

新概念学材系列

中央教育科学研究所课程专家组编

新概念

数学

初中第二册



中考
试题
情景
资料
库

 中国人民大学出版社

本书使用说明

中考命题强调科学、技术与社会、生活的联系，在试题材料选择上要靠近生活，贴近实际，反映时代前沿和改革热点。这一命题原则，现在已越来越多地在中考试题中体现。本套丛书正是根据这一精神和方向编写成的。

本书定名为“新概念学材”，与教材相互配合，相互渗透，取长补短，各有侧重。它既不是对教材的解释，又不是对教材的延伸，而是为教材提供翔实宽泛的背景材料，反映科学发展的最新成就及其对社会发展的影响，弥补教材材料不足的现状。本书把“用学材学知识”和“用教材学知识”有机结合起来，是完全新型的助学助考读物。使用说明如下：

一、如何阅读理解学材。“新概念学材”完全自成体系，注重的是知识本身的推导过程和发现过程。因此，应在学习教材的基础上，全面仔细阅读“学材”，对照理解教材的相关内容，既要弄清知识的体系，又要弄清知识的生成过程。寻找“学材”与教材的交汇点，提高接收、分析、合成、传递、加工、应用信息的能力。

二、如何应用材料解题。在解题时，有些题目用本身提供的信息就可解答，另有许多题目，特别是综合应用题，不再是教材应用题的变形和发展，不但需要教材中的背景材料，还需要课外的一些背景材料。所以，应首先对题目给出的信息进行认真而具体的分析，在脑海里快速回忆相关背景材料，寻找答题的思路。“学材”汇集了大量背景材料，可供在解题时提取使用。

三、如何与中考试题对接。“新概念学材”，考虑到中考“增加应用性和能力型试题的指导思想”，围绕应试，立足考纲，体现考点，研究试题规律，探索命题趋势。例如，2000年北京中考数学第23题，综合了代数、几何的相关知识，充分体现了“注重学科知识的内在联系”的精神，题目背景贴近考生生活。题中汽车的成本核算涉及速度、时间、路程等许多方面，旨在考查考生对现实问题进行数学抽象、综合的能力，也是考查对生活材料进行创造性思维的能力。

责任编辑：柯普
封面设计：徐昕
版式设计：赵星华

熊成乾

ISBN 7-300-03797-6



9 787300 037974 >

ISBN 7-300-03797-6/G·794

定价：18.00元

中央教育科学研究所课程专家组编
新概念学材系列

新概念数学

(初中第二册)

撰稿人 李金辉 王大辉
汪涛 卢眺

中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新概念数学·初中·第2册/李金辉等编.2版
北京:中国人民大学出版社,2002
(新概念学材)

ISBN 7-300-03797-6/G·794

I.新…

II.李…

III.数学课-初中-教学参考资料

IV.G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第038481号

中央教育科学研究所课程专家组编

新概念学材系列

新概念数学

(初中第二册)

出版发行:中国人民大学出版社

(北京中关村大街31号 邮编100080)

邮购部:62515351 门市部:62514148

总编室:62511242 出版部:62511239

E-mail:rendafx@public3.bta.net.cn

经 销:新华书店

印 刷:三河市新世纪印刷厂

开本:787×1092毫米 1/16 印张:14

2001年7月第1版

2002年6月第2版 2002年6月第1次印刷

字数:315 000

定价:18.00元

(图书出现印装问题,本社负责调换)

学术委员会

主任：江山野（中央教育科学研究所研究员）

委员：吕 达（博士，编审，人民教育出版社副社长）

俞启定（博士，教授，北京师范大学教师培训中心主任）

劳凯声（博士，教授，北京师范大学教育系主任）

田慧生（博士，研究员，中央教育科学研究所所长助理）

总策划：甘华鸣

编辑委员会

主编：滕 纯（研究员，中央教育科学研究所原副所长，中国教育学研究会副理事长）

程方平（博士，中央教育科学研究所研究员）

编委：（按姓氏笔画排列）

刘录正 刘诚岭 李超源 李 红 李 颖

陆 维 段伟文 唐德春

教材的变化，总是跟不上时代的发展，只有通过不断拓展、补充、创新，才能充分显示教材的生机与活力。“新概念学材系列”正是在这方面做出了可贵的努力。

中央教育科学研究所研究员 江山野

“新概念学材系列”以大纲为核心，结合学习和考试的实际，把知识、生活、实践联系起来，把科学、技术、社会联系起来，是拓展学科知识的有益尝试。

人民教育出版社副社长、编审 吕达

一位合格的教师，光懂得教材是不够的，还应该了解“学材”。从学生学习的视角多思考。

北京师范大学教师培训中心主任、教授 俞启定

“新概念学材系列”是以学习者为中心的读物，是在教学大纲这一“树干”上培育出丰富多彩的“树叶”，增强学生的“营养”自我制造功能。

北京师范大学教育系主任、教授 劳凯声

只有知识点而没有知识面，只强调解题能力，而忽视信息资料的收集加工运用能力、主动探索和创新的能力，这样的学习考试评价体系正在被抛弃。一个建立在广泛知识面、多层次多角度的思维方式基础上的考试评价时代已经到来。

中央教育科学研究所所长助理、研究员 田慧生

“新概念学材系列”用发现法、探究法、自主学习法介绍教学大纲规定的学科知识，可以取得培养素质和准备应试的双重好处。

中央教育科学研究所研究员、中国教育学会副理事长 滕纯

“新概念学材系列”作为新型助学助考读物，主要用来自学，也可用来教授，这是它区别于一般教材、教参、教辅以及其他课外读物的显著特点和重大优点。

中央教育科学研究所研究员 程方平

目 录

代 数

第一章 因式分解	(3)
第一节 引言.....	(3)
第二节 因式分解主要方法.....	(4)
一、提公因式法.....	(4)
二、公式法.....	(7)
三、十字相乘法.....	(14)
四、分组分解法.....	(29)
五、换元法和添项拆项法.....	(33)
第三节 数学思想回顾.....	(35)
第四节 因式分解在解方程中的运用.....	(36)
第二章 认识分式	(40)
第一节 引言.....	(40)
第二节 分式的基本性质.....	(41)
第三节 分式的乘除.....	(42)
一、约分.....	(43)
二、分式的乘除.....	(43)
第四节 分式的加减.....	(45)
第五节 数学思想回顾.....	(48)
第六节 分式的运用.....	(49)
一、公式变形.....	(49)
二、分式方程.....	(51)
第三章 数的开方	(55)
第一节 引言.....	(55)
第二节 平方根.....	(55)
第三节 平方根表.....	(58)
第四节 立方根.....	(63)
第五节 立方根表.....	(66)
第六节 无理数和实数.....	(68)
第七节 手开平方.....	(72)
第八节 数学思想回顾.....	(75)

第四章 二次根式	(76)
第一节 引言	(76)
第二节 二次根式	(76)
第三节 二次根式的乘法	(78)
第四节 比较二次根式的大小	(80)
第五节 二次根式的除法	(81)
第六节 最简二次根式	(83)
第七节 二次根式的加减法	(85)
第八节 二次根式的混合运算	(88)
第九节 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	(92)
第十节 数学思想回顾	(94)
第五章 一元二次方程	(96)
第一节 引言	(96)
第二节 一元二次方程及其解法	(96)
一、直接开平方法	(97)
二、配方解法	(97)
三、公式解法	(98)
四、分解因式解法	(99)
第三节 一元二次方程根的判别式	(102)
第四节 一元二次方程的应用	(105)
第五节 一元二次方程根与系数的关系	(108)
第六节 二次三项式的因式分解	(111)
第七节 分式方程与无理方程	(113)
第八节 简单的二元二次方程组	(118)
第九节 数学思想回顾	(121)

几 何

第一章 三角形	(125)
第一节 “几何”的来历	(125)
第二节 关于三角形的一些概念	(126)
一、定义	(126)
二、三角形的顶点、边和角	(126)
三、三角形中的重要线段	(127)
四、三角形的重心	(129)
第三节 三角形三条边的关系	(130)
一、演绎推理定理	(130)
二、三角形按边的关系分类	(131)

第四节 三角形的内角和	(132)
一、三角形的内角和	(132)
二、关于三角形的内角和	(133)
三、按角对三角形分类	(134)
四、三角形的外角	(135)
第五节 全等三角形	(137)
第六节 三角形全等的判定	(139)
一、边角边公理	(139)
二、角边角公理及角角边定理	(140)
三、边边边公理	(140)
四、四种判定方法的综合使用	(141)
第七节 等腰三角形的性质与判定	(145)
一、等腰三角形的内角与外角的平分线	(146)
二、关于等边三角形的趣题	(147)
三、等腰三角形的判定	(148)
第八节 直角三角形	(150)
一、直角三角形的判定	(150)
二、直角三角形中的特例	(150)
第九节 谈命题的几种形式	(153)
第十节 勾股定理	(155)
一、利用勾股定理测地基	(155)
二、勾股定理的发现	(156)
第十一节 角的平分线与线段的垂直平分线	(159)
一、角的平分线	(159)
二、线段的垂直平分线	(160)
第十二节 轴对称与轴对称图形	(161)
一、轴对称	(162)
二、轴对称图形	(164)
第十三节 基本作图(尺规作图)	(165)
一、尺规基本作图	(166)
二、作图题举例	(166)
第二章 四边形	(169)
第一节 四边形	(169)
第二节 多边形的内角和	(172)
第三节 平行四边形及性质	(174)
第四节 平行四边形的判定	(176)
第五节 矩形、菱形	(178)
第六节 正方形	(182)

第七节 中心对称和中心对称图形	(186)
第八节 梯形	(188)
第九节 平行线等分线段定理	(190)
第十节 三角形、梯形的中位线	(193)
第三章 相似形	(195)
第一节 比例线段	(195)
一、线段的比与比例线段	(195)
二、比例的性质	(196)
三、黄金分割	(196)
第二节 平行线分线段成比例定理	(199)
第三节 相似三角形	(202)
一、相似三角形	(202)
二、相似形和全等形	(202)
三、相似三角形的基本定理	(202)
四、相似三角形的传递性	(202)
第四节 三角形相似的判定	(204)
第五节 相似三角形的性质	(208)
第六节 相似多边形	(211)

代 数

第一章 因式分解

第一节 引言

让我们先看看整数的例子.

我们知道两个不为 1 的整数相乘可以得到一个合数, 比如 $2 \times 3 = 6$; 一个合数可以分解成两个整数的乘积, 比如 $6 = 2 \times 3$.

对于整式来说, $(x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$ 是一个整式乘法的例子, 那么一个整式(多项式)可不可以写成几个整式的乘积呢? 很多多项式都可以! 例如我们把上面的整式乘法的等式反过来写就是 $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$. 这就是**因式分解**! 它和**整式乘法**是一个相反的过程.

下面的表格会让你一目了然:

表 1-1

式子	名称	特点
$2 \times 3 = 6$	数的乘法	几个数相乘得到一个数
$(x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$	整式乘法	几个整式相乘得到一个多项式
$6 = 2 \times 3$	因数分解	把一个数写成几个数相乘的形式
$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$	因式分解	把一个多项式写成几个整式相乘的形式

现在我们来了解一下: 是什么样的问题产生了因式分解的需要?

我们已经学会了怎样去解像 $x+1=0$ 或者 $3x-9=0$ 这样的一元一次方程了. 但如果是次数大于 1 的方程呢? 比方说是 $x^2 + 3x + 2 = 0$ ①

要知道, $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$

所以方程①就是 $(x+1)(x+2) = 0$ ②

因为两个数乘积等于 0, 其中至少有一个等于 0, 否则两个都不等于 0 的数相乘是得不到 0 的, 所以从方程②我们知道

$$x+1=0 \text{ 或者 } x+2=0$$

现在你就会解了!

从根本上说, 解大于 1 次的方程式或不等式都是转化成一次方程或不等式来解, 这种转化就是通过因式分解来实现的.

既然因式分解这么有用, 我们赶快来掌握它!

首先我们是要看怎么样来进行因式分解, 或者说, 因式分解的方法有哪些?

提公因式法、运用公式法、分组分解法和十字相乘法是我们常用的方法,是常规武器.其中提公因式法是最基本的方法.比较有技巧性的方法是添项和拆项法.

看见有这么多种方法,你会不会觉得很难?其实很简单,只要你学会了把整式的乘法反过来做,你就学会了因式分解!

这也就是说,前面学过的整式乘法也很重要,如果不熟练,那就要好好复习了.

学会了因式分解的各种方法后,我们还要一起看看因式分解如何在解方程中大显身手.

第二节 因式分解主要方法

一、提公因式法

我们先回顾一下整式乘法的分配律:

$$a(b+c) = ab+ac$$

反过来写就是

$$ab+ac = a(b+c)$$

多项式 $ab+ac$ 的两项 ab 和 ac 中都含有 a , a 是公因式,可以把它提到括号外面,这样就**把多项式写成了整式相乘的形式**.这种方法就叫做**提公因式法**:提出多项式各项的公共因式.

可见,提公因式法的关键就是找出公因式.所以我们看看寻找公因式的例子.

【例1】 $2a$ 和 4 的公因式是 2 , 因为 $\frac{2a}{2} = a$ 和 $\frac{4}{2} = 2$ 都是整式;

$2a$ 和 $4b$ 的公因式是 2 ;

$2a$ 和 $4ab$ 的公因式是 $2a$;

$2a^2 (=2a \cdot a)$ 和 $4ab (=2a \cdot 2b)$ 的公因式是 $2a$;

$2a^3$ 和 $-4a^2b$ 的公因式是 $2a^2$;

$(a+b)c$ 和 $d(a+b)$ 的公因式是 $(a+b)$;

$(x-y)^3$ 和 $(y-x)^2 = (x-y)^2$ 的公因式是 $(x-y)^2$.

【思考与实践】

找出各组的公因式:

(1) $2a$; $4b$ 和 8 ;

(2) $6x^3y$ 和 $8y(x+y)^2$;

(3) $(x-y)^2$ 和 $-(y-x)^3$

(4) $x(x+y)$, $y^2(x+y)$ 和 $3x^2(x+y)^2$.

【答案与提示】

(3) $(x-y)^2$ 或 $(y-x)^2$

(4) $(x+y)$

下一步,我们正式进入因式分解的提公因式法的操练.对初学者来说,每次只走一小步是最好的方法.

【例 2】 把 $6x + 9y$ 分解因式.

解: $6x + 9y$

(第一步: 找出系数 6 和 9 的最大公约数 3)

$$= 3(2x + 3y)$$

(第二步: 找 $2x$ 和 $3y$ 的公因式, 是 1, 不用再写)

【例 3】 把 $8x^3y + 12x^2y^2 + 4x^2yz$ 分解因式.

解法一: $8x^3y + 12x^2y^2 + 4x^2yz$

(第一步: 找出系数 8, 12 和 4 的最大公约数 4)

$$= 4(2x^3y + 3x^2y^2 + x^2yz)$$

(第二步: $2x^3y$, $3x^2y^2$ 和 x^2yz 中都含有 x , 次数最低的是 x^2)

$$= 4x^2(2xy + 3y^2 + yz)$$

(第三步: 观察 $2xy$, $3y^2$ 和 yz 中都含有 y , 次数最低的是 y)

$$= 4x^2y(2x + 3y + z)$$

(第四步: 观察 $2x$, $3y$ 和 z 除了 1 外没有别的公因子了, 结束).

解法二: $8x^3y + 12x^2y^2 + 4x^2yz$

(观察得出 $8x^3y$, $12x^2y^2$ 和 $4x^2yz$ 的公因式是 $4x^2y$ 一次提出公因式)

$$= 4x^2y(2x + 3y + z)$$

【例 4】 把 $-4x^3 + 16x^2 - 24x$ 分解因式.

解法一: $-4x^3 + 16x^2 - 24x$

(提出负号, 多项式各项变号)

$$= -(4x^3 - 16x^2 + 24x)$$

(提出系数最大公约数 4)

$$= -4(x^3 - 4x^2 + 6x)$$

(提出 x^3 , $-4x^2$ 和 $6x$ 的公因式 x)

$$= -4x(x^2 - 4x + 6)$$

解法二: $-4x^3 + 16x^2 - 24x$

(观察出 $-4x^3$, $16x^2$, $-24x$ 的公因式 $4x$)

$$= 4x(-x^2 + 4x - 6)$$

(最好提出负号, 括号内各项变号)

$$= -4x(x^2 - 4x + 6)$$

【思考与实践】

1. 将等式补充完整:

(1) $3x^3 + 6xy = \underline{\hspace{2cm}}(x^2 + 2y)$

(2) $2\pi A + 2\pi a = 2\pi(\quad)$

2. 用分步骤和直接提公因式法两种方法分解因式.

(1) $10x^3 - 20x^2$

(2) $-3m^2 - 9$

(3) $a^3b^4c^2 + a^2b^3c^2 + ab^3c^2$

(4) $2x^2 + 4x + 2$

(5) $5a^2 - 10a^3 + 15a^4$

(6) $-18m^2n^3 - 54mn^4 - 72mn^3$

(7) $96x^2y^5z^3 - 144x^2y^{10}z^2 + 72x^3y^4z^5$

(8) $2x^5y + 12x^4y^2 + 8x^3y^3 - 6x^2y^4 + 4xy^5$

【答案与提示】

2. (1) $10x^2(x-2)$

(2) $-3(m^2+3)$

(3) $ab^3c^2(a^2b+a+1)$

(6) $-18mn^3(m+3n+4)$

(7) $24x^2y^4z^2(4yz-6y^6+3xz^3)$

(8) $2xy(x^4+6x^3y+4x^2y^2-3xy^3+2y^4)$

【例 5】 把 $x(x+5)+3(x+5)$ 分解因式.解: $x(x+5)+3(x+5)$ [(把 $x(x+5)$ 和 $3(x+5)$ 当作两项, 它们含有公因式 $(x+5)$, 提出)]

$$= (x+5)(x+3)$$

【例 6】 把 $mn(m-n)-m(n-m)^2$ 分解因式解: $mn(m-n)-m(n-m)^2$ (提出 $mn(m-n)$ 和 $-m(n-m)^2$ 的公因子 m)

$$= m[n(m-n)-(n-m)^2]$$

(因为 $(n-m)^2=(m-n)^2$, 改写)

$$= m[n(m-n)-(m-n)^2]$$

(提出 $n(m-n)$ 和 $-(m-n)^2$ 的公因式 $(m-n)$)

$$= m(m-n)[n-(m-n)]$$

(化简)

$$= m(m-n)(n-m+n) = n(m-n)(2n-m)$$

【思考与实践】

1. 用最简捷的方法分解因式:

(1) $cx - cy + cz$

(2) $ax + bx - cx$

(3) $x^5y + x^3z$

(4) $10abx - 14ab^2x + 2ax$

(5) $-4a^3b^2 + 6a^2b - 8ab$

(6) $5x(x-y) + 2y(x-y)$

(7) $(m+n)(p+q) - (m+n)(p-q)$

(8) $x(x+y)(x-y) - x(x+y)^2$

(9) $10y(a-b)^2 - 5x(b-a)$

(10) $-xy(x-y)^2 + x(y-x)^2 - xz(x-y)^2$

2. 有三堆铅球, 每堆均为 11 个, 第一堆球每个平均重量是 29.7 kg, 第二堆每个球平均重 34.4 kg, 第三堆球每个平均重 35.9 kg, 问三堆球的总重量是多少? (利用因式分解计算)

【答案与提示】

$$\begin{aligned} 2. \quad & 11 \times 29.7 + 11 \times 34.4 + 11 \times 35.9 \\ &= 11 \times (29.7 + 34.4 + 35.9) \\ &= 11 \times 100 = 1100(\text{kg}) \end{aligned}$$

二、公式法

我们已经学会了最基本的分解因式的方法: 提公因式法. 以后给出分解因式的其他方法时我们都将给出如何用提公因式法导出它们. 从而让你明白, **数学当中掌握最基本最简单的东西却是最重要的.**

把整式乘法的乘法公式反过来写, 就成了分解因式的公式法.

表 1-2 清晰地表示出它们之间的关系:

表 1-2

名称	整式乘法	因式分解
平方差公式	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
完全平方公式	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
立方和公式	$(a+b)(a^2 - ab + b^2)$ $= a^3 + b^3$	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
立方差公式	$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

下面我们看看如何从提公因式法直接推导出因式分解的几个公式.

1. $a^2 - b^2$

(在 a^2 和 $-b^2$ 中间添上一项“0”, 式子不变)

$$= a^2 + 0 - b^2$$

(把 0 写成 $-ab + ab$)

$$= a^2 - ab + ab - b^2$$

(对 $a^2 - ab$ 和 $ab - b^2$ 分别用提公因式法)

$$= a(a-b) + b(a-b)$$

(提出 $a(a-b)$ 和 $b(a-b)$ 的公因式 $(a-b)$)

$$= (a-b)(a+b)$$

在这里我们开始的时候往 $a^2 - b^2$ 中间添上一个“0”, 变成

$a^2 + 0 - b^2$ (当然写成 $a^2 - 0 - b^2$ 也行) 这叫做“添项”——添上“0”这一项.