

中等专业学校教材

材料力学

湖南省水利水电学校 李明 编

501

水利电力出版社

内 容 提 要

本书为中等专业学校水利类教材，适用于水利工程建筑和农田水利专业。也可供水利工程技术人员参考。

全书共十章，主要包括：绪论及基本概念、轴向拉伸和压缩、扭转和剪切、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态和强度理论、组合变形、压杆稳定和动荷载等。每章均附有小结、思考题和习题。

中等专业学校教材

材料力学

湖南省水利水电学校 李明 编

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 13.5印张 304千字

1985年5月第一版 1985年5月北京第一次印刷

印数00001—25910册 定价 2.40元

书号 15143·5670

前 言

本书是根据一九八二年水利电力部教育司制定的中等专业学校水利水电工程建筑和农田水利工程专业材料力学教学大纲编写的。

在编写时，力求做到：紧扣教学大纲，贯彻“少而精”原则，删繁就简，重点突出；在对问题的分析上，从实际出发，阐明分析问题的方法，达到培养学生独立解决问题的能力，由浅入深，循序渐进；在教材组织上，按照教学规律，由简及繁，难点分散。例如应力状态一章，从主平面单元体的应力导出斜截面应力的计算公式，再介绍应力圆的概念，用应力圆求解斜截面应力和主应力等，这样可使读者易于掌握。为了体现教材的内在联系，把扭转和剪切合并成一章，通过薄壁圆管的扭转，介绍有关剪切的两个基本定律。在连接件的计算中，阐明剪切和挤压的实用计算方法；为了加强实践性教学环节，书中安排了较多的例题和习题，各章均附有小结及思考题。

本书采用国际单位制，并附有国际单位制与工程单位制换算表，以供查用。

书中带“*”号部分，可视专业需要作为选学内容。

本书由陕西省水利学校刘震坤同志主审。在编写过程中，曾邀请主审人和四川省水利学校张学裕、广西水电学校黄汉炎、辽宁省水利学校潘书勇等同志参加初审会议，对本书的内容安排，例题选择等方面，提出了许多建设性意见，在此一并致谢。

限于编者水平，本书一定存在不少的缺点和不妥之处，诚恳地希望广大读者提出宝贵意见。

编 者

1984年6月

目 录

前 言

第一章 绪论	1
§ 1-1 材料力学的任务与对象	1
§ 1-2 材料力学发展简史	2
§ 1-3 材料力学的研究方法	4
§ 1-4 材料力学的基本假设	4
§ 1-5 杆件变形的基本形式	5
思考题	6
第二章 轴向拉伸和压缩	7
§ 2-1 概 述	7
§ 2-2 内力、截面法、轴力及轴力图	7
§ 2-3 轴向拉、压杆的应力	8
§ 2-4 轴向拉、压杆的变形	12
§ 2-5 材料在拉伸和压缩时的力学性能	13
§ 2-6 轴向拉伸和压缩时的强度计算	19
§ 2-7 考虑自重影响时的计算	22
§ 2-8 应力集中的概念	24
* § 2-9 简单拉、压超静定问题的解法	25
小 结	28
思考题	29
习 题	30
第三章 扭转和剪切	34
§ 3-1 概 述	34
§ 3-2 扭矩和扭矩图	34
§ 3-3 薄壁圆管扭转剪应力、剪应力互等定理和剪切虎克定律	37
§ 3-4 圆轴扭转时的应力和变形	39
§ 3-5 圆轴扭转时的强度和刚度计算	44
§ 3-6 矩形截面杆扭转简介	46
§ 3-7 连接件的强度计算	48
小 结	52
思考题	53
习 题	53
第四章 弯曲内力	57
§ 4-1 概 述	57
§ 4-2 梁的内力——剪力和弯矩	58

§ 4-3 剪力图和弯矩图	61
§ 4-4 剪力、弯矩和荷载集度间的关系	65
§ 4-5 用叠加法作剪力图和弯矩图	70
小结	71
思考题	72
习题	72
第五章 弯曲应力	77
§ 5-1 概述	77
§ 5-2 梁横截面上的正应力	77
§ 5-3 惯性矩的计算	81
§ 5-4 梁的正应力强度条件及其应用	86
§ 5-5 梁横截面上的剪应力	90
§ 5-6 梁的强度计算	95
§ 5-7 梁的合理截面形式	97
§ 5-8 非对称截面梁的弯曲、开口薄壁截面梁的弯曲中心	98
* § 5-9 非弹性弯曲的概念	100
小结	101
思考题	102
习题	103
第六章 梁的变形	107
§ 6-1 概述	107
§ 6-2 挠曲轴线的近似微分方程	107
§ 6-3 用积分法求梁的变形	109
§ 6-4 用叠加法求梁的变形	114
§ 6-5 梁的刚度校核	116
* § 6-6 简单超静定梁的解法	117
小结	119
思考题	120
习题	120
第七章 应力状态和强度理论	122
§ 7-1 应力状态的概念	122
§ 7-2 平面应力状态的分析——解析法	123
§ 7-3 平面应力状态的分析——图解法	125
§ 7-4 梁的主应力及主应力迹线	130
§ 7-5 三向应力状态的最大应力	132
§ 7-6 广义虎克定律、变形能的概念	133
§ 7-7 强度理论	133
小结	140
思考题	142
习题	142

第八章 组合变形	146
§ 8-1 概述	146
§ 8-2 斜弯曲	146
§ 8-3 压缩(拉伸)与弯曲的组合	150
§ 8-4 偏心压缩(拉伸)	153
§ 8-5 弯曲与扭转的组合	157
小结	161
思考题	161
习题	162
第九章 压杆稳定	165
§ 9-1 压杆稳定的概念	165
§ 9-2 压杆的临界力	166
§ 9-3 压杆的临界应力	171
§ 9-4 压杆的稳定计算	174
§ 9-5 提高压杆稳定性的措施	178
小结	179
思考题	179
习题	180
第十章 动荷载简介	182
§ 10-1 动荷载的概念	182
§ 10-2 杆件作匀加速运动时的应力和变形	182
§ 10-3 杆件作匀速转动时的应力	184
§ 10-4 直杆受轴向冲击时的应力	185
* § 10-5 交变应力及其对构件强度的影响	187
小结	189
思考题	190
习题	190
附录I 型钢表	192
附录II 工程单位制和国际单位制对照表	204
附录III 习题答案	205

第一章 绪 论

§ 1-1 材料力学的任务与对象

材料力学是研究工程结构或机器各种构件（零件）承载能力的一门科学。任何结构或机器都是由许多构件组成的，例如水利工程中常见的闸门启闭台（图 1-1）是由闸墩、刚架、梁、板等构件组成。

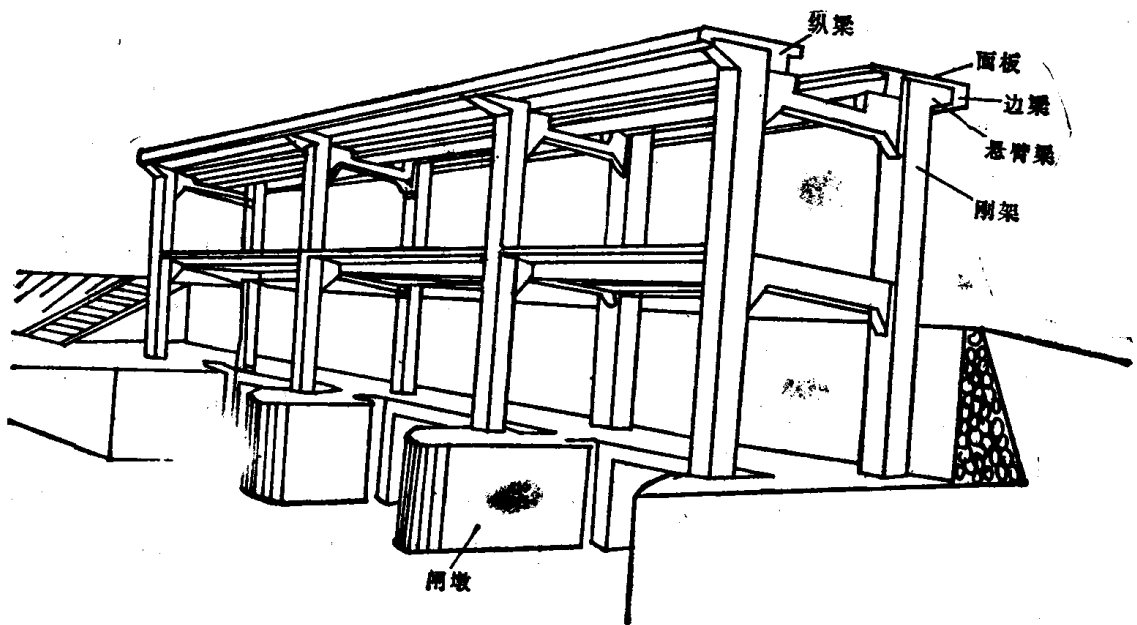


图 1-1

当结构或机器工作时，这些构件都将受到外力的作用，因而产生内力和变形。实践表明，外力愈大，则内力和变形也愈大。若内力或变形过大时，整个结构或构件将不能正常工作，甚至破坏。显然，这是设计中不允许的。

一般说来，构件的承载能力，主要反映在以下三个方面。

1. 强度（即构件抵抗破坏的能力）

构件必须具备足够的强度，以保证在外力作用下不发生破坏，

2. 刚度（即构件抵抗变形的能力）

构件必须具备足够的刚度，以保证在外力作用下不发生过大的变形。或者说，构件的变形应限制在某一允许的范围內，

3. 稳定性（即构件维持其原有平衡状态的能力）

构件必须具备足够的稳定性，以保证构件不会因失稳而毁坏。

例如一根中心受压的细长直杆（图1-2），当轴向压力不大时，杆能维持其原有直线状态的平衡。当压力增大到一定数值时，杆就会由原来的直线形状突然变弯。这种突然改变其原有平衡状态的现象，称为“丧失稳定”，简称“失稳”。这是工程设计中所不允



图 1-2

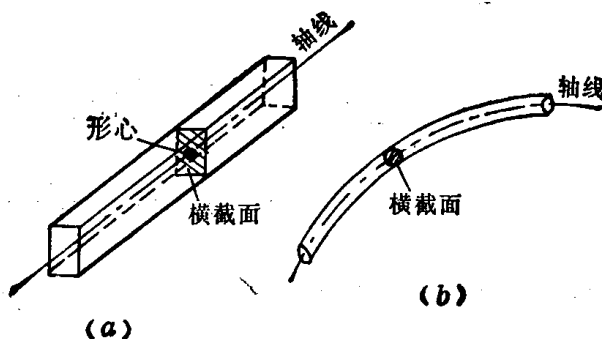


图 1-3

许的。

上面提到的闸门启闭台，在外力作用下，每一构件都必须具有足够的强度、刚度和稳定性，才能保证整个启闭台的正常工作。如果因纵梁强度不够而毁坏，或者因闸门变形过大而漏水，或者因刚架的立柱失稳而弯折，都将使整个启闭台的工作受到影响，甚至造成严重的工程事故。

如果所设计的构件能满足强度、刚度和稳定性要求，我们就认为这个设计是安全的。一般说来，只要选用较好的材料和较大的截面尺寸，安全是可以保证的。但是，过度的安全，会造成材料的浪费而不符合经济的原则。材料力学作为一门科学，在设计每一构件时，都必须保证构件在安全的前提下，做到最大的节约。安全与经济是一对矛盾，材料力学正是在不断解决这对矛盾的过程中发展起来的。

综上所述，材料力学的主要任务是：研究各种构件在外力作用下的内力和变形。在保证满足强度、刚度和稳定性的前提下，为构件选用适宜的材料、确定合理的截面形状和尺寸，以达到既安全又经济的目的。

材料力学的研究对象主要是“杆件”，所谓杆件是指纵向（长度方向）尺寸远比横向（垂直于长度方向）尺寸大得多的构件，例如柱、梁和传动轴等。杆有两个主要的几何因素，即横截面和轴线。前者指的是沿垂直于轴线方向的截面，后者即为所有横截面形心的连线（图1-3）。

在工程中有些大体积结构如重力坝、挡土墙和闸墩等所谓“块体”，在强度计算中，有时也可近似地利用材料力学原理和方法。

§1-2 材料力学发展简史

恩格斯在谈到科学的发展时指出：“科学的发生和发展从开始起便是由生产所决定的”。同样，材料力学也是随着人类社会生产实践的发展而发生和发展起来的，是人类长期生产实践经验的结晶。

人类在和大自然作斗争的漫长历程中，为了生存和发展，需要不断地创造和改进工具，建造房屋、舟车、桥梁、堤坝等建筑物。制造工具和修造建筑物都需要各种材料。人类最初使用的是石料、木材等天然材料，后来又使用砖瓦、钢铁、水泥等人造材料。在长

期的生产过程中，人类逐渐地认识了各种材料的性能，并逐步掌握了有关材料力学知识。但是，一直到十六世纪，人们在创造机械和建造房屋、桥梁等建筑物时，对于构件的尺寸主要还是依靠过去的经验来确定，而不是根据严密的计算理论。也就是说，在十七世纪以前，材料力学还停留在经验积累的阶段上，还没有上升为系统的科学理论。

从十五世纪下半叶开始，欧洲从封建社会向资本主义社会过渡。随着商业资本的蓬勃兴起，出现了采用机器生产的大规模的近代工业。航海、冶金、建筑和机械等新兴工业向力学提出了一系列新的技术问题。这些问题的解决，不仅推动了生产，同时也极大地促进了力学的发展。材料力学就是在这样的背景下逐步形成和发展起来的。首先是意大利科学家伽里略（1564—1642年），用实验方法研究了梁及其他构件的截面尺寸与它们所能承担的荷载之间的关系。1660年英国科学家虎克在实验的基础上创立了著名的虎克定律，为材料力学的发展奠定了基础。十八世纪，瑞士科学家欧拉和意大利科学家伯努利相继研究了梁的弯曲理论，并作出了重要贡献。欧拉还首次研究了压杆稳定问题。1784年法国科学家库仑提出圆轴扭转理论。1856年俄国桥梁工程师儒拉夫斯基发现弯曲时剪应力的存在，并提出了计算组合梁的方法。1882年德国科学家莫尔发表了应力分析的图解方法——莫尔圆，这样，到上世纪末叶，材料力学的基础理论已坚实地建立起来，发展到今天，它已成为一门内容丰富，应用极为广泛的技术基础科学。从上面的叙述可以看出，生产实践是力学发展的基础和源泉。材料力学的发展主要依赖于社会生产的推动，当然也与几百年来世界各国许多科学家的辛勤劳动分不开；它是人类社会长期生产实践经验的总结和提高，也是好几代科学家集体贡献的光辉成果。

我国是世界文明发达最早的国家之一。我们的祖先在长期的生产斗争中创造了光辉灿烂的古代文化，在建筑、水利、机械等方面都有辉煌的成就。据考古发掘的材料考证，早在五千年前的仰韶文化时期，我国已能利用木结构建造墙壁不承重的房屋。四千年前的龙山文化时期，我国劳动人民已能烧制石灰作为建筑材料。到商代（公元前十六世纪～公元前十一世纪）已出现具有一定规模的城市、宫殿、庙宇和防御工程。举世闻名的万里长城和都江堰、郑国渠等大型水利工程，修建于两千年前的秦朝。我们的祖先很早就创造了拱桥的形式，至今尚存的桥梁中最古老的河北赵州桥，跨长37米，矢高只有7米，两端还建有四个有助于泄洪的腹拱，设计十分精巧。此桥建于隋朝，历经1300多年，至今仍然屹立在洹河上。在欧洲，类似形式的拱桥在本世纪初才有出现。公元1056年（辽代）建成的山西应县佛宫寺木塔，高九层共67米，规模宏大，气势雄伟，九百多年来历经几次大地震，现仍保存完好，是我国现存最早的高层木结构建筑。我国在战国末年就已经知道利用齿轮传动，到西汉初年就有了齿轮系。据《魏书》记载，晋代就有了水碾、水磨，说明当时已能解决圆轴扭转的强度问题。我国在隋朝已能建造高达百尺、容纳八百多人的大船。明朝郑和七次远航南洋群岛，并且到达非洲，这比意大利人哥伦布发现美洲还要早几十年，可见当时造船工业的发达。

这些资料说明，直到十四世纪的明朝为止，我国不论在经济、文化方面，还是科学技术方面，都在全世界范围内居领先地位。许多古代建筑之所以能够长期经受自然灾害的侵袭而巍然屹立，说明我国古代劳动人民积累了丰富的生产经验，已能很好地掌握砖、石、

铁、木等各种材料的性能和材料力学的基本知识。如北宋时李诫编著的《营造法式》一书中，就有从圆木中截取抗弯强度最大的矩形截面梁的经验公式：“凡梁之大小，各随其个分为三分，以二分为厚。”即取矩形截面的高宽比为3:2。按照现代材料力学理论计算，这个比例为2.83:2，误差只有6%，可见当时已经掌握了木梁的性能。《营造法式》是在总结历代建筑经验的基础上编纂而成的，全书36卷，包括建筑结构、构件、工料和施工工艺等，内容极为丰富，是我国古代留传下来的最完整的建筑法规，也是世界建筑史上最早、最完备的建筑专著。书中还给出了不少有关木结构强度问题的经验公式和数据，实际上也可以认为已是理论探讨的前奏。但由于我国封建制度的长期延续，使生产力和科学技术的发展受到严重束缚，明朝以后，我国的科学技术水平逐渐地落到了欧洲的后面。材料力学也和其他科学一样，一直停顿在经验阶段而没有多大的提高。

解放后，我国的工农业生产得到了蓬勃发展。建国三十五年来，我国在工业民用建筑、水利水电建设、交通运输、机械制造以及新兴的能源和航空、航天工业等各个部门都取得了辉煌的成就。在生产发展的同时，我国的科学技术包括材料力学的理论研究和应用也获得迅速的发展和提高。近年来，电子计算技术日益普及，矩阵分析、有限元法等结构计算中已得到广泛应用，实验应力分析和断裂力学等新的力学分支也有很大发展，这些都进一步充实和扩大了材料力学的研究和应用范围，使材料力学的理论和实践更加丰富。

§ 1-3 材料力学的研究方法

材料力学是一门技术基础课，它所研究的都是比较复杂的实际问题。为了研究方便，常常应用抓主要矛盾的方法，即抓住事物的本质，略去次要因素，提出若干假设，把问题加以简化，建立起理想的力学模型，然后进行理论分析。在理论分析过程中，又以数学、物理学和理论力学等先行课程为基础，从构件变形的几何特征出发，联系力与变形间的物理定律以及静力学原理，对以上三个方面进行综合分析，以得出正确的结论。

为了充分认识材料的力学性能，需要进行材料力学试验。在本课程中，试验既是理论推导的基础，又是测定材料性能的手段。它既可用于检验理论的正确与否，又可用于独立解决较复杂的力学问题。由此可见，理论分析和试验研究在材料力学中具有同等重要的意义。

在材料力学中，为了避免数学演算的繁琐，常常采用较为近似的方法。由此而得的材料力学定律和结论，都能较正确地反映客观事物的规律，其准确程度在工程实际中已足够应用。

§ 1-4 材料力学的基本假设

构件所用的材料如钢、铁、砖石和木材等都是固体，而且在受力后都将发生变形，这样的物体统称为“可变形固体”。当外力不超过某一范围时，绝大多数可变形固体在除去外力后还可恢复原状。但当外力过大而超过了某一限度时，则在除去外力后，只能部分地恢复而会残留下一部分变形。我们把除去外力后能完全恢复的那种变形称为“弹性变形”，

不能恢复而残留下那种变形称为“塑性变形”。物体能够恢复变形的特性称为“弹性”，在除去外力后，变形不能全部消失而会残留下部分变形的特性称为“塑性”。应当指出：所谓物体的弹性或塑性都是就某一特定条件而言的，例如金属在常温下是弹性的，而在高温下却是塑性的。本课程主要研究物体在常温条件下处于弹性阶段的问题。

对于真实的可变形固体，就其物质结构和具体组成来说，是一个非常复杂的研究对象。为了研究的方便，常根据其性质作出如下的基本假设。

（一）材料均匀连续假设

这个假设认为物体的力学性能在处处都是均匀的，而且把物体看成是密实的质点组合而成，即物体的整个体积内部充满着物质而没有一点空隙。

实际上，一般工程材料都具有不同程度的非均匀性和孔隙。例如金属是由许多微小晶粒组成，各个晶粒的性能并不完全相同，晶粒交接处的晶界物质与晶粒本身的性能差异更大。但是，由于晶粒尺寸和空隙尺寸远小于构件尺寸，且晶粒的排列又极不规则，故可应用统计平均值的概念，认为材料是均匀连续的。这样构件内的某些物理量（例如应力、应变等）就可以用坐标的连续函数表示。

（二）材料各向同性的假设

这个假设认为材料在各个不同方向都具有相同的力学性能。例如钢材、玻璃和混凝土等都可以看作是各向同性材料。根据这个假设，我们从构件的任何部分取出的微小六面体在各个方向都具有相同的性能。对于那些只在一定的方向上才有相同性能的材料，则属于各向异性材料，例如木材、钢丝等。

（三）变形微小的假设

这个假设认为构件受力后，其几何形状、尺寸等的改变与其原尺寸比较是很微小的。因为变形很小，所以在求解约束反力和内力时，可以忽略物体的变形，从而使问题简化。虽然这样会引起一些误差，但数值是很微小的，在实用上可以不计。

除了上述几个基本假设外，在材料力学中还常常对某些具体问题采用一些简化计算的假设，这在以后有关的章节中将分别指出。

§ 1-5 杆件变形的形式

杆件在外力作用下产生的变形，因外力作用的方式不同而有下列四种基本形式。

- （1）轴向拉伸和轴向压缩[图1-4(a)]；
- （2）剪切[图1-4(b)]；
- （3）扭转[图1-4(c)]；
- （4）弯曲[图1-4(d)]。

在工程实际中，有些构件的变形虽较复杂，但总可以看作是由以上几种基本变形组合而成，称为“组合变形”。例如挡土墙是弯曲与压缩组合[图1-5(a)]，手摇绞车的主轴是弯曲与扭转的组合[图1-5(b)]。本书将首先分别讨论各种基本变形，然后讨论比较复杂的组合变形。

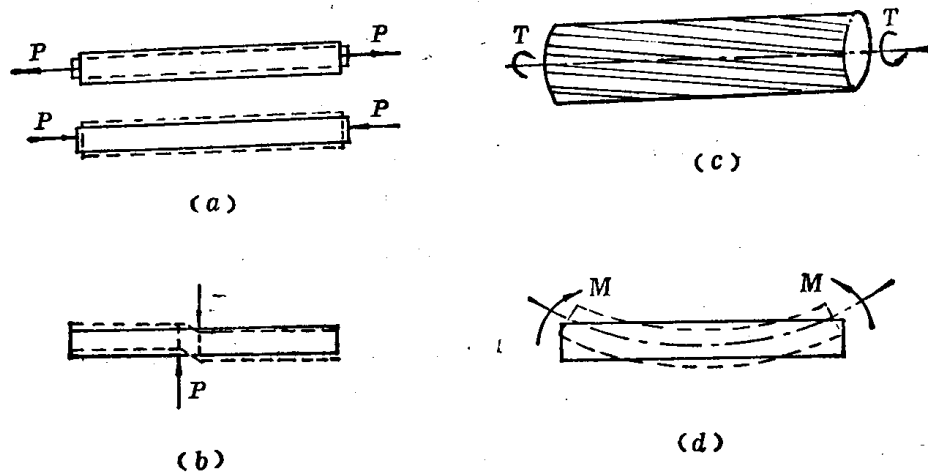


图 1-4

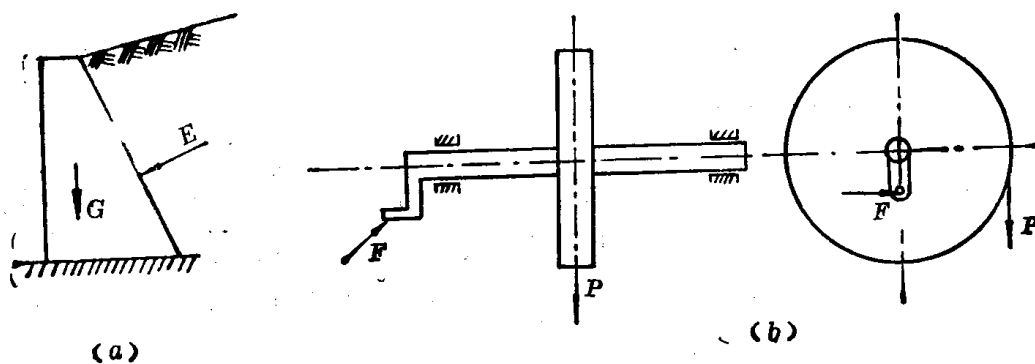


图 1-5

思考题

1. 材料力学的任务和对象是什么？
2. 简要说明构件的强度、刚度和稳定性等基本概念。
3. 结合材料力学发展史说明科学发展与生产实践之间的关系。
4. 杆件有哪几种基本变形形式？它们的受力特点是什么？
5. 在材料力学中，对材料有哪些基本假设？为什么要有这些基本假设？

第二章 轴向拉伸和压缩

§ 2-1 概 述

在工程结构和机器中,有许多构件是轴向拉伸或压缩作用。例如桁架中的杆件[图2-1(a)],蒸汽机中的连杆[图2-1(b)]等。这些杆件所受的外力都是沿杆轴线作用的,在这种情况下,杆的变形是轴向拉伸或轴向压缩。

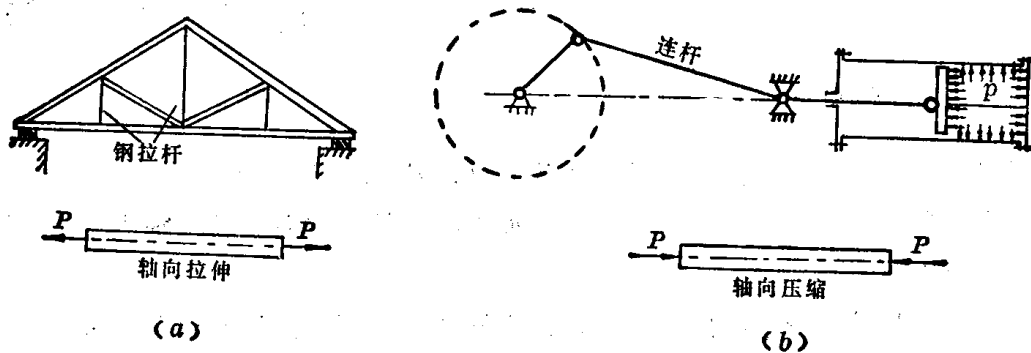


图 2-1

本章主要讨论轴向拉伸和压缩时杆的内力和变形,并对材料在受拉、压时的力学性能进行实验研究,从而得出轴向拉、压杆的强度计算方法。

§ 2-2 内力、截面法、轴力及轴力图

一、内力的概念

组成物体的各质点间原来就存在着互相作用的结合力。当外力使物体发生变形因而各质点发生相对位移时,各质点间的距离改变,相互作用的结合力也就有所改变,这种因外力作用而引起的质点间结合力的改变量我们称为“内力”。显然,若外力消失,则内力也消失,外力增大,内力也增大。但是对一定的材料来说,内力的增加只能在材料所特有的限度之内,超过这个限度,物体就会破坏。所以,内力与强度是密切相关的。

二、截面法、轴力及轴力图

设一直杆,两端受轴向拉力 P 作用[图 2-2(a)]。为了求出此杆任一横截面 $m-m$ 上的内力,我们可假想地用一个平面,沿截面 $m-m$ 将杆切断,把它分成 I、II 两部分,弃去一部分例如 II,而以 I 作为研究对象,并将 II 对 I 的作用力用该截面上的内力 N 代替[图 2-2(b)]。对于 I 来说,这个内力 N 就成为外力。对 I 建立平衡方程

$$\sum X = 0 \quad N - P = 0 \quad \text{得 } N = P$$

力 N 的作用线与杆轴线重合,即垂直于横截面并过截面形心,这样的内力称为“轴力”。若取 II 为研究对象[图 2-2(c)],则由作用和反作用定律可知,II 与 I 在同一截面上的内力数值相等而指向相反。所以,当我们要求任一截面上的内力时,无论选取哪一部分来分

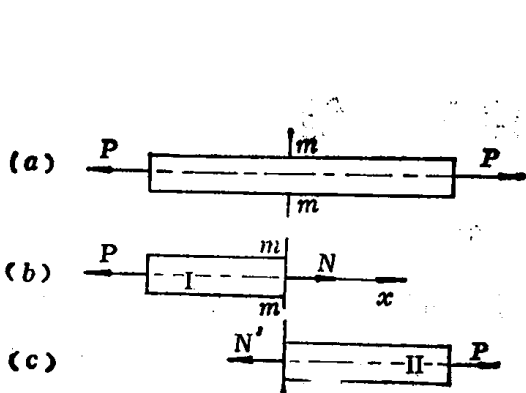


图 2-2

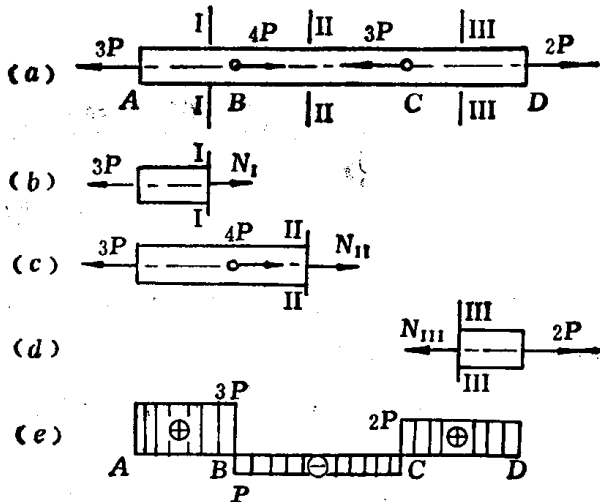


图 2-3

析，都可得到同样的结果。这种计算内力的方法，称为“截面法”。

轴力的正负号，可以联系杆的变形规定如下：拉杆为轴向伸长，轴力为正；压杆为轴向缩短，轴力为负。

如果杆上同时受许多个轴向外力作用，则杆的不同部分的横截面上，将有不同的轴力。例如图2-3(a)所示的杆件，各指定截面上的轴力均可用截面法求出

$$N_I = 3P \text{ [图2-3(b)]} \quad N_{II} = 3P - 4P = -P \text{ [图2-3(c)]}$$

$$N_{III} = 2P \text{ [图2-3(d)]}$$

从上面的计算中可总结出求轴力的一般法则为：任一截面上的轴力，在数值上等于该截面左边（或右边）所有轴向外力的代数和。其符号规定为：拉力为正，压力为负。

为了清晰地表明轴力沿杆轴方向的变化情况，以便确定轴力的最大值及其在截面位置。可按选定的比例尺先画一基线平行于杆轴线，它的坐标表示横截面位置，而以垂直于杆轴线的坐标（纵坐标）表示轴力的大小，由此得到的图形称为“轴力图”。习惯上将正的轴力画在基线上侧，负的轴力画在基线下侧。

在上例中，根据所求得各截面上的轴力画出杆的轴力图，如图2-3(e)所示。由图可见，杆的最大轴力 $N_{max} = 3P$ ，发生在AB段内。

§ 2-3 轴向拉、压杆的应力

一、应力的概念

在确定了拉（压）杆的轴力后，还不能立即判断杆在外力作用下是否会因强度不够而破坏。例如有两根材料相同的拉杆，一根较粗，一根较细，在相同的轴向拉力作用下，两根杆的轴力相等，但细杆可能被拉断而粗杆不断。这是因为轴力是杆的横截面上分布内力的合力，而要判断杆的强度是否足够，还必须知道横截面上的分布内力集度，通常称为“应力”。由于轴力沿横截面的法线方向作用，与它相应的应力必然沿此截面的法线方向，称为“法向应力”或“正应力”，用符号“ σ ”表示。为了要求横截面 $m-m$ 上任一点 M 处

的正应力 σ ，可在 M 点周围取一微面积 ΔA ，设此微面积 ΔA 上分布内力的合力为 ΔN （图2-4），则比值 $\left(\frac{\Delta N}{\Delta A}\right)$ 称为 ΔA 上的平均正应力。但在一般情况下，截面上的正应力并不一定是均匀分布的，所以，应将一点处的正应力定义为 $\frac{\Delta N}{\Delta A}$ 在所取 $\Delta A \rightarrow 0$ 时的极限值。即

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \frac{dN}{dA} \quad (2-1)$$

应力的单位：在国际单位（SI）制中，应力的单位为“帕斯卡”，中文代号为“帕”，国际代号为“Pa”， $1\text{Pa}=1\text{N}/\text{m}^2$ ，式中 N/m^2 代表牛顿每平方米。在实际计算中通常用“千帕”（ $1\text{kPa}=10^3\text{Pa}$ ）、“兆帕”（ $1\text{MPa}=10^6\text{Pa}$ ）。在工程单位制中，应力的单位为公斤每平方厘米（ kg/cm^2 ）、或公斤每平方毫米（ kg/mm^2 ）等。

上述两种单位制的换算关系为

$$1\text{Pa} = \frac{1}{9.81 \times 10^4} \text{kg}/\text{cm}^2 \approx 1 \times 10^{-5} \text{kg}/\text{cm}^2$$

$$1\text{kPa} = 1 \times 10^{-2} \text{kg}/\text{cm}^2$$

$$1\text{MPa} = 1 \times 10 \text{kg}/\text{cm}^2$$

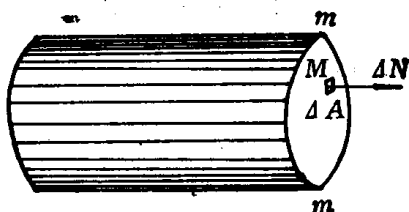


图 2-4

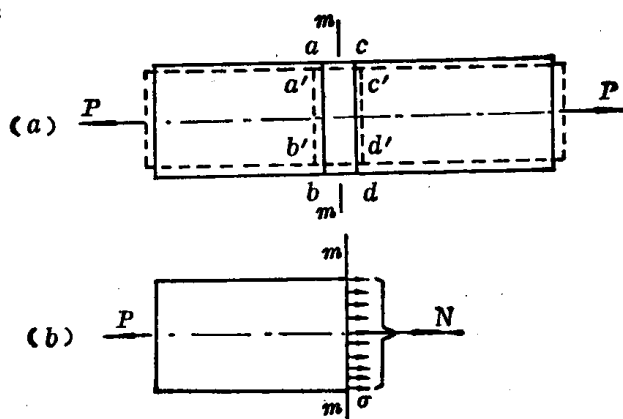


图 2-5

二、轴向拉（压）杆横截面上的正应力

如前所述，用截面法求出轴力后，还不能立即求出应力，这是因为应力在横截面上的分布规律还不知道。因此，我们必须通过试验，观察杆件受力后表面的变形情况，经过判断和推理，作出杆内部变形的几何假设，然后根据内力与变形的物理联系，得出应力在截面上的分布规律，最后应用静力学原理，才可导出应力的计算公式。下面举例说明这一方法。

取一直杆，在杆的表面作相邻的两条横向线 ab 和 cd 〔图2-5(a)〕，然后在两端加一对轴向拉力 P ，使杆发生伸长变形。此时可看到两横向线分别平移到 $a'b'$ 和 $c'd'$ 。根据这一现象，我们可以设想原为平面的横截面，在杆变形后仍为平面，这就是“平面变形假设”。由此可知，两横截面间所有纵向线的伸长都相同，横截面上各点的正应力都相等〔图2-5(b)〕。于是，按静力学求合力的方法即可得出横截面上正应力的计算公式：

由式(2-1) $dN = \sigma dA$ 得

$$N = \int_A dN = \int_A \sigma dA = \sigma A$$

得

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2-2)$$

式(2-2)对于轴向压缩杆同样适用。正应力 σ 的正负号规定和轴力一致,即拉力为正,正应力为负。

由式(2-2)可以看出:当杆的横截面面积 A 一定时,轴力愈大则正应力也愈大,当轴力 N 一定时,杆的横截面面积愈大则正应力愈小。这就表明,杆的破坏不仅与内力(或外力)有关,而且还与横截面面积有关。

例 2-1 图2-6表示用两根钢绳吊起一扇平面闸门。已知闸门的总启门力为60kN,钢绳圆截面的直径为2cm。试求每根钢绳所受的拉应力。

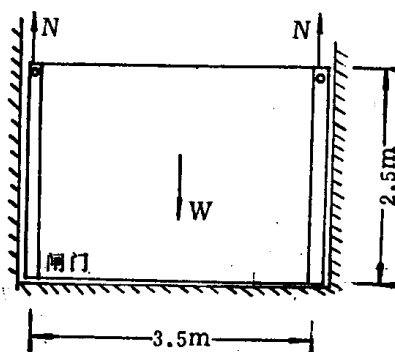


图 2-6

解: 闸门的总启门力为60kN,则每根钢绳受拉力为

$$N = \frac{60}{2} = 30\text{kN}$$

钢绳的横截面面积为

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{1}{4} \times 3.14 \times 2^2 \times 10^{-4} \text{m}^2$$

于是得钢绳所受的拉应力为

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{30 \times 10^3}{\frac{1}{4} \times 3.14 \times 2^2 \times 10^{-4}} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 95.5 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 95.5 \text{MPa}$$

例 2-2 图2-7(a)表示一个两层木脚手架,横梁上铺放工作平台板。设柱受到对称

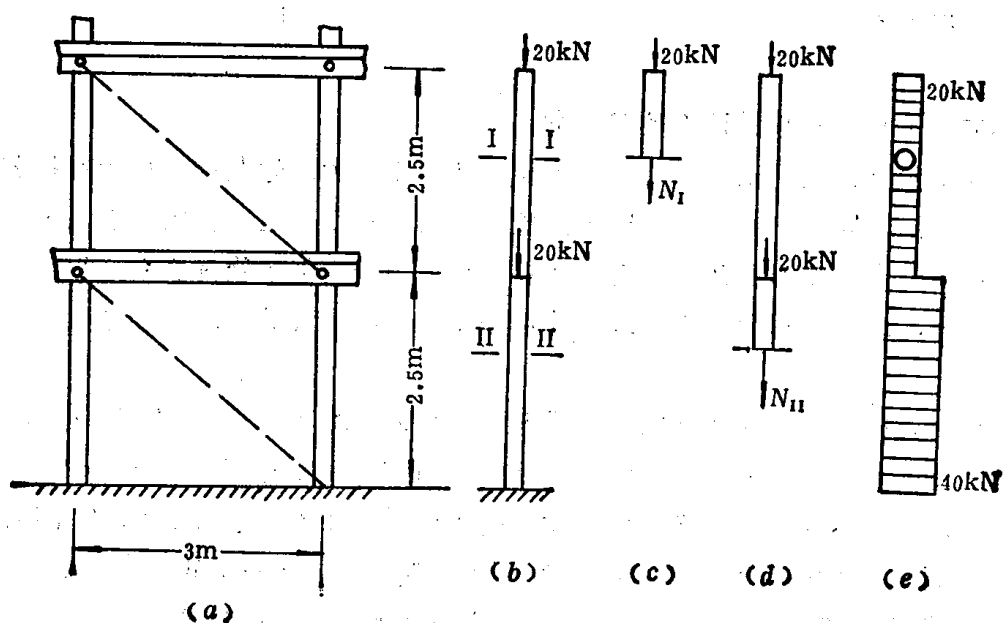


图 2-7

的轴向压力，其计算简图如图2-7(b)所示。若每层柱所受的压力均为20kN，柱的直径为15cm。试求柱的上段和下段的应力。

解：(1) 求各段内力：作截面I-I及II-II，分别取截面以上部分为研究对象，如图2-7(c)、(d)所示，根据平衡条件求得

$$N_I = -20\text{kN (压力)}$$

$$N_{II} = -40\text{kN (压力)}$$

画出柱的轴力图[图2-7(e)]。

(2) 求各段柱横截面上的正应力

$$\sigma_I = -\frac{N_I}{A_I} = -\frac{20 \times 10^3}{\frac{1}{4} \times 3.14 \times 15^2 \times 10^{-4}} = -1.13\text{MPa (压应力)}$$

$$\sigma_{II} = -\frac{N_{II}}{A_{II}} = -\frac{40 \times 10^3}{\frac{1}{4} \times 3.14 \times 15^2 \times 10^{-4}} = -2.26\text{MPa (压应力)}$$

应当指出，式(2-2)是根据正应力在横截面上均匀分布的结论导出的。这一结论，实际上只在杆上离外力作用点稍远的部分才正确。因为杆端外力总是通过各种不同的连接方式传递到杆上的。因此，在外力作用点附近的应力情况比较复杂，并非均匀分布。但是，圣文南原理指出：“外力作用于杆端方式的不同，只会使与杆端距离不大于横向尺寸的范围内受到影响”。由于圣文南原理已被试验所证实，故在轴向拉、压杆的应力计算中都以式(2-2)为准。至于杆端部分可采用各种局部加强的办法解决。

三、轴向拉、压杆斜截面上的应力

图2-8(a)示一拉杆，为要求出与横截面成 α 角的斜截面K-K上的应力，可用截面法将杆沿斜截面K-K切开，研究左段杆的平衡[图2-8(b)]：

$$\begin{aligned} \text{由 } \Sigma X = 0 \quad P_\alpha - P = 0 \\ \text{得 } P_\alpha = P \quad (a) \end{aligned}$$

P_α 是斜截面上分布内力的合力。设 p_α 为斜截面上任一点处的“总应力”，仿照横截面上正应力变化规律的分析过程，同样可得到斜截面上各点处的总应力 p_α 相等的结论。于是有

$$p_\alpha = \frac{P_\alpha}{A_\alpha}$$

式中 $A_\alpha = \frac{A}{\cos \alpha}$ 为斜截面面积，将它代入式(b)并利用式(a)即得

$$p_\alpha = \frac{P}{A} \cos \alpha = \sigma_0 \cos \alpha \quad (c)$$

式中 $\sigma_0 = \frac{P}{A}$ 为拉杆横截面上的正应力。

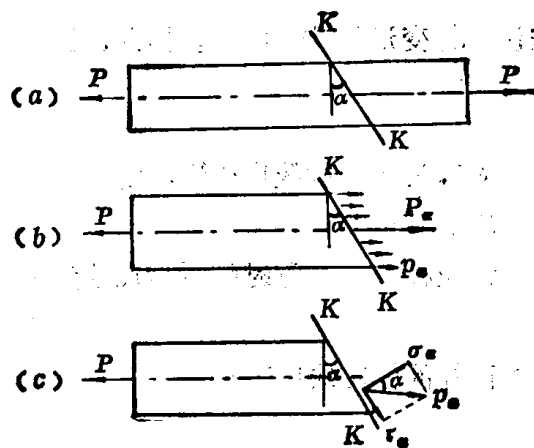


图 2-8

(b)

(c)