

GAOZHONG Shulihua

高中数理化 公式定理

李生滨 主编

- ★ 展示公式定理
- ★ 突破知识应用
- ★ 把握学科链接



大连理工大学出版社

Dalian University of Technology Press

高中数理化公式定理

主编:李生滨

编者:赵俭秋 高铁柱 (数学)

李生滨 刘旭 胡春海(物理)

杜彦 梁立东 王丛艳(化学)

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数理化公式定理/李生滨主编. —大连:大连理工大学出版社,2002.7

ISBN 7-5611-2101-6

I. 高… II. 李… III. ①理科(教育)-公式-高中-手册
②理科(教育)-定律-高中-手册 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 034656 号

大连理工大学出版社出版发行
大连市凌水河 邮政编码:116024
电话:0411-4708842 传真:0411-4701466
E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn
URL:<http://www.dutp.com.cn>
大连业发印刷有限公司印刷

开本:880 毫米×1230 毫米 1/32 字数:475 千字 印张:16.5
印数:1—20000 册

2002 年 7 月第 1 版

2002 年 7 月第 1 次印刷

责任编辑:刘晓晶 雪 霏
封面设计:孙宝福

责任校对:董作同
版式设计:宋 蕾

定价:18.00 元

一、编写目的

在长期的教学实践中,我们深切地体会到“题海”在强化学生解题技巧的同时,正在把学生的学习方法“经验化”,把学生的解题技巧“模式化”,然而,这种方法挫伤了学生的学习乐趣,不符合素质教育的要求,更不利于创新精神的培养。

为了开辟学生自主学习的时间和空间,调动学生学习的积极性,我们特别聘请了教学第一线的有关专家,设计了这套《数理化公式定理》工具丛书。以帮助学生深刻理解和掌握概念、规律的内涵,达到熟练应用知识解决实际问题的目的。

二、本书特色

为了方便学生查阅公式、定理、概念、规律,这套丛书设计了:知识背景、概念精要、规律内容、理解拓展、相关链接等版块。具体内容和特色如下:

知识背景:主要阐述概念规律的建立背景,使学生明确知识的产生和发展,有利于帮助学生建立知识间的相互联系。在关注学科人文精神的同时,能迅速提升学生的学科素养。

概念精要、规律内容:全面系统地介绍公式、定理、概念、规律。原汁原味儿,集多学科公式、定理于一书,方便查找。

理解拓展:“概念规律的内涵”重点阐述概念、规律的意义,在研究了大量教学参考书的基础上,对概念、规律进行权威诠释,更好地帮助学生加深对概念、规律的理解。“概念规律的应用”以例题的形式说明概念、规律在实际生活、生产中的应用,能帮助学生高效地建立知识和应用之间的桥梁,学以致用,更符合素质教育的要求。“提示与点评”对知识点进行提示,对易错点进行点评,使学生对知识的重点和难点能进一步加深理解。

主要链接学科内知识,有意识地加强学科间知识和能力的迁移与渗透,培养学生的发散思维能力。此版块的设计宗旨是发展与提高学生的综合能力,是课程改革和学习革命的出发点和归宿,也必然是学习和考试的热点。

三、使用方法

本书包含数学、物理、化学三个学科,学生可根据自己的需要查询相关的概念、规律,并可在“理解拓展”中获得所查概念、规律的内涵和应用,然后,再从“相关链接”部分获得知识、应用方面的相关内容,既有广度,也有深度;既适合高一、高二学生使用,也适合高三学生在总复习中使用,是学生书桌上的常备工具书。

在本书编写的过程中,参阅了大量的相关书籍,在此表示诚挚的谢意。但由于时间仓促,作者知识和经验有限,不当之处在所难免,望广大读者和教育界同仁能给予批评指正。

编者 2002 年 6 月于大连

高中数学

公式定理



• 目 录 •

一、集合与简易逻辑	5	1. 向量的有关概念	60
1. 集合的基本概念	5	2. 向量的运算	62
2. 含有绝对值的不等式与一元二次不等式的解法	9	3. 向量的坐标	66
3. 简易逻辑	12	4. 平移	69
二、函数	17	5. 解斜三角形	71
1. 映射	17	6. 解斜三角形的应用	74
2. 函数	18	六、不等式	78
3. 函数的奇偶性和单调性	21	1. 不等式的性质和不等式的证明	78
4. 反函数	25	2. 不等式的解法	81
5. 指数函数、对数函数	27	3. 不等式的建模与应用	83
6. 函数的应用举例	31	七、直线和圆的方程	89
三、数列	35	1. 直线的方程	89
1. 数列	35	2. 两条直线的位置关系	92
2. 等差数列与等比数列	37	3. 简单的线性规划	95
3. 数列的综合问题	41	4. 曲线和方程	97
四、三角函数	43	5. 圆的方程	99
1. 角的概念的推广、弧度制、任意角的三角函数	43	八、圆锥曲线方程	103
2. 同角三角函数的基本关系式、诱导公式	46	1. 椭圆及其标准方程	103
3. 三角函数的图像和性质	49	2. 双曲线及其标准方程	107
4. 两角和与差的三角函数、倍角三角函数	53	3. 抛物线及其标准方程	110
5. 三角函数的应用	56	4. 圆锥曲线的应用	112
五、平面向量	60	九、直线、平面、简单几何体	115
		1. 平面	115
		2. 空间直线及其位置关系	117
		3. 直线与平面平行、垂直	121
		4. 三垂线定理	124

5. 两个平面的位置关系	127	十三、导数与微分	172
6. 棱柱、棱锥	131	1. 导数	172
7. 多面体与球	136	2. 求导法则及常用的求导公式	173
8. 立体几何与其他数学知识的联系与应 用	139	3. 二阶导数	174
十、排列、组合	143	4. 微分的概念与运算	175
1. 排列与组合	143	5. 导数的应用	176
2. 二项式定理	147	十四、积分	178
3. 排列组合与二项式定理的应用 ..	149	1. 不定积分	178
十一、概率与统计	152	2. 定积分	180
1. 随机事件与概率	152	十五、复数	183
2. 随机变量	155	1. 复数的有关概念	183
3. 统计	158	2. 复数的运算	185
十二、极限	162	3. 复数的三角形式及运算	188
1. 极限	162	4. 复数方程	191
2. 极限的四则运算及八个重要极限 ..	164	5. 复数与其他数学知识的联系	193
3. 函数的连续性	168	6. 联想复数知识解答应用问题	195
4. 极限思想的应用	170	附 数学与其他学科相结合的问题	198



集合与简易逻辑

1 集合的基本概念

高中数学

高中物理

高中化学

知识定位

集合的初步知识与简易逻辑知识,是掌握和使用数学语言的基础,在学习函数及其他后续内容时,将得到充分的应用。

概念精要

1. 集合:集合是数学中的一个原始概念,某些指定的对象集在一起就成为一个集合,也简称集。

2. 元素:集合中的每一个对象叫做这个集合的元素。

3. 有限集:含有有限个元素的集合叫有限集。

4. 无限集:含有无限个元素的集合叫无限集。

5. 空集:不含任何元素的集合叫空集,记作 $\varnothing$ 。

6. 非负整数集(自然数集):全体非负整数的集合简称为非负整数集或自然数集,记作 $\mathbf{N}$ 。

7. 正整数集:非负整数集中排除 0 的集合叫正整数集,表示为 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}^+$ 。

8. 整数集:全体整数的集合通常简称为整数集,记作 $\mathbf{Z}$ 。

9. 有理数集:全体有理数的集合通常简称为有理数集,记作 $\mathbf{Q}$ 。

10. 实数集:全体实数的集合通常称为实数集,记作 $\mathbf{R}$ 。

11. 点集:以点为元素的集合叫点集。

12. 元素和集合的关系:如果元素 a 是集合 A 的元素,就说元素 a 属于集合 A ,记作 $a \in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说元素 a 不属于集合 A ,记作 $a \notin A$ (或 $a \in A$)。

13. 子集:对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,就说集合 A 是集合 B 的子集。记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$),读作集合 A 包含于集合 B 或集合 B 包含集合 A 。

14. 真子集:对于集合 A 、 B ,如果 $A \subseteq B$,并且 $A \neq B$,则集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A \subset B$ (或 $B \supset A$),如图 1-1-1 所示。

15. 两个集合相等:对于两个集合 A 、 B ,如果 $A \subseteq B$,同时 $B \subseteq A$,那么 $A = B$ 。



16. 补集: 设 S 是一个集合, A 是 S 的一个子集 (即 $A \subseteq S$), 由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做 S 中子集 A 的补集, 记作 $C_S A$, 如图 1-1-2 所示。

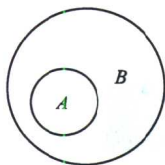


图 1-1-1

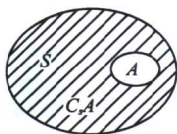


图 1-1-2

17. 全集: 如果集合中含有所要研究的各个集合的全部元素, 这个集合就可以看作一个全集, 通常用 U 表示 (有的参考书用 I 表示全集)。

18. 交集: 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$ (读作“ A 交 B ”), $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 。如图 1-1-3 的阴影部分就表示 A 和 B 的交集。

19. 并集: 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 叫做 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$ (读作“ A 并 B ”), $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ 。如图 1-1-4 的阴影部分就表示 A 和 B 的并集。

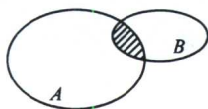


图 1-1-3

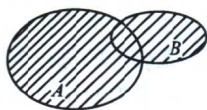


图 1-1-4

20. 偶数: 形如 $2n$ ($n \in \mathbf{Z}$) 的整数叫偶数。

21. 偶数集: 全体偶数的集合简称偶数集。

22. 奇数: 形如 $2n + 1$ ($n \in \mathbf{Z}$) 的整数叫奇数。

23. 奇数集: 全体奇数的集合简称奇数集。



规律内容

1. 等幂律: $A \cap A = A, A \cup A = A$ 。

2. 同一律: $A \cap U = A, A \cup U = U$ 。

$$A \cap \emptyset = \emptyset, A \cup \emptyset = A$$

3. 互补律: $A \cap C_U A = \emptyset, A \cup C_U A = U$ 。

$$C_U (C_U A) = A, C_U U = \emptyset, C_U \emptyset = U$$

4. 交换律: $A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A$ 。

5. 结合律: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ 。

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

6. 分配律: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ 。

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$





7. 吸收律: $A \cap (A \cup B) = A$ 。

$$A \cup (A \cap B) = A。$$

8. 反演律:(摩根律)

$$C_U(A \cap B) = C_U A \cup C_U B。$$

$$C_U(A \cup B) = C_U A \cap C_U B。$$

9. $\text{card}(A)$: 集合 A 中的元素个数记为 $\text{card}(A)$ 。如: 集合 $A = \{a, b, c\}$, 则 $\text{card}(A) = 3$ 。

10. 有限集元素个数的计算公式

$$(1) \text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$$

$$(2) \text{card}(A \cup B \cup C) = \text{card}(A) + \text{card}(B) + \text{card}(C) - \text{card}(A \cap B) - \text{card}(A \cap C) - \text{card}(B \cap C) + \text{card}(A \cap B \cap C)$$



理解拓展



概念的内涵

1. 集合中元素的特征

(1) 确定性 若 A 是一个给定的集合, x 是某一具体对象, 则 x 或者是 A 的元素, 或者不是 A 的元素, 两种情况必有一种且只有一种成立。

(2) 互异性 同一集合中不应出现相同的元素。

(3) 无序性 在集合中, 不考虑元素之间的顺序, 只要元素完全相同, 就认为是同一集合。

2. 集合的表示方法

(1) 列举法 把集合中的元素一一列举出来的方法叫做列举法。

(2) 描述法 用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合, 即把集合中的元素的公共属性描述出来, 写在大括号内表示集合的方法叫做描述法。

(3) 图示法 画一条封闭的曲线, 用它的内部来表示一个集合(表示集合的图也叫文氏图)。

3. 集合的分类

按元素的个数分为有限集, 无限集。

4. 空集和集合的关系

空集是任何集合的子集, 空集是任何非空集合的真子集。

5. a 与 $\{a\}$ 的区别和联系

对于集合 $\{a\}$ 来说, a 是它的元素, 集合 $\{a\}$ 只有一个元素, 是一个单元素集, a 与 $\{a\}$ 的关系是属于关系, 即 $a \in \{a\}$ 。

6. $\emptyset$ 与 $\{\emptyset\}$ 的区别和联系

$\emptyset$ 是不含任何元素的集合。 $\{\emptyset\}$ 是只含有一个集合 $\emptyset$ 的单元素集, 虽然 $\emptyset$ 中没有元素, 但作为集合来说, $\{\emptyset\}$ 是含有一个元素 $\emptyset$ 的集合, 所以 $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 。

其次, 空集是任何集合的子集, 所以 $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$, $\{\emptyset\}$ 是非空集合, 根据“空集是任何非空集合的真子集”, 又可得出 $\emptyset \subsetneq \{\emptyset\}$ 。

由此可见, 这里有着一个有趣现象: 在 $\emptyset$ 和 $\{\emptyset\}$ 之间, 可用四个符号 $\in$, $\neq$, $\subseteq$, $\subsetneq$ 中的任意一个把它们连结起来, 但不能用等号“=”连结。



7. $\in$ 与 $\subseteq$ 的区别

“ $\in$ ”符号是表示元素和集合之间的属于关系,如 $1 \in \mathbf{N}$, $-1 \notin \mathbf{N}$ 。

“ $\subseteq$ ”符号表示集合与集合之间的关系,集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,则 $A \subseteq B$ 。

8. 重要关系

$$A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B; A \cap B \subseteq B \subseteq A \cup B.$$

(1) 若 $A \subsetneq B$, 则 $A \cap B = A, A \cup B = B$ (见图 1-1-5)

(2) 若 $B \subsetneq A$, 则 $A \cap B = B, A \cup B = A$ (见图 1-1-6)

(3) 若 $A = B$, 则 $A \cap B = A = B, A \cup B = A = B$ (见图 1-1-7)

(4) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $\emptyset \subsetneq A \cap B \subsetneq A, \emptyset \subsetneq A \cap B \subsetneq B$ (见图 1-1-8)

(5) $A \cap B = \emptyset$ (见图 1-1-9)

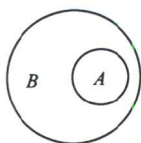


图 1-1-5

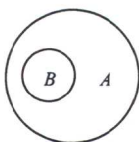


图 1-1-6

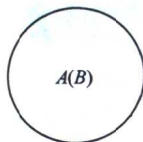


图 1-1-7

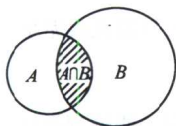


图 1-1-8

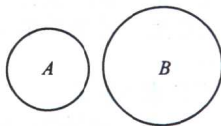


图 1-1-9

9. 子集的个数

若一个有限集有 n 个元素, 则它共有 2^n 个子集, $2^n - 1$ 个真子集, $2^n - 2$ 个非空真子集。

◆ 概念的应用

例 1 设集合 $A = \{x^2, 2x - 1, -4\}$, $B = \{x - 5, 1 - x, 9\}$, 若 $A \cap B = \{9\}$, 求 $A \cup B$ 。

分析: 欲求 $A \cup B$, 需根据 $A \cap B = \{9\}$ 列出关于 x 的方程, 求出 x , 从而确定 A 、 B 。

解: 由 $A \cap B = \{9\}$, 可知 $9 \in A$, $\therefore x^2 = 9$ 或 $2x - 1 = 9$, 解得 $x = \pm 3$ 或 $x = 5$ 。
当 $x = 3$ 时, $A = \{9, 5, -4\}$, $B = \{-2, -2, 9\}$, B 中元素违反互异性, 因此应舍去 $x = 3$ 。

当 $x = 5$ 时, $A = \{25, 9, -4\}$, $B = \{0, -4, 9\}$, 此时 $A \cap B = \{-4, 9\}$ 与 $A \cap B = \{9\}$ 矛盾, 应舍去 $x = 5$ 。

当 $x = -3$ 时, $A = \{9, -7, -4\}$, $B = \{-8, 4, 9\}$, $A \cap B = \{9\}$ 满足条件。
 $\therefore A \cup B = \{-8, -7, -4, 4, 9\}$ 。

例 2 已知 $A = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$, $B = \{x \mid 4x + p < 0\}$, 当 $B \subseteq A$ 时, 求实数 p 的取值范围。



分析:集合 A, B 都是以不等式形式给出的数集,欲求实数 p ,使之满足 $B \subseteq A$,可先将“定集合 A ”在数轴上表示,如图 1-1-10。然后再根据集合 B 中不等式的方向,确定 p 与集合 A 中端点 -1 或 2 的关系。

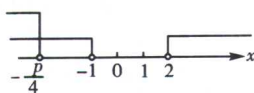


图 1-1-10

$$\text{解:} \because B = \{x \mid 4x + p < 0\} = \{x \mid x < -\frac{p}{4}\}$$

$$\text{又} \because B \subseteq A$$

$$\therefore -\frac{p}{4} \leq -1 \quad \text{即} \quad p \geq 4.$$

提示与点评

● 知识点提示

本节主要考查集合、子集、并集、交集、补集的意义,元素与集合、集合与集合的关系,考查有关术语及符号的使用。

● 易错点点评

1. 用描述法表示集合时,注意“代表元素”。

$$\text{如集合 } A = \{x \mid y = (\sqrt{x})^2 + 1\}$$

$$\text{集合 } B = \{y \mid y = (\sqrt{x})^2 + 1\}$$

集合 $C = \{(x, y) \mid y = (\sqrt{x})^2 + 1\}$ 是三个不同的集合。

2. 非空集合 $S \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 且 S 还满足条件:若 $a \in S$, 则 $6 - a \in S$ 。符合上述要求的集合 S 的个数有() 个。

A. 4 B. 5 C. 7 D. 31

常见错误:对于此题学生常常出现的错误在于对已知条件的认识不够,考虑欠全面就动手做题,而容易产生对于集合 S 的个数判断错误。

防范措施:正确理解元素与集合、集合与集合的关系及表示法,严格审题。

正确解法:有 $\{3\}, \{1, 5\}, \{2, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 2, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 七个。故应选 C。

高中数学

高中物理

高中化学

2 含有绝对值的不等式与一元二次不等式的解法

知识定位

初中已学习了一元一次不等式的解法,学习了一元二次方程及二次函数的知识,在此基础上研究含有绝对值的不等式与一元二次不等式的解法,是初中知识的延续,又为学习“不等式”等知识打下基础。

规律内容

1. 含有绝对值的不等式的解法

$$|x| < a (a > 0) \text{ 的解集是: } |x| - a < x < a;$$



$|x| > a (a > 0)$ 的解集是: $\{x | x > a \text{ 或 } x < -a\}$ 。

2. 一元二次不等式的解法

一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0 (a > 0)$ 的解集如下表:

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图像			
一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$) 的根	有两相异实根 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$	有两相等实根 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	没有实根
$ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$) 的解集	$\{x x < x_1$ 或 $x > x_2\}$	$\{x x \neq -\frac{b}{2a}\}$	$\mathbf{R}$
$ax^2 + bx + c < 0$ ($a > 0$) 的解集	$\{x x_1 < x < x_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$



理解拓展

1. 对形如 $|x - a| + |x - b| < c$ 或 $|x - a| - |x - b| > c$ 的不等式, 它们分别表示数轴上点 x 到 a, b 点的距离之和或距离之差小于或大于某个数, 因而利用不等式的几何意义去解不等式, 更为直观简捷。

2. 解一元二次不等式的步骤

(1) 一看: 看二次项的符号, 如果是负号, 可两边同时乘以 -1 变为正号, 但不等号方向改变;

(2) 二算: 计算判别式, 判断相应一元二次方程根的情况, 如有根, 把根写出;

(3) 三写: 写出不等式的解集。

3. 形如 $(ax + b)(cx + d) > 0$ 的一元二次不等式, 可以转化为一元一次不等式组 $\begin{cases} ax + b > 0 \\ cx + d > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} ax + b < 0 \\ cx + d < 0 \end{cases}$ 去求解。

4. 不等式 $\frac{ax + b}{cx + d} > 0$ (或 < 0) 等价于不等式 $(ax + b)(cx + d) > 0$ (或 < 0)



概念的应用

例 1 设集合 $M = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 集合 $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 集合 $M \cap N$ 等于()。

A. $\{x | 0 \leq x < 1\}$

B. $\{x | 0 \leq x < 2\}$





C. $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$

D. $\{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$

解: 由 $x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3) < 0$, 得 $N = \{x \mid -1 < x < 3\}$, 则 $M \subset N$

$\therefore M \cap N = M$

答案: B。

例2 若不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集是 $\{x \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\}$ 则 $a-b$ 的值是()。

A. -10

B. -14

C. 10

D. 14

解: 由题意知 $a < 0$;

二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + 2$ 过 $(-\frac{1}{2}, 0)$ 、 $(\frac{1}{3}, 0)$ 两点

即 $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{3}$ 为方程 $ax^2 + bx + 2 = 0$ 的两根。

$$\therefore \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{2}{a} \end{cases} \therefore \begin{cases} -\frac{b}{a} = -\frac{1}{6} \\ \frac{2}{a} = -\frac{1}{6} \end{cases} \therefore \begin{cases} a = -12 \\ b = -2 \end{cases}$$

$\therefore a - b = -10$

答案: A。

点评: 本题充分运用了二次函数、一元二次方程、一元二次不等式的知识, 体现了转化的数学思想。

提示与点评

知识提示

考查绝对值不等式及一元二次不等式的解法, 同时考查一元二次方程、一元二次不等式及二次函数知识的相互转化。

易错点点评

解一元二次不等式时, 一定要注意: 二次项系数 $a > 0$ 与 $a < 0$ 解集是完全不同的, 当 $a < 0$ 时, 首先要转化成二次项系数大于 0 后再求其解集, 避免出现错误。

例如: 解不等式 $\frac{x+1}{3-x} > 0$

常见错误: $\frac{x+1}{3-x} > 0 \Rightarrow (x+1)(3-x) > 0 \Rightarrow x < -1$ 或 $x > 3$

防范措施: 应掌握一元二次不等式解集是在二次项系数 $a > 0$ 时给出的, 要套用此解集, 必须把二次项系数化为正数。

正确解法: $\frac{x+1}{3-x} > 0 \Rightarrow \frac{x+1}{x-3} < 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$



相关链接

一元二次不等式与二次函数、一元二次方程有密切联系, 还可以从多项式的角度来统一认识。

$ax^2 + bx + c$ 是二次三项式, 其中系数 a, b, c 都是实数, 且 $a \neq 0$, 设





$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

利用二次函数及其图像的有关知识,可以得到下列判定定理:

(1) 如果 $\Delta < 0$, 那么二次三项式的值与 a 同号;

(2) 如果 $\Delta = 0$, 那么当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, 二次三项式的值为 0; 当 $x \neq -\frac{b}{2a}$ 时, 二次三项式的值与 a 同号;

(3) 如果 $\Delta > 0$, 且 $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, 那么当 $x = x_1$ 或 $x = x_2$ 时, 二次三项式的值为 0; 当 $x < x_1$ 或 $x > x_2$ 时, 二次三项式的值与 a 同号; 当 $x_1 < x < x_2$ 时, 二次三项式的值与 a 异号。

3 简易逻辑



知识定位

初中已经接触到了命题的概念, 了解了真命题、假命题的概念, 在此基础上学习简易逻辑及真值表、充要条件、四种命题之间的内在联系等知识, 对今后的学习意义是非常重大的。



概念精要

1. 命题: 可以判断真假的语句叫做命题。

2. 逻辑联结词: “或”、“且”、“非” 这些词叫做逻辑联结词。

3. 简单命题: 不含逻辑联结词的命题叫做简单命题。

4. 复合命题: 由简单命题与逻辑联结词构成的命题叫做复合命题。

5. 或: 是逻辑联结词, 数学语言中的“或”指“可兼有”, 即“ a 或 b ”是指 a, b 中的任何一个或两者都有。

6. 且: 是两个命题之间的联结词, 它联结的两个命题必须同时成立, 缺一不可。

7. 非: 是否定的意思, 如“0.5 非整数”是对命题“0.5 是整数”的否定而得出的新命题。

8. 互逆命题、原命题、逆命题: 在三个命题中, 如果第一个命题的条件(或题设)是第二个命题的结论, 而且第一个命题的结论是第二个命题的条件, 那么这两个命题叫做互逆命题; 如果把其中一个命题叫做原命题, 那么另一个命题叫做原命题的逆命题。

9. 互否命题、否命题: 一个命题的条件和结论分别是另一个命题的条件的否定和结论的否定, 这样的两个命题叫做互否命题; 如果把其中一个命题叫做原命题, 另一个命题就叫做原命题的否命题。

10. 互为逆否命题、逆否命题: 一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论的否定和条件的否定, 这样的两个命题叫做互为逆否命题; 如果把其中一个命题叫做原命题, 另一个就叫做原命题的逆否命题。

