

CHARTERED ACCOUNTANT

**全国会计师
资格乙种考试
指 导 (上)**

QUALIFICATION EXAMINATION

◎ 刘东海 主编

(京)新登字211号

(1)

全国会计师资格乙种考试指导(上)

刘东海 主编

北京经济学院出版社出版

(北京市朝阳区红庙)

北京市通县永乐印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

787×1092毫米 16开本 23.75印张 608千字

1993年5月第1版 1993年5月第1版第1次印刷

印数: 00 001—10 100

ISBN 7-5638-0374-2/F·217

定价: 13.95元

前 言

根据财政部、人事部于1992年3月联合颁发的《会计专业技术资格考试暂行规定》及其《实施办法》，将从1993年开始举行首轮全国会计专业技术资格乙种考试。首轮考试分两次进行，一年一次，1993年下半年进行首轮首次乙种考试。今年会计资格乙种考试的科目是：《财经应用数学》、《会计学（下）》、《审计学》。

为了帮助参加1993年全国会计资格乙种考试的考生掌握应试内容、熟悉答题形式和答题要领，由北京经济学院教师和部分在京工作的专家、学者，共同编写了这本《全国会计资格乙种考试指导（上）》（以下简称《指导》）。《指导》按考试科目分成三篇，每篇再分成复习要点、模拟试题、模拟试题参考答案三章。全书题型多样，题量较大，难易兼备，覆盖面广，有利于考生进一步掌握和巩固应试内容，通过练习与检测，提高学习效果，预测考试成绩。

参加本书编写的有：刘东海、李相志、杨庆英、于燕、曾新丽等同志。全书由刘东海同志总纂。

由于编者水平所限，书中难免有疏漏之处，欢迎读者批评指正。

编者

1993年4月于北京

目 录

第一篇 财经应用数学

第一章 复习要点	(3)
一、极限与连续	(3)
二、导数与微分	(6)
三、中值定理与导数的应用	(12)
四、不定积分	(15)
五、定积分及其应用	(18)
六、多元函数微分法及其应用	(21)
七、线性代数	(24)
八、概率	(36)
九、数理统计	(44)
第二章 模拟试题	(48)
一、填空题	(48)
二、判断题	(55)
三、单项选择题	(62)
四、多项选择题	(65)
五、计算题	(72)
第三章 模拟试题参考答案	(86)
一、填空题参考答案	(86)
二、判断题参考答案	(87)
三、单项选择题参考答案	(88)
四、多项选择题参考答案	(88)
五、计算题参考答案	(88)

第二篇 会计学(下)

第一章 复习要点	(149)
一、总论	(149)
二、货币资金的核算	(151)

三、应收及预付款的核算	(153)
四、存货的核算	(156)
五、投资的核算	(157)
六、固定资产的核算	(160)
七、无形资产的核算	(164)
八、流动负债的核算	(165)
九、长期负债的核算	(167)
十、收入、费用、利润及其分配的核算	(169)
十一、所有者权益的核算	(176)
十二、财务报告	(180)
第二章 模拟试题	(183)
一、填空题	(183)
二、判断题	(193)
三、单项选择题	(200)
四、多项选择题	(205)
五、简答题	(208)
六、计算(核算)分析题	(210)
第三章 模拟试题参考答案	(215)
一、填空题参考答案	(215)
二、判断题参考答案	(223)
三、单项选择题参考答案	(223)
四、多项选择题参考答案	(224)
五、简答题参考答案	(224)
六、计算(核算)分析题参考答案	(231)

第三篇 审计学

第一章 复习要点	(247)
一、总论	(247)
二、审计组织和审计人员	(250)
三、审计的方法	(254)
四、内部控制系统的审查与评价	(259)
五、审计计划和审计程序	(261)
六、审计证据	(265)
七、审计工作底稿	(267)
八、审计报告和审计档案	(270)
九、审计准则和审计标准	(274)
十、货币资金和财产物资的审计	(277)
十一、结算业务、银行借款和权益的审计	(281)

十二、购进、生产和销售业务的审计.....	(284)
十三、利润和税金的审计.....	(289)
十四、会计报表审计.....	(291)
第二章 模拟试题	(294)
一、填空题.....	(294)
二、判断题.....	(310)
三、单项选择题.....	(318)
四、多项选择题.....	(325)
五、简答题.....	(332)
六、计算分析题.....	(332)
七、综合题.....	(336)
第三章 模拟试题参考答案	(341)
一、填空题参考答案.....	(343)
二、判断题参考答案.....	(352)
三、单项选择题参考答案.....	(352)
四、多项选择题参考答案.....	(353)
五、简答题参考答案.....	(353)
六、计算分析题参考答案.....	(365)
七、综合题参考答案.....	(369)

第一篇 财经应用数学

2000-2001

2001-2002

第一章 复习要点

一、极限与连续

(一) 数列的极限

数列极限的定义：设有数列 $\{a_n\}$ 和定数 A ，若对任意给定的正数 $\varepsilon > 0$ ，总可以找到自然数 $N(\varepsilon)$ ，使得当 $n > N$ 时，必有 $|a_n - A| < \varepsilon$ 成立。则称数列 $\{a_n\}$ 以 A 为极限，记为

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A, \text{ 或 } a_n \rightarrow A (n \rightarrow \infty)$$

数列 $\{a_n\}$ 以 A 为极限也称为数列 $\{a_n\}$ 收敛于 A ，若数列 $\{a_n\}$ 的极限不存在，就说它是发散的。

(二) 函数的极限

1. 自变量 $x \rightarrow \infty$ 时，函数 $f(x)$ 的极限

定义(一)：设有函数 $f(x)$ 与定数 A ，如果对于任意给定的 $\varepsilon > 0$ ，总可以找到 $N > 0$ ，使得当 $x > N$ 时， $|f(x) - A| < \varepsilon$ 成立。则称 A 为 $f(x)$ 当 x 趋向正无穷时的极限。记为

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A, \text{ 或 } f(x) \rightarrow A (x \rightarrow +\infty)$$

2. 自变量 x 趋向定数 x_0 ，函数 $f(x)$ 的极限

定义(二)：设函数 $f(x)$ 定义在包含 x_0 点的某个区间内(但 x_0 点可除外)，如果有一个定数 A ，使得对于任意给定的 $\varepsilon > 0$ ，总可以找到 $\delta > 0$ ，当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时， $|f(x) - A| < \varepsilon$ 成立。则称 A 为 $f(x)$ 当 x 趋向 x_0 时的极限。记为：

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A, \text{ 或 } f(x) \rightarrow A (x \rightarrow x_0)$$

3. 左极限与右极限

定义：如果 x 从 x_0 的左侧($x < x_0$)趋近于 x_0 时， $f(x)$ 以常数 A 为极限，则称常数 A 为 $x \rightarrow x_0^-$ 时 $f(x)$ 的左极限，记为：

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$$

如果 x 从 x_0 的右侧($x > x_0$)趋近于 x_0 时， $f(x)$ 以常数 A 为极限，则称常数 A 为 $x \rightarrow x_0^+$ 时 $f(x)$ 的右极限，记为：

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$$

定理：函数极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在且等于 A 的充分必要条件是，左极限 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ 和右极限

$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ 都存在且都等于 A ，即

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \iff \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$$

(三) 无穷小量与无穷大量

1. 无穷小量的概念及性质

(1) 无穷小量的定义: 有一个变量 $\alpha(x)$, 如果

$$\lim_{x \rightarrow a} \alpha(x) = 0$$

则说 $\alpha(x)$ 为 $x \rightarrow a$ 时的无穷小量。

需要注意以下两点:

① 在整数中, 因为零的极限是 0, 所以 0 是无穷小量。

② 无穷小量是趋向于 0 (或收敛于 0) 的变量, 要与绝对值很小的常量区别开来, 除 0 以外任何常数不管它的绝对值多么小, 都不是无穷小量。

(2) 无穷小量的性质: 设预先指定任一正数 ε , $\alpha(x)$, $\beta(x)$, $\gamma(x)$ 都是无穷小量, 即 $\lim_{x \rightarrow a} \alpha(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow a} \beta(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow a} \gamma(x) = 0$, 则有下列性质:

① $\alpha(x)$, $\beta(x)$, $\gamma(x)$ 的代数和仍是无穷小量, 即任意有限个无穷小量的代数和仍是无穷小量。

② $\alpha(x)$, $\beta(x)$, $\gamma(x)$ 的乘积仍是无穷小量, 即有限个无穷小量的乘积仍是无穷小量。

③ $u(x)$ 是有界变量, 其与无穷小量之积 $u(x) \cdot \alpha(x)$ 仍是无穷小量。由此性质可推出, 常量与无穷小量的乘积仍是无穷小量。

④ $\lim_{x \rightarrow a} v(x) \neq 0$ (存在), 则分式 $\frac{\alpha(x)}{v(x)}$ 仍是无穷小量。

2. 无穷大量的概念及性质

(1) 无穷大量的定义: 设变量 $w(x)$ 的数值, 当 $x \rightarrow a$ 时, 最后变为并保持如此之大, 在数轴上对任何指定的正数 M 有 $|w(x)| > M$, 这时我们就说 $w(x)$ 为无穷大或无限大 (记为 “ ∞ ”) 即 $\lim_{x \rightarrow a} w(x) = \infty$ (可正、可负、绝对值无限增大)

(2) 无穷大量的性质:

① 无穷大量与有界变量的和仍是无穷大量。

② 两个无穷大量的乘积仍是无穷大量。

3. 无穷小量的比较

两个无穷小量的比较, 就是比较它们趋于零的快慢。

设 $\lim_{x \rightarrow a} \alpha(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow a} \beta(x) = 0$, 且 $\beta(x) \neq 0$, 若

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = K$$

则当 $K \neq 0$ 时, 称 $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是 $x \rightarrow a$ 时的同阶无穷小量; 当 $K = 1$ 时, 称 $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是 $x \rightarrow a$ 时的等价无穷小量 (或相当无穷小) 记为 $\alpha(x) \sim \beta(x)$; 当 $K = 0$ 时, 称 $\alpha(x)$ 是比 $\beta(x)$ 高阶的无穷小量, $\beta(x)$ 是 $\alpha(x)$ 的低阶无穷小量。

无穷小代换定理: 若 $\alpha(x)$, $\alpha_1(x)$, $\beta(x)$, $\beta_1(x)$ 当 $x \rightarrow a$ 时都是无穷小量, 且 $\alpha(x)$ 与 $\alpha_1(x)$ 等价, $\beta(x)$ 与 $\beta_1(x)$ 等价, 如果 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$ 存在 (或 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)}$ 存在), 则

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha_1(x)}{\beta_1(x)}$$

4. 无穷小量与无穷大量的关系

无穷大量的倒数是无穷小量，无穷小量（不取零值）的倒数是无穷大量。

5. 极限与无穷小量的关系

设变量 y 与常量 A 之差为无穷小量，即

$$y - A = \alpha$$

那么，我们说常量 A 是变量 y 的极限，或说变量 y 趋于它的极限 A ，记作 $\lim y = A$ ，或 $y \rightarrow A$ 。

由此可推知：

① 无穷小量是以零为极限；反之，极限为零的函数为无穷小量。

② 常量的极限仍是原来的常量。

③ 当变量 x 趋于某一定值 x_0 时，变量 x 本身的极限等于 x_0 ，即 $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$

（四）函数极限的运算法则

设 $u = u(x)$ ， $v = v(x)$ ， $w = w(x)$ ，都是变量 x 的函数，并且

$$\lim_{x \rightarrow a} u(x) = A$$

$$\lim_{x \rightarrow a} v(x) = B$$

$$\lim_{x \rightarrow a} w(x) = C$$

A 、 B 、 C 是常数，则当 $x \rightarrow a$ （ a 是定数，或 ∞ ）时恒有下列运算法则成立：

① $\lim [u(x) + v(x) - w(x)] = \lim u(x) + \lim v(x) - \lim w(x)$ ，即有限个函数和差的极限，等于各函数极限的和差。

② $\lim uv = \lim u \cdot \lim v$ ，即有限个函数之积的极限，等于各函数极限的乘积。

③ $\lim cu = c \lim u$ （ c 是常数）

④ $\lim \frac{u}{v} = \frac{\lim u}{\lim v}$ （ $\lim v \neq 0$ ），即两个函数之商的极限，当分母的极限不为零

时，等于函数极限的商。

（五）两个重要的极限

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \text{ 或 } \lim_{y \rightarrow 0} (1 + y)^{\frac{1}{y}} = e$$

（六）函数的连续性

1. 函数连续的概念

函数连续的定义：设函数 $f(x)$ 在一点 x_0 及其邻近有定义，若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ ，则说 $f(x)$ 在点 x_0 连续。也就是任给 $\varepsilon > 0$ ，存在 $\delta > 0$ ，当 $0 \leq |x - x_0| < \delta$ 时， $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ 。

函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续，实际上需要具备三个条件：

① $f(x_0)$ 存在;

② $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 即 $f(x)$ 在 x_0 点的左、右极限存在且相等;

③ $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

三者有一条不成立, 则函数 $f(x)$ 在点 x_0 不连续, 或叫做间断。

定理1 (函数连续的判定) 设 Δx 是函数 $y = f(x)$ 在点 a 的自变量 x 的改变量, $\Delta y = f(a + \Delta x) - f(a)$ 是函数的改变量, 则 $y = f(x)$ 在 a 点连续的必要且充足条件是:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$$

如果函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 不连续, 就说 x_0 点是函数 $f(x)$ 的间断点, 就是在 $x = x_0$ 点, 函数连续的三个条件有一个不成立时, 函数在该点就是间断的。

2. 初等函数的连续性

定理2 初等函数在其定义区间内, 每个点都连续。

有了这个定理, 给计算初等函数在一点 x_0 的极限带来了便利, 就是当自变量趋于初等函数 $f(x)$ 的定义区间内的某点 x_0 时 ($x \rightarrow x_0$), $f(x)$ 在那点 x_0 的极限就是函数在该点的函数值 $f(x_0)$ 。

即: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

3. 连续函数的几个基本性质

定理3 设 $f(x)$ 是闭区间 $[a, b]$ 上的连续函数, 且在区间两端点的函数值 $f(a)$ 、 $f(b)$ 异号, 那么至少有一点 $C (a < c < b)$, 使得 $f(c) = 0$ 。

定理4 (介值定理) 如果函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, r 是介于 $f(a)$ 、 $f(b)$ 之间的任一数, 那么在 a, b 之间至少有一数 C , 使得 $f(c) = r$ 。

定理5 闭区间 $[a, b]$ 上的连续函数 $f(x)$ 一定能取到它在这个闭区间上的最大值和最小值至少各一次。

二、导数与微分

(一) 导数

1. 导数的定义

导数定义 设 $y = f(x)$ 是定义在区间 (a, b) 上的函数, $x_0 \in (a, b)$ 内的一点, 如果极限

$$[A] \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

存在, 则称此极限是函数 $y = f(x)$ 在 x_0 点的导数。

如果令 $x_0 + \Delta x = x$, 于是 $\Delta x = x - x_0$, 当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, $x \rightarrow x_0$, $[A]$ 又可写为:

$$[A'] \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

导函数定义 设 $y = f(x)$ 是定义在区间 (a, b) 上的一个函数, 如果 $y = f(x)$ 在 (a, b) 上每点 x 都有导数, 那么导数在这区间 (a, b) 上仍是 x 的函数, 这个新的函数叫做是原函数 $f(x)$ 的导函数 (导函数也简称为导数), 记为:

$$\frac{dy}{dx}, f'(x) \text{ 或 } y'$$

当函数 $y=f(x)$ 在 (a, b) 上每点 x 都有导数, 这时我们就说 $f(x)$ 是 (a, b) 上的可导函数。

即

$$f'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

根据导数的定义, 可将求导数的方法概括三个步骤:

①求函数的改变量。给 x 以增量 Δx , 求对应增量 $\Delta y: \Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$

②求比值 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

③求导数 (即求比值的极限)

$$y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

2. 导数的几何意义

导数 $f'(x)$ 是曲线 $y=f(x)$ 在点 $[x, f(x)]$ 处切线的斜率。

导数的概念用在经济领域里称为边际, 即变量之间的导数关系。常用的有边际收入、边际成本、边际利润等。

3. 函数的可导性与连续性

定理1 凡在一点上可导的函数, 必在该点连续, 即若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的导数 $f'(x)$ 处处存在, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上必为连续。

如果函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 不连续, 则在该点必不可导。

(二) 导数的运算法则与基本公式

1. 函数和、差、积、商的求导法则

定理2 设 C 是常数, 如果 $u=u(x)$, $v=v(x)$ 都可导 (可微), 则有下列运算法则成立:

$$(i) \quad \frac{d}{dx}(cu) = c \frac{du}{dx}$$

$$(ii) \quad \frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

$$(iii) \quad \frac{d}{dx}(uv) = v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx}$$

$$(iv) \quad \frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

2. 复合函数的导数

定理3 设 $y=f(u)$, $u=\varphi(x)$ 都是可导函数, 则复合函数 $y=f[\varphi(x)]$ 也可导, 而且

$$y = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} = f'(x) \varphi'(x)$$

3. 反函数的导数

定理4 设 $y=f(x)$ 是 $[a, b]$ 上的一个单调连续函数, 且 $f(x)$ 在 x 点的导数不等于 0, 即 $f'(x) \neq 0$, 则其反函数 $x=f^{-1}(y)=\varphi(y)$ 在 y [$y=f(x)$] 点有导数, 并且

$$\varphi'(y) = \frac{1}{f'(x)} \quad \text{即} \quad \frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$$

4. 导数的基本公式

设函数 $u=u(x)$, $v=v(x)$, 并且它们在 x 点都可导, 即 $u'(x), v'(x)$ 都存在。常用的导数基本公式如下:

$$[1] \quad \frac{dc}{dx} = 0 \quad (C \text{ 是常数})$$

$$[2] \quad \frac{du}{du} = 1 \quad (\text{包括} \frac{dx}{dx} = 1)$$

$$[3] \quad \frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

$$[4] \quad \frac{d}{dx}(uv) = v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx}$$

$$[5] \quad \frac{d}{dx}(cu) = c \frac{du}{dx}$$

$$[6] \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$[7] \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} \quad (u \text{ 是中间变量})$$

$$[8] \quad \frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}} \quad (f'(x) \neq 0)$$

$$[9] \quad \frac{d}{dx}(u^n) = nu^{n-1} \frac{du}{dx}$$

$$[10] \quad \frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$[11] \quad \frac{d}{dx}(\ln u) = \frac{\frac{du}{dx}}{u} \quad (0 < u)$$

$$[12] \quad \frac{d}{dx}(\log_a u) = (\log_a e) \frac{\frac{du}{dx}}{u} \quad (0 < u)$$

$$[13] \quad \frac{d}{dx}(a^u) = a^u (\ln a) \frac{du}{dx}$$

$$[14] \quad \frac{d}{dx}(e^u) = e^u \frac{du}{dx}$$

$$[15] \quad \frac{d}{dx}(u^v) = vu^{v-1} \frac{du}{dx} + u^v (\ln u) \frac{dv}{dx}$$

$$[16] \quad \frac{d}{dx}(\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$$

$$[17] \quad \frac{d}{dx}(\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$$

$$[18] \quad \frac{d}{dx}(\operatorname{tg} u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$$

$$[19] \quad \frac{d}{dx}(\operatorname{ctg} u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$$

$$[20] \quad \frac{d}{dx}(\sec u) = \sec u \operatorname{tg} u \frac{du}{dx}$$

$$[21] \quad \frac{d}{dx}(\csc u) = -\csc u \operatorname{ctg} u \frac{du}{dx}$$

$$[22] \quad \frac{d}{dx}(\arcsin u) = \frac{\frac{du}{dx}}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$[23] \quad \frac{d}{dx}(\arccos u) = -\frac{\frac{du}{dx}}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$[24] \quad \frac{d}{dx}(\operatorname{arctg} u) = \frac{\frac{du}{dx}}{1+u^2}$$

$$[25] \quad \frac{d}{dx}(\operatorname{arccotg} u) = -\frac{\frac{du}{dx}}{1+u^2}$$

$$[26] \frac{d}{dx}(\operatorname{arc} \sec u) = \frac{\frac{du}{dx}}{u \sqrt{u^2 - 1}}$$

$$[27] \frac{d}{dx}(\operatorname{arc} \csc u) = -\frac{\frac{du}{dx}}{u \sqrt{u^2 - 1}}$$

5. 隐函数及其求导法则

设变量 x 及 y 之间的关系是用一个方程的形式给出的, 而且这个方程又没有将 y 解出来, 那么 y 就为 x 的隐函数。

对隐函数求导的方法, 就是对方程两边的 x 求导, 而在此过程中, 把 y 视为 x 的函数。

(三) 高阶导数

一阶导数 $f'(x) = \varphi(x)$ 的导数 $\varphi'(x) = f''(x)$ 称为最初原函数 $f(x)$ 的二阶导数。同样, 二阶导数的导数称为三阶导数; 依此类推。二阶和二阶以上的导数统称为高阶导数。

(四) 微分

1. 微分的概念

(1) 微分的定义

如果函数 $y = f(x)$ 在 x 点有导数 $f'(x)$, 把导数 $f'(x)$ 与自变量的增量 Δx 的乘积 $f'(x) \cdot \Delta x$, 叫做函数 $y = f(x)$ 在 x 点的微分。记为 dy , 即:

$$dy = f'(x) \cdot \Delta x$$

函数的微分有两个特性:

①它是自变量的增量 Δx 的线性函数(以导数为系数);

②它与函数的增量之差是比 Δx 更高阶的一个无穷小。

自变量 x 的改变量 Δx 当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 称为自变量的微分, 记作 dx , 即 $dx = \Delta x$ 。

函数的微分 dy 与自变量的微分 dx 之商, 等于该函数的导数, 故导数又叫做微商。

(2) 微分的几何意义

当 Δy 是曲线的纵标的增量时, dy 就是切线的纵标的对应增量。 $dy < \Delta y$ 时, 函数的曲线上凹; $dy > \Delta y$ 时, 函数的曲线上凸。

(3) 微分形式的不变性

设 $y = f(x)$, $x = \phi(t)$, 且 $\phi'(t)$, $f'(x)$ 存在, 那么, 不论 x 是自变量或中间变量, 总有 $dy = f'(x)dx$ 。

2. 微分的计算

设有 $u = u(x)$, $v = v(x)$, 且在点 x 有 $u'(x)$, $v'(x)$ 存在, $du = u'(x)dx$, $dv = v'(x)dx$, 则有:

(1) 微分的运算法则和幂函数的微分公式:

$$[1] d(cu) = cdu (c \text{ 是任意常数})$$

$$[2] d(u \pm v) = du \pm dv$$

$$[3] d(uv) = vdu + u dv$$

$$[4] \quad d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{vdu - u dv}{v^2}$$

$$[5] \quad dc = 0 \quad (c \text{ 是任意常数})$$

$$[6] \quad d(u^n) = nu^{n-1}du$$

(2) 指数函数与对数函数的微分公式

$$[7] \quad d(\ln u) = \frac{du}{u}$$

$$[8] \quad d(\log_a u) = \log_a e \frac{du}{u} \quad (0 < u)$$

$$[9] \quad d(a^u) = a^u (\ln a) du$$

$$[10] \quad d(e^u) = e^u du$$

$$[11] \quad d(u^v) = vu^{v-1}du + u^v(\ln u)dv$$

(3) 三角函数的公式

$$[12] \quad d(\sin u) = \cos u du$$

$$[13] \quad d(\cos u) = -\sin u du$$

$$[14] \quad d(\operatorname{tg} u) = \sec^2 u du$$

$$[15] \quad d(\operatorname{ctg} u) = -\operatorname{csc}^2 u du$$

$$[16] \quad d(\sec u) = \sec u \operatorname{tg} u du$$

$$[17] \quad d(\operatorname{csc} u) = -\operatorname{csc} u \operatorname{ctg} u du$$

(4) 反三角函数的微分公式

$$[18] \quad d(\arcsin u) = \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$[19] \quad d(\arccos u) = -\frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$[20] \quad d(\operatorname{arctg} u) = \frac{du}{1+u^2}$$

$$[21] \quad d(\operatorname{arcctg} u) = -\frac{du}{1+u^2}$$

$$[22] \quad d(\operatorname{arcsec} u) = \frac{du}{u\sqrt{u^2-1}}$$

$$[23] \quad d(\operatorname{arccsc} u) = -\frac{du}{u\sqrt{u^2-1}}$$

3. 微分在近似计算上的应用

(1) 计算函数值和函数改变量值的近似方法

由 $f(x+\Delta x) - f(x) = \Delta y \approx dy = f'(x)\Delta x = f'(x)dx$, 于是在 x_0 点附近 ($\Delta x \ll 1$), 有公式

$$[A] \quad f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$$

$$[B] \quad \Delta y \approx dy = f'(x_0)\Delta x$$

利用上述公式可进行近似计算, $\Delta x = dx$, 在具体问题的近似计算中, 它是很小的具体