高等光学

赵建林　编著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

高等光学/赵建林编著.—北京:国防工业出版社,
2002.9
ISBN 7-118-02942-4

Ⅰ.高... Ⅱ.赵... Ⅲ.光学 Ⅳ.043

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 058260 号

国防工业出版社出版发行
(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)
(邮政编码 100044)
涿中印刷厂印刷
新华书店经售
*
开本 787×1092 1/16 印张 14½ 329 千字
2002 年 9 月第 1 版 2002 年 9 月北京第 1 次印刷
印数:1—2000 册 定价:20.00 元

前　言

本书是根据作者多年来在西北工业大学和中国科学院西安光学精密机械研究所讲授研究生“高等光学”课程的教案，并结合作者多年来从事现代光学基础研究的一些体会编写而成。全书共9章，第1章光的电磁理论基础，重点介绍麦克斯韦方程组及无源和有源空间的电磁波动方程；第2章无限大均匀各向同性介质中的光波场，重点介绍平面光波、球面光波、高斯球面光波等在无限大均匀各向同性介质中的基本传播特性以及光波场的色散特性；第3章平面光波的反射和折射，重点讨论单色平面光波在两种介质分界面上的反射和折射定律、菲涅耳公式、全反射时的倏逝波及古斯-汉森位移、平面光波在分层介质以及金属表面的反射和折射特性；第4章波导中的光波，重点讨论光波在金属波导、均匀薄膜波导、梯度折射率波导及光纤中的传播特性；第5章各向异性介质中的光波，重点讨论光波在各向异性晶体中的双折射传播规律、晶体光学性质的几何图形表示方法、单色平面光波在各向异性晶体表面的反射和折射以及晶体的线性电光效应；第6章光波叠加与相干性，重点讨论相干性的基本概念、部分相干理论基础以及干涉光谱学原理；第7章光波衍射与成像，重点讨论衍射现象的实质和理论描述、透镜的变换与成像特性、相干和非相干成像系统的普遍模型、相干传递函数及光学传递函数；第8章光线光学基础，重点讨论波动光学与几何光学的过渡关系，并介绍如何从零波长极限下的定态波动方程以及光学拉格朗日方程和光学哈密顿方程出发，建立几何光学的基本光线方程；第9章光波场的统计特性，重点讨论热光、激光以及激光散斑的一阶统计特性，并介绍激光散斑干涉计量的基本原理。书中还配有一定量的习题，并在附录中介绍了有关场论和傅里叶变换等数学知识。

本书内容按60学时课程计划编写。

本书可作为光学、光学工程、物理电子学、精密仪器及机械等相关专业研究生的高等光学课程教材，也可以作为有关专业高年级本科生相关课程的教学参考书。

在本书的编写和试用过程中，曾经得到了西北工业大学研究生院的热情支持和帮助，在此表示衷心的感谢。由于作者水平有限，如有错误和疏漏之处，敬请批评指正。

目　　录

绪 论

自从 1960 年第一台红宝石激光器的成功运行，光学开始了一场划时代的革命。这场革命的驱动源之一，是人们终于找到了得以从实验上实现伽博（Gabor）在 1948 年提出的全息术思想的方法以及在 1955 年被引入光学系统像质评价过程的光学傅里叶变换的较为理想的光源。在此之前，光作为信息的载体，一直是以其空间域的强度形式被加以利用。建立在作为携带信号的物光波与用于调制该信号的参考光波的衍射和相干叠加基础上的全息术，使得被记录的不仅包含光信号的空间强度分布，而且还包含了其空间相位分布。同样，光学傅里叶变换则使得在空间频率域中描述和处理光学信息成为可能，但前提是携带物体信息的光波必须具有良好的相干性。

所谓良好的相干性是指参与叠加的光波之间，除了具有同频率和同振动方向之外，还能够具有恒定的相位关系。光波间的相干性有空间和时间之分。来自光源不同点在同一时刻发出的光波间的相干性称为空间相干性（横向相干性）。来自光源同一点不同时刻发出的光波间的相干性称为时间相干性（纵向相干性）。一个光源的空间相干性和时间相干性优劣，微观上由其发光机制决定，宏观上则由其空间发光面积和单色性决定。只有通过受激辐射过程，才能获得具有高度相干性的光源。发光面积越小，光源的空间相干性越好；单色性越高，则光源的时间相干性越好。激光正是这样一种由物质原子或分子通过受激辐射而产生的具有高度方向性和单色性的光源，因而是一种较为理想的相干光源。

需要采用相干光照明或将其作为信息载体的光学成像系统，称为相干光学成像系统。相干光学成像的理论基础是光波场的标量衍射理论。按照这一理论，衍射被认为是传播中的相干光波场的波前受到某种调制（形象地讲，即限制）的必然结果。这就是说，无论对于在空间传播中的相干光波用何种手段作何种调制，都会引起光波场产生相应的衍射效应。由此出发，便可以将光波在空间或任何一个光学系统中的传播过程，看作是一系列不同衍射过程的累积。其所经过的每一种光学器件，都可以看作是一种专用的光调制器或处理器。傅里叶变换思想在光波衍射理论中的成功运用，使得人们有可能从一个更新的角度来认识光波的传播与衍射规律。按照傅里叶光学思想，任何一个复杂的相干光波场，都可以看成是由一系列方向不同的基元平面波场在空间的线性相干叠加。每一个方向的基元平面波，表征了该复杂波场的一个空间频率成分。光学傅里叶变换的功能就是将这些不同的空间频率成分在空间分开，以便能对其进行分析、调制和改善。其线性变换性质还保证了光学信息在变换过程中具有线性和空间不变特性。在近轴条件下，一个薄透镜就具有把不同方向的平面波会聚到其像方焦平面上不同点的能力。因而，近轴条件下的透镜作为一个线性傅里叶变换器便成为相干光学处理系统中最基本并且最重要的一种光学处理器。

光学信息处理最大的优势是其高速度、并行性及互连性。首先，光子在真空中的高速传播使得光信息在处理过程中的高速度显而易见；其次，光学图像信息及其变换过程本来

就是二维并行性的；此外，光子属于玻色子（boson），不带电荷，不易发生交互作用，因此光束可以在空间交叉传播而互不影响，这是实现无干扰互连的极好条件。

作为现代光学革命的另一个驱动源便是以晶体光学为基础的非线性光学的诞生。按照经典的电磁场理论，构成物质的大量原子或分子可以看成是在其各自平衡位置附近随机振荡的偶极振子，宏观上仍处于电中性。外场（如电场、磁场）的施加将使得这些偶极振子受到极化，极化强度与作用场的一次方成正比，并且无需时间的累积。同样，当光波进入某种透明介质时，具有极高频率的光波电磁场将使得处于随机振荡状态的介质原子或分子极化，并产生受迫的高频振荡，同时产生相同频率的偶极辐射。光波场与物质的这种相互作用过程被称为线性光学效应，这种线性效应构成了晶体光学的理论基础。然而，激光在带给人们高相干度光源的同时，也带来了一系列在此之前所未曾遇到过的新的光学效应，如二次谐波效应、光折变效应以及相位共轭效应等。这些新的效应表明，当具有一定强度的单束或多束激光通过某些光学介质时，光波场与该介质原子或分子间的相互作用变成了一种非线性过程。介质的极化不仅包含光波场的一次方的作用（线性作用），而且还包含了二次、三次甚至更高次方的作用（非线性作用），并且与极化的历史，或者说极化过程有关。首先得益于光学非线性效应的是信息光学，因为从这些非线性效应中，人们受到了启示，进而发现或发明了一系列可用于光学信息处理的非线性光学器件。

光调制器是光信息处理和光计算中光束控制和光信息记录的关键器件。非线性光调制器是根据非线性光学材料的折射率变化设计的。在二阶非线性光学材料中施加外电场或在三阶材料中施加光场即可产生折射率的变化，这种折射率的变化使得输出光信号的电场或光场相对于输入光波引起相移，相移的大小与材料的电光系数成正比，运用这一方法便可以改变光信号的强度、偏振态、频率和方向。此外，基于材料在多波混频过程中的三阶光学非线性效应或光折变效应而设计的相位共轭器件，实际上也是一种折射率调制器件，可用于畸变补偿、图像信号放大、相干与非相干转换、相关运算等。

作为现代光学革命的第 3 个驱动源便是光纤与光通信技术的诞生。1966 年，33 岁的高锟博士首次提出，直径仅几微米的透明玻璃纤维有可能作为导光与光信号传输的有效手段。1970 年，美国康宁玻璃公司首次拉制出了第一根可实用的光纤。将光波限制在一个只有几微米的狭窄范围内，使其通过在界面处的全内反射原理而将光信号从光纤的一端传送至另一端。光纤通信技术的出现，一方面促使了一门新的学科——导波光学的诞生，另一方面使传统的电信业焕发了青春。光纤所具有的大容量、超高速以及强抗干扰传输特性，奠定了当代互联网技术和数字化地球的基础，正在不断地缩短地球上不同地域及人群之间的距离。光纤除用作通信光缆外，还可以构成各种元件，如光纤面板、微通道板、光纤传光束和传像束以及各种光纤传感器，并且已成功地用于微光夜视仪、X 射线光增强器、工业和医用内窥镜及安全监测系统和高灵敏度非接触测量。光纤制导已成为加强现代军事装备的关键技术之一。此外，光纤还可以做成各种有源微型器件，如光纤激光器、光纤放大器、光纤倍频器等。

高等光学是光学、光学工程等专业研究生及相关专业高年级本科生的重要专业基础课程，是现代光学和光电子学的理论基础。诚然，我们不可能在短暂的几十学时内，用一本书和一门课程把经典乃至现代光学的所有方方面面的内容都涉及到并讲述清楚。作为基础，本书旨在解决这样一个问题，如何从光的电磁理论（麦克斯韦方程组、物质方程及边

值关系）出发，来分析和理解光波场在各种不同环境中的线性传播特性。因此本书的结构安排主要突出了以下几点：光的电磁理论基础——波动方程，光波在无界空间（真空及无限大均匀各向同性介质）中的传播，光波在界面上（介质及金属）的反射和折射特性，光波在有界空间（波导）中的传播，光波在各向异性介质空间（晶体）中的传播，光波场的叠加与相干性，光波场的衍射与成像特性，光波场的零波长极限与近轴光线光学，光波场的统计特性。基本上包含了现代光学各个分支的基础内容。希望在强调光学的系统性、简洁性、时代性及应用性的同时，能够以全新的概念给读者建立起一个从经典光学到现代光学的简明的系统理论构架。为后续的相关课程，如激光物理学、非线性光学、傅里叶光学、光学信息处理、全息光学、导波光学、晶体光学、应用光学、统计光学等，奠定必要的理论基础。

第 1 章　光的电磁理论基础

按照经典物理学观点，光是一种波长极短的电磁波。光的传播与电磁波的传播服从同一规律。光与物质相互作用现象实际上就是电磁场与物质相互作用的结果。也就是说，一切经典的光现象，如干涉、衍射、偏振、反射、折射、色散、成像等，均可以由电磁场理论给以解释。正因为如此，讨论光的经典传播问题时，都以电磁场理论为其基础，而电磁场理论又以麦克斯韦（Maxwell）方程组为基础，故麦克斯韦方程组是研究光波传播规律的基础之基础。本章将从麦克斯韦方程组出发，建立自由空间光波场所满足的波动方程。

1.1　电磁场的基本方程

1.1.1　麦克斯韦方程组

众所周知，描述电磁场的主要特征量是电场强度矢量 $\boldsymbol{E}$、电位移矢量 $\boldsymbol{D}$、磁感应强度矢量 $\boldsymbol{B}$ 及磁场强度矢量 $\boldsymbol{H}$。其中 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 为基本特征量，$\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 为辅助量，所有矢量均以粗体表示。电场与磁场之间由麦克斯韦方程组相联系，其积分形式包括如下 4 个方程：

$$\oint E \cdot \mathrm{d}l = -\iint_{\Sigma} \frac{\partial B}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\sigma \tag{1.1.1a}$$

$$\oint H \cdot \mathrm{d}l = \iint_{\Sigma} \left(J + \frac{\partial D}{\partial t} \right) \cdot \mathrm{d}\sigma \tag{1.1.1b}$$

$$\oiint_{\Sigma} D \cdot \mathrm{d}\sigma = \iiint_{\Omega} \rho \ \mathrm{d}V \tag{1.1.1c}$$

$$\oiint_{\Sigma} B \cdot \mathrm{d}\sigma = 0 \tag{1.1.1d}$$

式中 $\boldsymbol{J}$ 表示传导电流密度，ρ 表示自由电荷密度，Σ 表示曲面面积，Ω 表示曲面所包围空间的体积。对上述积分式分别应用斯托克斯（Stokes）公式 $\oint_{l} \boldsymbol{a} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \iint_{\Sigma} (\nabla \times \boldsymbol{a}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}$ 和高斯公式 $\oiint_{\Sigma} \boldsymbol{a} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\sigma} = \iiint_{\Omega} \nabla \cdot \boldsymbol{a} \, \mathrm{d}V$，便可得到相应的微分形式的麦克斯韦方程组：

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{1.1.2a}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{1.1.2b}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho \tag{1.1.2c}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{1.1.2d}$$

下面我们来讨论麦克斯韦方程组（积分式和微分式）中各方程式的物理意义。

方程组第 1 式来自法拉第（Faraday）电磁感应定律，其实质即变化的磁场产生变化的电场。其中积分式（1.1.1a）的意义是由变化的磁场所产生的电场强度矢量沿某一闭合环路的积分等于穿过此环路所围面积上的磁通量变化率负值。微分式（1.1.2a）的意义是电场强度矢量的旋度等于磁感应强度随时间的变化率（负值）。

方程组第 2 式来自安培（Ampère）环路定律，其实质即由电流场或变化的电场产生变化的磁场。其中积分式（1.1.1b）的意义是磁场强度沿闭合环路的积分等于该环路所包围的电流强度之代数和。这些电流包括传导电流 $\boldsymbol{I}=\iint\limits_{\Sigma}\boldsymbol{J}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ 和位移电流 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint\limits_{\Sigma}\boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}=\iint\limits_{\Sigma}\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}$ 两部分，前者代表稳恒电流场，后者代表变化的电场。微分式（1.1.2b）的意义是：磁场强度之旋度等于引起该磁场的传导电流密度和位移电流密度（即电位移矢量随时间的变化率）之和。

方程组第 3 式来自电场的高斯（Gauss）定理。其中积分式（1.1.1c）的意义是穿过闭合曲面的电位移通量等于该曲面所包围空间体积内的自由电荷的代数和。微分式（1.1.2c）的意义是电位移矢量的散度等于空间同一处的自由电荷密度。

方程组第 4 式来自磁场的高斯定理。其中积分式（1.1.1d）的意义是穿过任一闭合曲面的磁感应通量等于 0。微分式（1.1.2d）的意义是磁场中任一点的磁感应强度之散度恒等于 0。

可以看出，由麦克斯韦方程组给出的 4 个场量中，电场强度矢量 $\boldsymbol{E}$ 是一个涡旋场，相应的电位移 $\boldsymbol{D}$ 矢量则是一个有源场，这与静电场不同。磁场强度矢量 $\boldsymbol{H}$ 与磁感应强度矢量 $\boldsymbol{B}$ 均是一个有旋无源场。然而可以证明，4 个方程式中只有 2 个是独立的。

分别对（1.1.2a）式和（1.1.2b）式取散度，可得：

$$\nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{E})=0=-\frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\boldsymbol{B} \tag{1.1.3}$$

$$\nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{H})=0=\nabla\cdot\boldsymbol{J}+\frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\boldsymbol{D} \tag{1.1.4}$$

显然，由（1.1.3）式直接可得出（1.1.2d）式。由（1.1.4）式并利用电荷守恒定律

$$\nabla\cdot\boldsymbol{J}+\frac{\partial\rho}{\partial t}=0 \tag{1.1.5}$$

便可得到（1.1.2c）式。

综上所述，仅由麦克斯韦方程组给出的这 4 个方程还不足以求解出描述电磁场的 4 个场量 $\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{H}$。为此，还需给出 4 个场量之间的关系。一般地，电场强度矢量 $\boldsymbol{E}$ 与电位移矢量 $\boldsymbol{D}$、磁感应强度矢量 $\boldsymbol{B}$ 与磁场强度矢量 $\boldsymbol{H}$ 之间的关系与电磁场所处的空间介质有关，因而称这些关系为电磁场的物质方程或介质的电磁性质方程。

1.1.2 电磁场的物质方程

(1) 真空中

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E} \tag{1.1.6a}$$

$$\boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{H} \tag{1.1.6b}$$

式中 $\varepsilon_0=8.8542\times10^{-12}$ F/m，$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ H/m，分别称为真空介电常数和真空磁导率。

(2) 均匀各向同性介质中

进入某种介质的电磁场将与该介质发生相互作用，最终导致介质被极化。当这种极化仅取决于作用场强大小，而与场量的作用方向及位置无关时，则称这种介质为均匀各向同性介质。极化特性与作用场频率无关的介质称为无色散介质，与作用场频率有关的介质称为色散介质。在线性极化条件下，对于均匀各向同性的无色散介质，电磁场的物质方程可表示为：

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}=\varepsilon_0\varepsilon_r\boldsymbol{E} \tag{1.1.7a}$$

$$\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H}=\mu_0\mu_r\boldsymbol{H} \tag{1.1.7b}$$

式中 ε 和 μ 分别称为介质的介电常数和磁导率，ε_r、μ_r 分别称为介质的相对介电常数和相对磁导率。对于均匀各向同性的色散介质，介电常数和磁导率一般是电磁场频率的函数。此时，上述物质方程只对单个频率成立（场量仅对应单个频率成分），即：

$$\boldsymbol{D}(\omega)=\varepsilon(\omega)\boldsymbol{E}(\omega)=\varepsilon_0\varepsilon_r(\omega)\boldsymbol{E}(\omega) \tag{1.1.8a}$$

$$\boldsymbol{B}(\omega)=\mu(\omega)\boldsymbol{H}(\omega)=\mu_0\mu_r(\omega)\boldsymbol{H}(\omega) \tag{1.1.8b}$$

对于一个具有各种频率成分的非正弦变化的电磁场 $\boldsymbol{E}(t)$和 $\boldsymbol{B}(t)$，物质方程不再成立。此外，对于一般非磁性介质，$\mu_r\approx1$。对于导电介质（导体），还有如下方程：

$$\boldsymbol{J}=\sigma\boldsymbol{E} \tag{1.1.9}$$

此即欧姆定律的微分式，其中 σ 称为导体的电导率。

(3) 非均匀各向同性介质中

非均匀各向同性介质中，电磁场的极化与方向无关，但与作用位置及场强大小有关。因而其介电常数 ε 和磁导率 μ 都是位置矢量的函数，于是有：

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon(\boldsymbol{r})\boldsymbol{E} \tag{1.1.10a}$$

$$\boldsymbol{B}=\mu(\boldsymbol{r})\boldsymbol{H} \tag{1.1.10b}$$

(4) 均匀各向异性介质中

均匀各向异性介质的特点是：电磁场的极化与作用位置无关，但与方向有关。因而电位移矢量与电场强度矢量之间的关系较为复杂，一般可表示为：

$$\boldsymbol{D}=[\varepsilon]\boldsymbol{E} \tag{1.1.11}$$

式中 $[\varepsilon]$ 为二阶张量，称为介电张量。一般情况下，介电张量 $[\varepsilon]$ 由 9 个非 0 元素构成，即：

$$[\varepsilon]=\begin{bmatrix}\varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz}\\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz}\\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz}\end{bmatrix} \tag{1.1.12}$$

若选取适当的坐标方向，如以晶体的介电主轴为坐标轴（简称主坐标系），则介电张量 $[\varepsilon]$ 可简化为一个只有 3 个非 0 元素的对角张量，即：

$$[\varepsilon]=\begin{bmatrix}\varepsilon_x & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_y & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_z\end{bmatrix} \tag{1.1.13}$$

对于双轴晶体，其在主坐标系的 3 个介电张量元素互不相等。为便于讨论，一般按大小顺

序确定其角标，即$\varepsilon_x<\varepsilon_y<\varepsilon_z$或$\varepsilon_x>\varepsilon_y>\varepsilon_z$。前者称为正晶体，后者称为负晶体。对于单轴晶体，其在主坐标系的介电张量元素$\varepsilon_x=\varepsilon_y$，因而介电张量还可进一步简化为：

$$[\varepsilon]_s=\begin{bmatrix}\varepsilon_x & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_x & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_z\end{bmatrix} \tag{1.1.14}$$

综上所述，电磁场的物质方程反映了所处介质的宏观电磁性质，或曰极化性质。在真空以及各向同性介质中，电位移矢量$\boldsymbol{D}$与电场强度矢量$\boldsymbol{E}$之间、磁感应强度$\boldsymbol{B}$与磁场强度$\boldsymbol{H}$之间均呈现线性关系，且方向一致；在各向异性介质中，$\boldsymbol{D}$与$\boldsymbol{E}$及$\boldsymbol{B}$与$\boldsymbol{H}$之间仍呈现线性关系，但方向却一般不同。然而必须注意，上述给出的$\boldsymbol{D}$与$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{B}$与$\boldsymbol{H}$间的线性关系只在一般的弱电磁场中成立。在强电磁场作用下，许多介质会呈现更为复杂的非线性关系。亦即$\boldsymbol{D}$不仅与$\boldsymbol{E}$的一次方有关，而且还与$\boldsymbol{E}$的二次、三次甚至更高次方有关。在铁磁物质中，$\boldsymbol{B}$与$\boldsymbol{H}$的关系也呈现非线性特征。此外，近年来发现的各种光折变介质中，尽管作用光场很弱，但却同样呈现非线性特征。所有这些内容均属于非线性光学范畴，本书只讨论光波电磁场与物质之间相互作用的线性关系。

1.1.3 电磁场的边值关系

当电磁场穿越两种介质的分界面时，一般来讲，会在分界面上引起束缚面电荷和电流分布，从而使分界面两侧电磁场量发生跃变而不连续。因此，研究电磁场在有界空间的特性时，有必要先确定出分界面两侧电磁场量与分界面上电荷、电流分布的关系。这一关系可由积分形式的麦克斯韦方程组给出，即：

$$\begin{cases}\boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{E}_2-\boldsymbol{E}_1)=0\\ \boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{H}_1)=\boldsymbol{\alpha}\\ \boldsymbol{n}\cdot(\boldsymbol{D}_2-\boldsymbol{D}_1)=\rho_s\\ \boldsymbol{n}\cdot(\boldsymbol{B}_2-\boldsymbol{B}_1)=0\end{cases} \tag{1.1.15}$$

式中$\boldsymbol{n}$为界面法线方向单位矢量，$\boldsymbol{\alpha}$为界面上的传导电流线密度，ρ_s为自由电荷（体）密度。当不存在自由电荷、电流分布时，（1.1.15）式可简化为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{E}_2-\boldsymbol{E}_1)=0\\ \boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{H}_1)=0\\ \boldsymbol{n}\cdot(\boldsymbol{D}_2-\boldsymbol{D}_1)=0\\ \boldsymbol{n}\cdot(\boldsymbol{B}_2-\boldsymbol{B}_1)=0\end{cases} \tag{1.1.16}$$

或

$$\begin{cases}E_{1\mathrm{t}}=E_{2\mathrm{t}}\\ H_{1\mathrm{t}}=H_{2\mathrm{t}}\\ D_{1\mathrm{n}}=D_{2\mathrm{n}}\\ B_{1\mathrm{n}}=B_{2\mathrm{n}}\end{cases} \tag{1.1.17}$$

式中n、t分别表示场的法向和切向分量。（1.1.16）式或（1.1.17）式表明，当界面上不存在自由电荷、电流分布时，电场强度矢量和磁场强度矢量在切线方向连续，电位移矢量和磁感应强度矢量在法线方向连续。

1.1.4 洛伦兹力

当一个电量为 e、速度为 $\boldsymbol{v}$ 的运动电荷位于电磁场中时，将同时受到电场和磁场的作用力，称之为洛伦兹（Lorentz）力。洛伦兹力表示为：

$$\boldsymbol{F}=e\boldsymbol{E}+e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} \tag{1.1.18}$$

对于一个带电粒子系统，则所受到电磁场作用的洛伦兹力密度为：

$$\boldsymbol{f}=\rho\boldsymbol{E}+\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B} \tag{1.1.19}$$

式中 $\rho=Q/V$，$\boldsymbol{J}=\rho\boldsymbol{v}$，分别表示电荷体密度和电流密度，$Q$ 和 V 分别为带电粒子系统的总电量和体积。

1.2 无源空间中的电磁波动方程

当空间无自由电荷、传导电流分布时，即 $\rho=0$，$\boldsymbol{J}=0$ 时，由(1.1.2)式表示的麦克斯韦方程组可简化为如下形式：

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{1.2.1a}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{1.2.1b}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=0 \tag{1.2.1c}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0 \tag{1.2.1d}$$

可见，在无源空间中，磁场与电场的分布具有类似的形式，且麦克斯韦方程组为齐次形式。

1.2.1 空间为真空

取上述齐次麦克斯韦方程组中（1.2.1a）式的旋度并利用物质方程（1.1.7）式，可得：

$$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{E})=-\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\boldsymbol{B}=-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\boldsymbol{H} \tag{1.2.2}$$

分别将（1.2.1b）式和（1.2.1c）式代入(1.2.2)式的右、左端，并利用物质方程（1.1.6）式得：

$$右端=-\mu_0\frac{\partial^2\boldsymbol{D}}{\partial t^2}=-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

$$左端=\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E})-\nabla^2\boldsymbol{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{D})-\nabla^2\boldsymbol{E}=-\nabla^2\boldsymbol{E}$$

由此得到电场所满足的波动方程为：

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}=0 \tag{1.2.3a}$$

同理可得磁场所满足的波动方程为：

$$\nabla^2\boldsymbol{B}-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\boldsymbol{B}}{\partial t^2}=0 \qquad \left(\nabla^2\boldsymbol{H}-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\boldsymbol{H}}{\partial t^2}=0\right) \tag{1.2.3b}$$

取常数

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \tag{1.2.4}$$

则波动方程式（1.2.3a）和（1.1.3b）可化简为：

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{1.2.5a}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2} = 0 \quad \left(\nabla^2 \boldsymbol{H} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} = 0\right) \tag{1.2.5b}$$

显然，这对方程给出了一组在真空中随时间和空间作周期性变化的电磁波动。式中的常数 c 正是该波动在真空中的传播速度，它等于真空介电常数 ε_0 与真空磁导率 μ_0 两者乘积开方的倒数。

1.2.2 空间为无色散的均匀各向同性介质

对于均匀各向同性的无色散介质，其介电常数 $(\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r)$ 和磁导率 $(\mu = \mu_0 \mu_r)$ 与电磁场的频率 ω 无关，以此代替（1.2.3）式中的 ε_0 和 μ_0，于是有：

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{1.2.6a}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2} = 0 \quad \left(\nabla^2 \boldsymbol{H} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} = 0\right) \tag{1.2.6b}$$

式中

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \approx \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{1.2.7}$$

表示电磁场在介质中的传播速度，其中最后一个等号成立于非磁性物质中。

1.2.3 空间为有色散的均匀各向同性介质

对于色散介质，其介电常数 ε 和磁导率 μ 都是电磁场频率 ω 的函数。这样，一个具有各种频率成分的非正弦变化的电磁场（非定态场），其场量 $\boldsymbol{E}(t)$ 和 $\boldsymbol{D}(t)$、$\boldsymbol{B}(t)$ 和 $\boldsymbol{H}(t)$ 之间不再具有物质方程所确定的简单线性关系，因而在此类介质中电场强度矢量 $\boldsymbol{E}(t)$ 和磁感应强度矢量 $\boldsymbol{B}(t)$ 不再满足由（1.2.6）式所确定的波动方程。然而，按照线性叠加原理，一个随时间任意变化的非定态波场可以看成是由各种具有恒定频率成分的简谐波场（定态波场或单色波场）的线性叠加。假设某一定态电磁波场的圆频率为 ω，其电场强度矢量和磁感应强度矢量分别表示为：

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \tag{1.2.8a}$$

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \tag{1.2.8b}$$

则一个非定态场的电场强度矢量和磁感应强度矢量可分别表示为：

$$\boldsymbol{E}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\mathrm{d}\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}\omega \tag{1.2.9a}$$

$$\boldsymbol{B}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)\mathrm{d}\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}\omega \tag{1.2.9b}$$

显然，单色波的波动方程应具有与（1.2.6）式相同的形式，即：

$$\nabla^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2} = 0 \tag{1.2.10a}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2} = 0 \tag{1.2.10b}$$