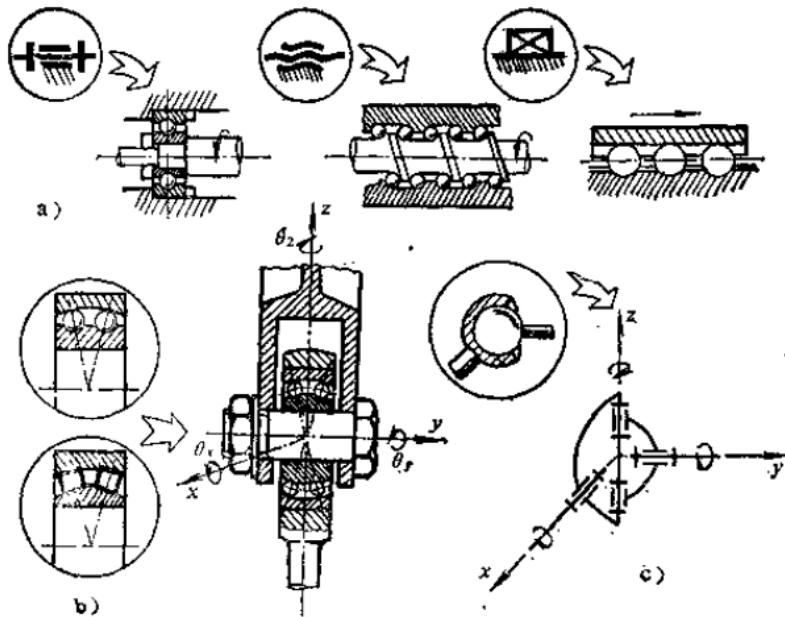


图 1-8

在某些场合，球面副可采用自位球面滚动轴承的结构形式（图1-8 a 及 b），但相对转角 $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 有一定的限制，如特制自位轴承最大的容许转角为 $7^\circ \sim 8^\circ$ ；有时为了增大承载能力，可将球面副用三个轴线汇交一点的串接转动副来替代（图1-8 c）。对于球销副，为了便于制造，可取图 1-9 所示的替代形式，其中图

1-9 a ) 所示为“十”字铰链，亦即两个垂直直铰链，多用于受力较大的场合；图1-9 b ) 所示为构件 B 上圆球所带的圆柱销（可为杆 B 的延长）系沿着固结于构件 A 上的平行叉槽运动，这种替代常用于受力较小的场合。

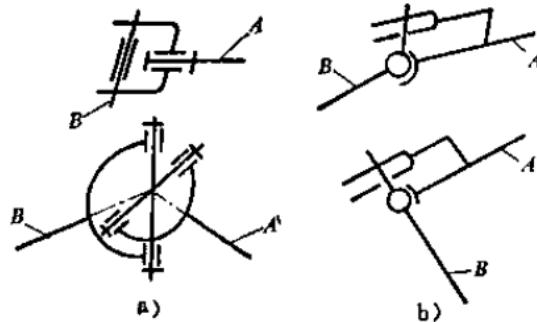


图 1-9

空间机构在缝纫机、纺织机、制鞋机等中早就有广泛的应用。

## 二、空间机构在一些轻工业机械中的应用

空间机构在缝纫机、纺织机、制鞋机等中早就有广泛的应用。

图1-10 a ) 为一种缝纫机机构，其中有关空间机构的运动简图如图1-10 b ) 所示。在缝纫过程中，装卡弯针 11 的摇杆 8，要求沿着针脚摆动的同时，还要伴有横着针脚的摆动。由图1-10b) 可知，实现弯针所需复杂运动的基本空间机构为具有两个自由度的空间连杆机构0-7-8-9-10-0。一方面，水平主轴 4 通过平面凸轮机构0-4-6(7)-0 驱使水平轴 7 摆动，从而弯针 11 获有沿着针脚的往复摆动。另一方面，水平主轴 4 又通过平面曲柄摇杆机构0-4-3-1-0 和相串接的空间双摇杆机构0-1-2-10-0，驱使摇杆 8 围绕安装在水平轴 7 上的垂直铰链而作横着针脚的往复摆动。因此，整个弯针机构也可称为闭合差动机构。值得指出，连杆 2 和

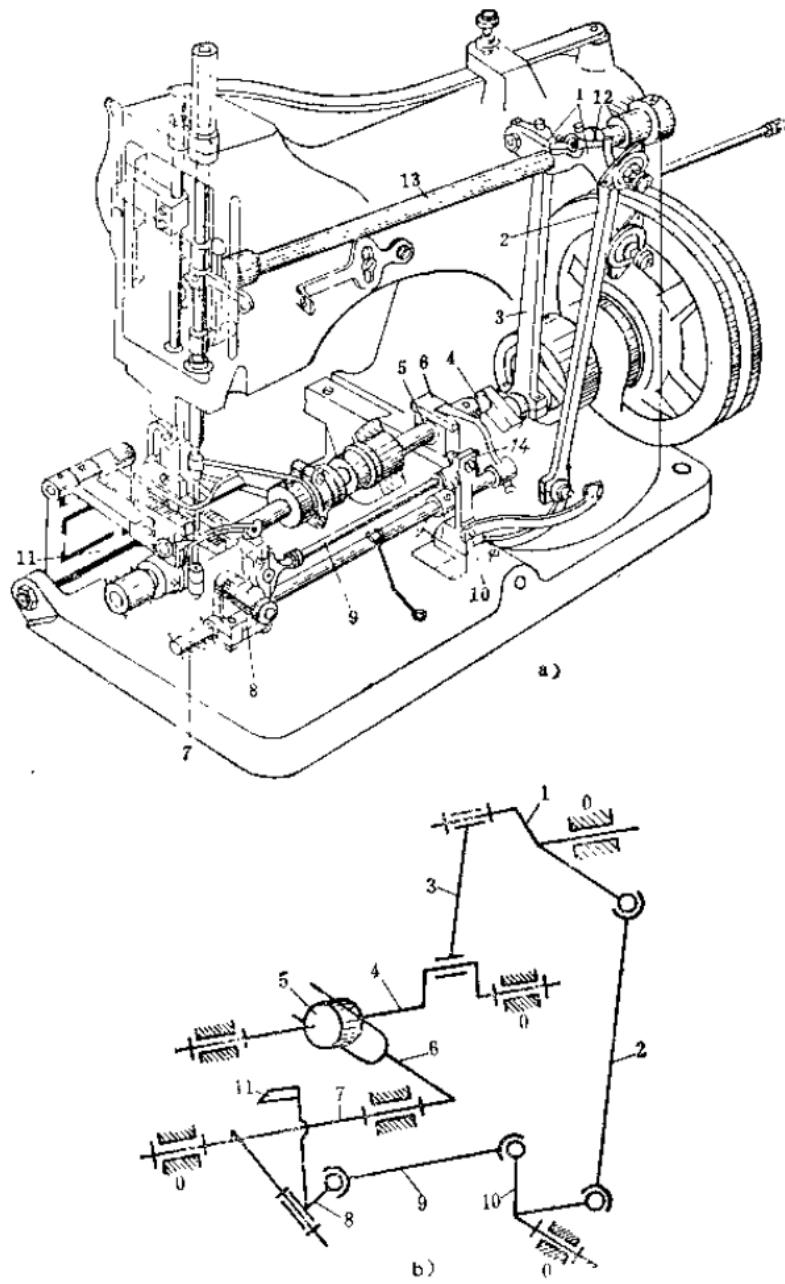


图 1-10