

# 机构运动学综合

〔苏联〕 R. 贝伊尔 编

机械工业出版社



本书系根据德国 R. 贝伊尔所著 1953 年出版的《机构运动学综合》的俄译本（见 J. L. 格罗尼穆斯译）译出。在各种类型机器的设计过程中，都有一个非常需要但又比较困难的工作，即按预定应该实现的运动条件来确定其中各机构有关的尺寸，这就是所谓的机构运动学综合。根据所用方法的不同，机构运动学综合有几何法和代数法两大类。几何法的特点是作图清晰，形象直观，容易和实际机构联系起来。本书是公认的机构运动学综合几何法的经典著作，其中系统地概括和总结了世界各国各个历史时期在几何法方面的代表著作和主要成果。为了便于读者理解和应用，作者在叙述了有关方法之后并附有相应的应用实例。由于取材丰富，体系严密，阐述精辟，各个先进工业国家已先后将本书翻译成不同文字出版。本书供机械设计工作者阅读，可以作为高等工学院校的教学参考书，也可供机构学科研究人员参考。

Kinematische Getriebesynthese

R. Beyer

Springer Verlag

1953

\*

据俄译本译

Кинематический синтез механизмов

Я. Л. Геронимус

Машгиз

1959

\*

\*

\*

机构运动学综合

平面机构尺寸综合理论基础

〔德〕 R. 贝伊尔 著

陈兆雄 译

\*

责任编辑：徐家宗 夏曼萍

封面设计：方芬

\*

机械工业出版社出版（北京东城门内革新里 1 号）

（北京市函刊出版业营业登记证字第 117 号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 新华书店经售

\*

开本 850×1168·1/16 · 印张 13<sup>1</sup>/8 · 面页 2 · 字数 349 千字

1987年12月北京第一版 1987年12月北京第一次印刷

印数 0.001—2,950 · 定价：5.95 元

\*

统一书号：15033·6582



PDG

机构运动学综合

编著者

## 译者序

以系统的机器设计工作而论，在设计的初始阶段，首先要选定机器中各机构的结构简图，其次是确定与机构运动有关的结构简图中各构件的尺寸。在机械原理这门学科中，阐述机构设计的内容称为机构综合，而上述后一工作称为机构尺寸综合。进行机构尺寸综合可以根据不同的工作条件，其中按照要求的运动学条件的机构综合称为机构运动学综合。由于运动学条件往往是各种机构设计时普遍需要满足的条件，因此机构运动学综合涉及的范围是非常广泛的。

按照机构综合时所用数学方法的不同，可大别为几何法和代数法。从学科发展的历史来看，几何法主要是德国学派采用的方法，而代数法则基本上属于俄国、苏联学派。

德国鲁道尔夫·贝伊尔 (Rudolf Beyer) 教授所著的《机构运动学综合》(Kinematische Getriebesynthese) 一书，是公认的几何法经典著作，其中系统地总结和概括了德国学派各个历史时期的代表著作和主要成果，并附有大量应用实例。该书自1953年问世以来，不胫而走，各国纷纷翻译出版。就国内看到的译本而言，就有苏联 1959 年出版的 Я.Л. 格罗尼穆斯 (Геронимус) 教授的俄译本《Кинематический синтез механизмов》，美国 1963 年出版的 H. 库恩采尔 (Kuenzel) 教授的英译本《The kinematic synthesis of mechanisms》等等。

早在 1963 年，为了满足我国广大机械工程人员的迫切需要，译者便应出版社之约，将全书译成中文，准备付印，不期因“文化大革命”发生而中止。转瞬二十多年，历经曲折，本书终于能在举国上下共建四化大业的今天出版，能在振兴中华的宏图中发挥它应有的作用，这确是令人十分欣慰的事。由于译者水平所限，在翻译工作中定有不少谬误之处，欢迎读者批评指正。

译者

1985年7月5日于上海机械学院  
机械原理及机械零件教研室



## 俄译者序

对于对机构综合问题有兴趣的苏联读者来说，鲁道尔夫·贝伊尔的名字、他的大量期刊论文，以及他1931年出版的《Technische Kinematik（工程运动学）》一书，都是非常熟悉的；因此，他们对于贝伊尔这部搜集并总结了机构综合德国学派所有主要成就的专著，也会很感兴趣的。

我们来简略地谈谈这本书的某些特点。

1) 在极其丰富的文献目录中，作者几乎完全没有引用俄文的文献。他只提到了契贝谢夫、柯捷尔尼科夫和勃洛赫的著作。所以我们认为有必要在补充文献目录中列出几本有关机构综合的主要俄文著作。

2) 有些地方作者的术语过于复杂。他用“Polkurven”这个术语表示瞬心线，用新术语“Gangpolbahn”和“Rastpolbahn”表示和机构机架相连的二瞬心线；对于后一特殊情况，我们不用新术语，而在所有的情况下，我们都用“瞬心线”这个术语。

对于曲线上尖点凡是二支曲线位于曲线上这尖点处切线的一侧的，作者用“Schnabelspitze”（鸟嘴形尖点）这个术语；我们则和几何学中所采用的一样，把这样的尖点称为“Ⅰ类尖点”。作者把仿图仪机构称为“Storchschnabelgetriebe”（鹳嘴机构），我们则认为通用术语“仿图仪”比较好些。如果所研究的构件四个位置相距有限的距离，作者把这种情况下的圆点曲线和中心曲线称为“Kreispunktkurve”和“Mittelpunktkurve”，构件四个无限接近位置情况下的这二曲线则称为“Kreisungspunktkurve”和“Angelpunktkurve”。因为许多作者，其中也包括谬勒（很多地方贝伊尔都是按照谬勒那样叙述的）在内，在这两种情况下都不加区分，所以我们也这样处理，只是强调所指的是哪种构件位置——相邻位置还是无限接近位置。



在研究运动构件相连平面的六个位置时，作者用一个全新的术语“Kegelschnittpunktkurve”表示位置 1 上这样点的轨迹，这些点的 6 个对应点都位于一条圆锥截线即椭圆上；在翻译时，我们则和圆点曲线相类似，采用了“椭圆点曲线”这个术语。

3) 作者特别广泛地使用哥特式字体来表示矢量；因为在苏联这已完全废弃不用，所以我们把所有的符号都改写了——如同我们这里所采用的那样，我们用黑体字表示矢量。

4) 许多地方作者对待比例尺是有些随便的，例如，把一点的速度矢量等于图中表示这速度的矢量；解题时作者用比例尺乘数，而不是象我们这里所用的那样：例如，如果这里所指的是一点的速度，那么作者记成图中多少 cm 表示  $1\text{m}/\text{s}$ 。我们采用苏联机构理论文献中所用的符号，即采用如下的比例尺系数：

对于角速度，图中 1cm 对应于  $\mu_{\cdot}\text{s}^{-1}$ ；

对于角度，图中 1cm 对应于  $\mu_{\cdot}\text{rad}$ ；

对于长度，图中 1cm 对应于  $\mu_{\cdot}\text{m}$ ；

对于速度，图中 1cm 对应于  $\mu_{\cdot}\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ；

对于加速度，图中 1cm 对应于  $\mu_{\cdot}\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ，等等。

5) 虽然作者考虑到完全确定的读者范围——主要是设计师和高等技术学校的大学生，但是他的阐述不一定和这些读者的知识素养相适应。一方面，作者证明瞬心线定理、平面运动中速度和加速度分布定理，即证明高等技术学校每位大学生都已知的基本定理，另一方面，他引用解析几何和射影几何的某些概念，这些概念读者在高等技术学校中一点也没有听到过。我们在补充文献目录中列出了一些射影几何方面的文献。

如果贝伊尔这本书的俄译本能使广大苏联读者对机构综合方面德国学派成就的系统性阐述有所认识，我们将认为目的已经达到。在这本书问世以前，读者必须在分散于各种期刊（这些期刊不一定读者都能看到）上的各篇论文中才能见到这些成果。

格罗尼穆斯 (Я.Л. Геронимус)



## 英译者序

用英文撰写的机构综合方法方面的文献非常缺乏，启发译者想把鲁道尔夫·贝伊尔博士所著《机构运动学综合》(Kinematische Getriebesynthese)一书翻译出来，该书引用了大量的文献并且进行了很好的概括，对译者很有裨益。但是，在贝伊尔博士的鼓励下，曾经是个人想把一本非常有用的工作转变成准备出版了。和过去相比，翻译的准确性变得愈加重要。

在准备出版期间，哈腾堡和戈德曼合编的德英运动学术语汇编<sup>①</sup>及时出版了，使本书翻译工作中有可能加以应用。在两种文字中都还没有标准术语时要准确地进行翻译是困难的，但是，对读者来说，幸运的是本书中有很多示例，而对译者来说，幸运的是从这本已出版的术语汇编中得到了很大的帮助。对查普曼-霍尔公司编辑部，特别是福克斯夫人在这一方面以及资料组织方面的巨大帮助，表示感谢。

希望贝伊尔博士一书的翻译将在使用英语的工程师中间重新激起对运动学问题的兴趣。迄至最近，在我们的学院里，这个课题看来还处于暂停活动甚至是停滞的状态，很多年来都没有引进什么新的内容。看来在德国和其他国家作出的出色工作在使用英语的国家里并没有受人注意。

也许贝伊尔博士一书的翻译将不但着重指出了在运动学综合这个重要领域中所取得的成就，而且着重指出了这一领域中我们自己的短处。

尽管已经注意把翻译不够准确及其他错误减少到最低限度，但疏忽是持续为害的，译者欢迎指出本书中存在的任何错误。

H. 库恩采尔

① Hartenberg, R. S. and Goodman, T. P.: Kinematics: A German-English Glossary, Mechanical Engineering, 82, №12, December 1960.



## 作 者 序

从我的《工程运动学》一书问世以来的最近二十年中，在机构运动学研究领域内出现了空前未有的高潮，以及在此基础上所获得成果的发展和实际应用。

机构综合方法的发展和研究是这时期内发表的专门文献的特征，这在许多期刊（也包括期刊《Maschinenbau/Der Betrieb》的附刊《Getriebetechnik》）的论文中都得到了反映。

在上述时期内发表的机构运动学领域内的书籍，其内容都未超出以研究给定机构中运动规律为目标的机构分析的范围。

综合方法（或者也可以说是机构定量综合方法）迄今尚未系统化，并未在刊物上占据它应有的地位，尽管在实际设计中它具有极为重要的优越性。

应该赋予弗兰克有关机构结构的重要著作（Vom Aufbau der Getriebe）以特殊的地位，其中主要研究了机构分类问题及其理论基础。弗兰克继承并发展了勒洛的方法，使之系统化并可能应用到平面机构综合中去。

因此，留下一个填补机构运动学综合领域中空白的任务。

本书应该为这个目的服务，并且应该在力学和平面运动几何学定律的基础上，制订出广大实际工程人员容易了解的运动学综合方法。

在本书中作者根据运动几何学原理（这是由路德维希·布尔梅斯特尔、莱茵霍德·谬勒和其他一些学者建立的），同时利用机构定量综合领域内的现代文献以及本人许多著作（后者主要是阿尔特思想的继承和发展），目的在于创立机构定量综合的科学理论。

在这本《机构运动学综合》书中收集的问题，对于实际工程人员在必须涉及给定构件位置、选择对应位置、确定轨线曲率半径之间关系、给定速度和加速度分布、最佳传动角等等情况下为实现运动而设计机构时，可能是有用的。



进行内容的阐述时，作者总是从机构构件相距有限距离的相邻位置出发，因为这样提出问题极其明显，接近实际，可以用比较简单的数学工具研究这时出现的几何规律性。利用过渡到构件无限接近相邻位置这一极限情况，作者获得了机构分析的主要结果，并且它们次次都与在构件相距有限距离相邻位置理论中的结果相似，从而促进对问题有更加深入的理解。这种方法作者在慕尼黑高等技术学校讲课时曾在实践中进行过试验，表明极其有效，此外还可以节省时间。

书中特别重视许多实例和作图（在正文中都以相应比例尺作出），以及一些特殊情况和特殊位置；同时经验表明，至今遇到很多似乎困难的情况，然而实际上它们常常会导致极其简单的解。

为了从得到的速度和加速度间关系的角度来检验理论方法求得机构综合问题的解，在书中阐述了为数不多的基本原理，在导出这些原理时作者常常采用他自己的方法。其次，在书中还研究了具有给定速度和加速度间关系的机构设计方法，其中一部分采用了复数法。

此外，作者还试图对数学工具进行选择，使广大实际工程人员和大学生易于理解机构综合的多种方法，以便设计者在对问题进行确切的研究和表达以后，便可以开始进行有理论根据的设计，来代替迄今通常采用的实际试探选择方法。

具有这样特点的本书，首先以具有相当工程知识的读者为对象。同时，本书有助于活跃数学和力学的教学，阐明运动学和几何学定律之间的实际关系，激发对许多尚未解决的现代机构运动学综合问题（例如合理应用所提出的方法来解决空间机构运动学综合问题）的兴趣。

最后作者认为有义务对施普林格出版社表示谢意，感谢他们在本书形成中的宝贵指导和本书印刷中的细心工作。

鲁道尔夫·贝伊尔

1953年1月8日于慕尼黑附近的奥尔辛



# 目 录

译者序

俄译者序

英译者序

作者序

## I 机构构件的两个位置

§ 1	平面运动。在一个平面内运动的刚性系统	1
§ 2	机构构件的两个相邻位置	3
§ 3	构件的两个无限接近位置。瞬时转动中心	?
§ 4	速度矢量和角速度矢量	12
§ 5	刚性平面系统中的速度分布	16
§ 6	曼姆克速度图	19
§ 7	机构中的速度分布。织机筘座驱动机构	20

## II 机构构件的三个相邻位置

§ 8	二相继转动的合成。极点三角形	24
§ 9	构件的三个相邻位置。相应点	28
§ 10	通过三个相应点的圆。二次对应	31
§ 11	工程应用	34
§ 12	$R_M$ 曲线和 $R^1$ 曲线	39
§ 13	通过三个相应点的圆。解析法	43
§ 14	三个相应点在一条直线上	44
§ 15	通过一点的三条相应直线	48
§ 16	机构的变换	51
§ 17	间歇连杆机构和密切曲线	53
§ 18	构件三个位置的特殊情况	57

### III 机构构件的三个无限接近位置

§ 19 瞬心线。概述.....	59
§ 20 反平行四边形机构的瞬心线.....	65
§ 21 卡尔丹问题.....	67
§ 22 瞬心线.....	74
§ 23 过渡到构件三个无限接近位置.....	75
§ 24 欧拉-萨伐里公式 .....	78
§ 25 转向圆.....	81
§ 26 博比利尔作法.....	85
§ 27 按照博比利尔法作出曲率中心.....	88
§ 28 哈特曼法.....	92
§ 29 互包络曲线或共轭曲线.....	93
§ 30 返回圆.....	97
§ 31 运动反演。互包络曲线曲率半径之间的关系.....	100
§ 32 铰接四构件机构中转向极点和返回极点的作法.....	104
§ 33 欧拉-萨伐里公式的图解作法。二次对应.....	106
§ 34 连杆曲线的曲率和间歇铰接机构.....	113
§ 35 近似直线机构.....	116
§ 36 具有同轴线的主动轴和从动轴的联轴机构.....	119
§ 37 加速度矢量.....	120
§ 38 机构构件绕一点转动的特殊情况.....	122
§ 39 瞬时转动中心的加速度.....	125
§ 40 构件三个相邻位置和三个无限接近位置之间进一步的关系。瞬时加速度中心和变动圆.....	128
§ 41 平面运动机构构件的加速度分布.....	131
§ 42 按照构件上两点加速度矢量求出瞬时加速度中心和瞬时转动中心的加速度.....	136
§ 43 铰接四构件机构中的加速度分布.....	137
§ 44 速端曲线.....	140

## II

§ 45 $\rho$ -曲线 .....	143
-----------------------	-----

## V 机构构件的四个相邻位置

§ 46 概述 .....	149
§ 47 极点。反极点。反极点四角形 .....	149
§ 48 极点曲线 .....	152
§ 49 极点曲线的作法 .....	153
§ 50 极点曲线的特殊情况 .....	158
§ 51 中心曲线 .....	161
§ 52 圆点曲线 .....	163
§ 53 中心曲线的应用。缝纫机机构 .....	164
§ 54 圆点曲线的应用。近似直线机构 .....	167
§ 55 构件长度变化的间歇连杆机构 .....	170
§ 56 六个极点位于一个圆上的构件四个位置 .....	173
§ 57 四个极点在一条直线上 .....	176
§ 58 四条相应直线通过一点；四个相应点在一条直线上 .....	178

## V 给定主动构件和从动构件对应的位置

§ 59 概述 .....	182
§ 60 给定两个对应位置。相对转动极点 .....	184
§ 61 给定铰接四构件机构中构件两个或三个对应位置。 织机中的投梭机构 .....	186
§ 62 在极端位置作近似停歇的摇杆 .....	191
§ 63 曲柄连杆机构中角位移和线位移的对应 .....	194
§ 64 三个相对位置。相对极点三角形。四个位置的对应 .....	196
§ 65 传动角 .....	199
§ 66 曲柄摇杆机构的死点位置 .....	201
§ 67 按照连杆点位置和曲柄转角的综合 .....	206
§ 68 给定连杆点两个位置和对应的曲柄和摇杆转角 .....	208
§ 69 连杆点位置的特殊情况 .....	210

## VI 机构构件的五个相邻位置

§ 70	布尔梅斯特尔点	213
------	---------	-----

## VII 机构构件的四个和五个无限接近位置

§ 71	系统上两个相邻位置时曲率半径相等的点。 $q_1$ 曲线	215
§ 72	具有两个停歇位置的间歇连杆机构	222
§ 73	机构构件四个无限接近位置下的圆点曲线。瞬心线 的曲率半径	225
§ 74	构件四个无限接近位置下的中心曲线	229
§ 75	圆点曲线和中心曲线的特殊情况	231
§ 76	加工圆角正多角形的机构	231
§ 77	旋轮运动和近似直线仪	233
§ 78	圆点曲线的图解作法和性质	235
§ 79	中心曲线的图解作法和性质	239
§ 80	机构构件的特殊位置。圆点曲线和中心曲线的分解	241
§ 81	摆角变化的间歇连杆机构	244
§ 82	圆点曲线和中心曲线同时分解	246
§ 83	博尔点	248
§ 84	通过一点的相应四条无限接近直线。四个无限接近 点在一条直线上	251
§ 85	瞬心线曲率中心的图解作法	253
§ 86	对于铰接四构件机构中连杆运动的瞬心线的 曲率圆	255
§ 87	作为机构构件上一点的瞬时极点	257
§ 88	铰接四构件机构中瞬心线曲率半径的计算	262
§ 89	铰接四构件机构中瞬心线曲率半径的最大值和 最小值	265
§ 90	二瞬心线曲率半径为极限值时的连杆位置	267
§ 91	给定二瞬心线曲率半径之间的关系式	274

- § 92 机构构件的五个无限接近位置 ..... 277

### VIII 作为曲柄机构的铰接四构件机构

- § 93 曲柄机构的各种不同形式。连杆曲线 ..... 281  
 § 94 用三个不同铰接四构件机构形成连杆曲线。罗伯茨定理 ..... 286  
 § 95 变换曲柄机构 ..... 294  
 § 96 用解析法研究连杆曲线 ..... 297  
 § 97 连杆曲线的二重点 ..... 299  
 § 98 过渡曲线 ..... 302  
 § 99 具有尖点的连杆曲线 ..... 306  
 § 100 铰接平行四边形机构和反平行四边形机构 ..... 312  
**§ 101 反平行四边形机构的连杆曲线 ..... 314**  
 § 102 长菱形机构（等腰曲柄机构） ..... 317  
 § 103 对圆的反演 ..... 321  
 § 104 反演仪 ..... 323  
 § 105 得到相似运动的机构。仿图仪 ..... 328  
 § 106 特殊直线仪 ..... 331  
 § 107 曲柄连杆机构 ..... 333  
 § 108 导杆机构 ..... 336  
 § 109 把不相邻二转动副变为移动副 ..... 337

### IX 作为密切曲线的椭圆

- § 110 作出密切圆锥截线的几何基础 ..... 341  
 § 111 构件的六个相邻位置。椭圆点曲线 ..... 343  
 § 112 椭圆点曲线的特殊情况 ..... 344  
 § 113 密切椭圆和间歇连杆机构 ..... 347  
 § 114 构件无限接近位置下的密切圆锥截线 ..... 350  
 § 115 I类密切圆锥截线 ..... 351  
 § 116 间歇齿轮连杆机构 ..... 352

§ 117 II类密切圆锥截线.....	355
----------------------	-----

## X 给定速度和加速度

§ 118 无限接近相对位置。极点构形.....	357
§ 119 给定铰接四构件机构中连杆点的速度.....	360
§ 120 具有给定速度和加速度的铰接四构件机构.....	363
§ 121 给定铰接四构件机构特殊位置时的运动特性.....	366
§ 122 复数法求速度和加速度.....	367
§ 123 相对运动。哥利奥里斯定理.....	368
§ 124 凸轮机构和马尔他十字轮机构中的加速度分布.....	373

## XI 给定平面凸轮机构中速度之间和加速度之间的关系

§ 125 一般基础.....	375
§ 126 运动规律的分类和综合.....	377
§ 127 基圆半径的求法.....	383
§ 128 平面凸轮机构中凸轮廓线的曲率半径.....	386
参考文献.....	392
人名索引.....	407
名词索引.....	409



# I 机构构件的两个位置

## § 1 平面运动。在一个平面内运动的刚性系统

按照弗兰克(R. Franke)<sup>⊖</sup>的定义，用以传递和转化任何类型运动和能量的装置，称为机构；至少具有一个运动构件的机构，称为机器。

一个机构中所有构件上各点的轨线都平行于同一个平面，这样的机构称为平面机构。

在本书中只限于研究平面运动和平面机构。对所有后面的研究来说，机构中所研究的构件，例如图1中德马克(Demag)型高架起重机 $A_0ABB_0$ 的连杆 $AB$ ，可以用一个刚性平面图形来代

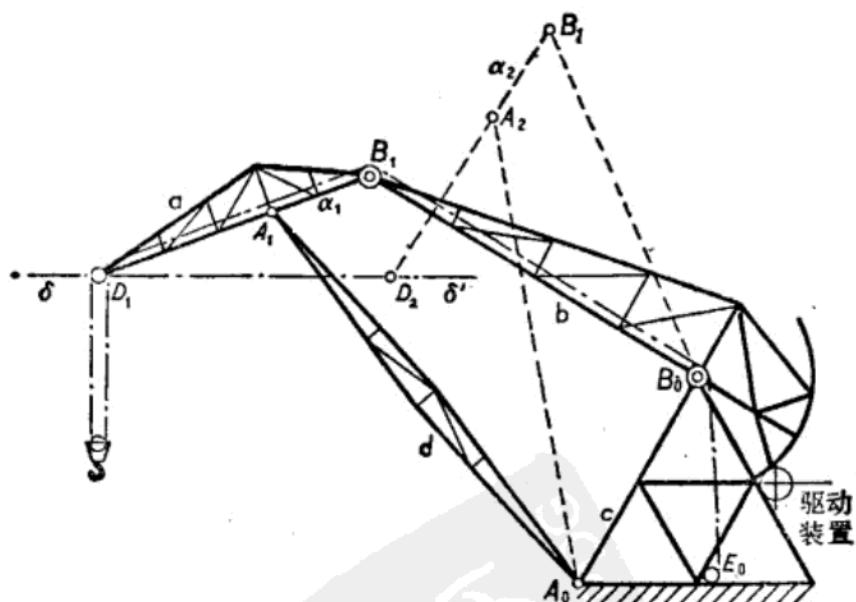


图1 起重机(工作时为一双摇杆机构)中起重臂 $a$ 的两个相邻位置 $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$

⊖ Franke R., [21], 18页。勒洛(Reuleaux F.)在机器中看到的是一些能够承载的物体的组合，把这些物体适当地加以配置，以致利用这些物体可以迫使自然界的机械力产生一定的运动。

替，或者换句话说，用刚性平面即刚性平面系统  $E$  来代替，当  $E$  在它所在平面内或相对于固定起算平面  $E_0$ （起重机机座、机架）运动而改变位置时，它以某种方式从位置  $E_1 = \overline{A_1B_1}$  移到位置  $E_2 = \overline{A_2B_2}$ （图 2）。

在其所在平面内运动的机构构件，或与这物体相连的平面  $E$ ，可以用这平面内的线段  $AB$  表示，这时， $AB$  从用线段  $\overline{A_1B_1}$  表示的位置 1 移到与线段  $\overline{A_2B_2}$  相对应的位置 2。

互相对应点或相应点  $C_1$  和  $C_2$ ，可以用作出全等（重合）三

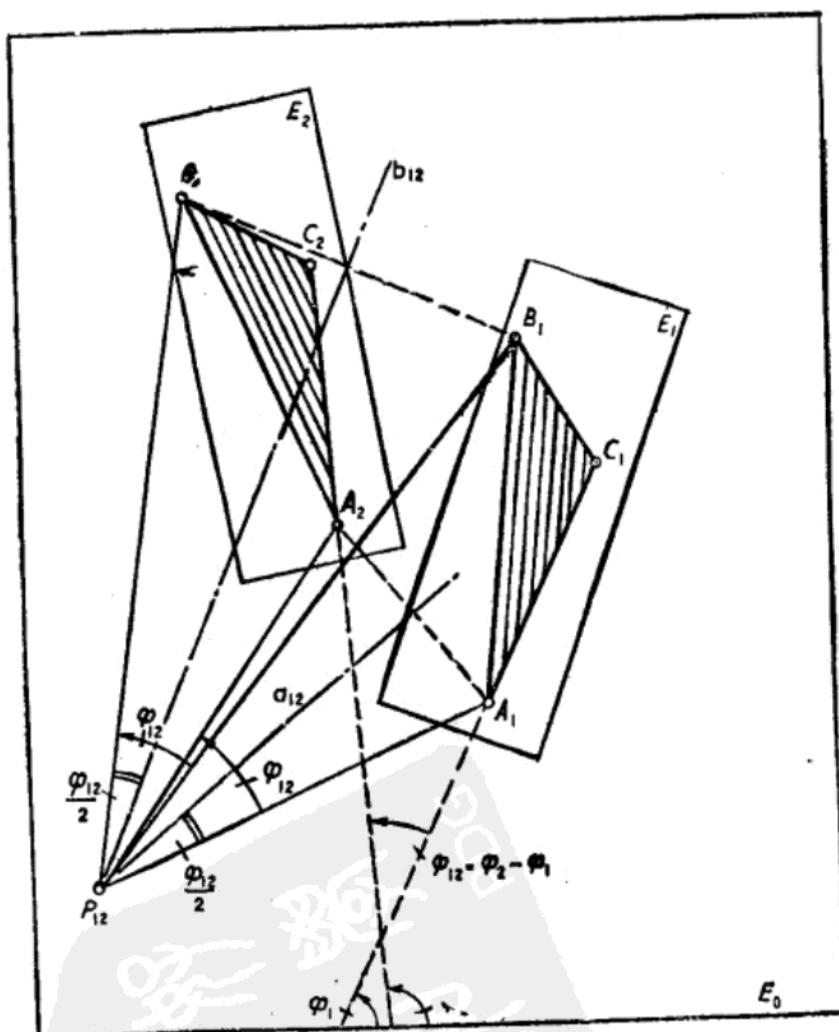


图 2 在机构构件两个相邻位置时的平面运动平面  $E$ 。  
 $P_{12}$  是  $E_1$ 、 $E_2$  二位置的极点，它是连接二相应点的线段  
 $\overline{A_1A_2}$ 、 $\overline{B_1B_2}$  的对称轴  $a_{12}$ 、 $b_{12}$  的交点

角形  $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_2B_2C_2$  的方法求得。

研究构件相邻位置 $\ominus$ 之间的几何关系，对于铰接机构的综合来说，是卓有成效的，并且具有非常重要的实际意义。它是所谓“尺寸综合”或“机构定量理论”即按照所提出的几何、动力学、工艺等等条件确定机构构件尺寸的基础之一。

例如，图1中德马克型高架起重机的起重臂 $a$ ，在向里收缩和返回初始位置时，应使能量的消耗为最小，这样，当起重臂 $a$ 从位置  $A_1B_1$  移到位置  $A_2B_2$  时，起重臂 $a$ 上 $D$ 点要沿水平直线  $\delta\delta'$ ，或者至少沿接近于水平直线的曲线运动。

如果只研究对应于  $\delta\delta'$  上 $D$ 点位置  $D_1$ 、 $D_2$  的构件二位置  $A_1B_1$ 、 $A_2B_2$ ，则可以取线段  $A_1A_2$ 、 $B_1B_2$  的对称轴上任一点作为固定铰链  $A_0$ 、 $B_0$ ；但是，在这样的情况下， $D$ 点将不能精确地沿着直线  $\delta\delta'$  运动。要实现上述这个条件，还必须研究起重臂许多中间位置  $A_3B_3$ 、 $A_4B_4$ …和对应的  $D$ 点在  $\delta\delta'$  上的许多位置  $D_3$ 、 $D_4$ …。于是，问题可以下述的形式提出：在起重臂 $a$ 的平面 $E$ 内求出  $A'$  和  $B'$  点，使与这两个点相对应的点  $A'_1$ 、 $A'_2$ 、 $A'_3$ 、 $A'_4$ …和  $B'_1$ 、 $B'_2$ 、 $B'_3$ 、 $B'_4$ …分别位于某两个圆  $k'_A$  和  $k'_B$  上，于是这二圆的中心便可以用作支承铰链  $A_0$  和  $B_0$ 。

在给定构件三个位置时，问题是不难解决的，因为可以求出通过  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  和  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$  的圆的中心作为  $A_0$  和  $B_0$ 。在给定构件四个位置的情况下，就需要更详细地研究这时所产生的某些几何关系了。

进一步的研究的目的在于找出这些规律性，并把这些规律性转化成设计人员便于实用的形式，换句话说，深入研究用于机构综合的力学、运动学和数学的基本原理。

## § 2 机构构件的两个相邻位置

按照 § 1 中所述，图3中运动刚性平面 $E$ 的位置用线段  $AB$

⊖ 构件的相邻位置指彼此相距任何有限距离的位置，有别于无限接近的位置——编译者注