

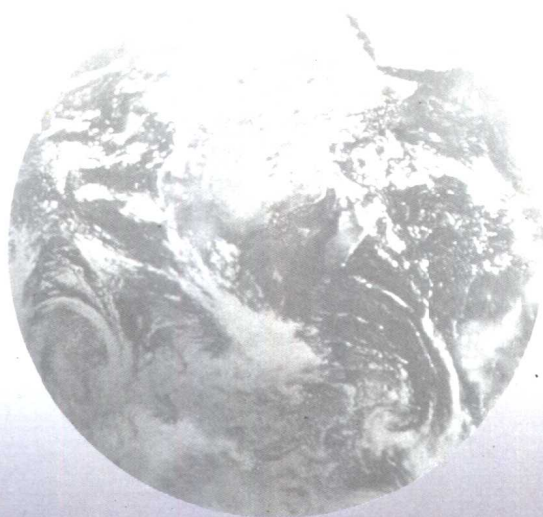


中学数学教材教法

(修订版) 第二分册 初等代数研究

主编 赵振威 副主编 章士藻

Xinshiji Gaodeng Shifan Yuanxiao Jiaocai



Jiaocai

新
世
纪
高
等
师
范
院
校
教
材



新世纪高等师范院校教材

中学数学教材教法

(修订版) 第二分册 初等代数研究

主 审 张奠宙

主 编 赵振威

副 主 编 章士藻

编写人员 赵振威 章士藻

何曜端 沈培华

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学数学教材教法. 2/赵振威主编. —修订版.
上海: 华东师范大学出版社, 1999. 12
ISBN 7-5617-1193-X

I. 中… II. 赵… III. 数学课—中学—教学法
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 00208 号

新世纪高等师范院校教材
中学数学教材教法(修订版)
第二分册
赵振威 主编

华东师范大学出版社出版发行

(上海中山北路 3663 号)

邮政编码: 200062

新华书店上海发行所经销

商务印书馆上海印刷股份有限公司印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 10 字数: 255 千字

1994 年 5 月第一版 2001 年 6 月第 9 次印刷

印数: 88 001—99 000 本

ISBN 7-5617-1193-X/O·037 定 价: 9.00 元

出版说明

1986年,我社受国家教委有关部门的委托,根据国家教委师范司制订的《二年制师范专科学校八个专业教学计划》的要求,与全国各省、市、自治区教委合作,共同组织编写了全国高等师范专科学校教材20余种;同时与华东六省教委密切协作,编写了能反映华东地区师专教学和科研水平的、适应经济建设较为发达地区的师专教学需要的教材40余种。从此,师专拥有了比较符合自己培养规格、规律和教学要求而自成系统的教材。实践证明,师专教材建设对于提高师专教学水平,保证师专教学质量起到了重要作用。

近几年来,在邓小平理论的指引下,我国的教育事业取得了很大发展。国家教委根据《中国教育改革发展纲要》的要求,针对高等师范专科学校的教育特点,颁发了《高等师范专科教育二、三年制教学方案》,进一步明确了高等师范教育面向21世纪的发展目标和战略任务,以及教学内容和教学结构的改革要求。

自出版第一本师专教材以来,我社多年来分阶段地对师专教材的使用情况进行了跟踪分析,又于1995年开展了较为系统的全面调查。调查中,教师普遍反映,现有师专教材尚不同程度存在着与当前师专教学实际相脱节的现象;对各学科中的新发现、新理论、新成果,未能加以必要的反映,已跟不上当前社会、经济、科技等发展的新形势。考虑到师专从二年制向三年制发展的现状和趋势,我社于1996年初与华东六省教委有关部门一起,邀集全国48所师专代表专门研讨了师专教材建设问题,随即开展了部分教材的修订和新编工作。

1999年,我社又进行了更大范围的实地调查,发现不少地区已将对中学教师的培养提高到了本科水平,在专业设置、课程计划、教学要求等方面都有变化。为此,我们对部分教材作了进一步的修订,使其能够适应新世纪的高等师范教学需要,同时也可用于中学教师

1999.3.27

的职后培训。

师范院校教材建设并不是一个孤立的系统,它必须服务于师范教育的总体规划。它已经历了从“无”到“有”的过程,并将逐步实现从“有”到“优”的目标。我们相信,通过各方而的努力,修订和新编的师范院校教材将充分体现基础与能力相结合,理论与实践相结合,当前与未来相结合的特色,日臻完善和成熟。

这次编写和修订工作得到了有关省市教委的大力支持,我们谨在此深表谢忱,并向为师范院校教材建设付出辛勤劳动的各地师范院校领导和所有参加编写、修订和审稿的专家、学者等致以衷心的感谢。

华东师范大学出版社

2000年1月

原 序

近几年来,学科教育学建设终于提上了议事日程。数学教育学的著作如雨后春笋般在各地出现,形势十分喜人。返观这批著作,大约有两类。一种是理论著作,着意于数学教育基本规律的探讨,数学活动的心理机制研究,中外数学教育在社会文化背景上的比较,90年代以至21世纪的展望以及各类专题的深入剖析等等。总的来说,国际上也并无数学教育学的成熟体系,更谈不上统一的范式,所以国内的作品也是百花齐放,各显其能。中国数学教育界的基础理论研究,与世界各国相比起步较晚,眼下主要还停留在国外工作的介绍和消化这一步。但是只要积以时日,将来一定会有更好的学术著作问世,以至在国际上产生影响。我想,中国数学教育应当走向世界。

另一类数学教育学的著作,则主要着眼于现实,旨在帮助青年人了解我国数学教育方面的政策和规定,继承我国数学教育上的优良传统,熟悉当前数学课堂教学的基本规范,一句话,使高师院校的学生们尽快走上课堂,顶岗顶位。赵振威教授及其合作者,正是本着这一现实目的,写了这部著作。依我看来,本书作者力图反映近几年来国内数学教育研究的新成果,并将它运用于实际课堂教学,尝试是成功的。

借此机会,我想谈谈对中国数学教育的评价。一方面,中国学生的数学成绩一直名列前茅。国际数学奥林匹克竞赛,中国代表队屡获优胜,1989年荣获团体冠军。几次中美数学通讯竞赛,也是中国为优。一般反映,中国数学教育重视基本运算、基本训练,注意培养逻辑思维能力。善于解常规题是亚洲各国的共同特点,我国也许更强些。但是,我们也要看到另一方面,中国数学教育观

念比较陈旧和保守。我国教育受考试制约严重,数学教育成了“考
题教育”。数学课并非着意为大多数学生的日后生活需要和就业
知识准备条件,往往把无穷的精力浪费在一些无谓的牛角尖试题
上。“为大众的数学”(Mathematics for all),“信息革命时代的数
学教育”,“作为服务性学科的数学”,着重培养实际数学能力的“问
题解决、模型化和应用”等等全球性的数学教育行动口号,中国都
未能仔细加以研究,更谈不上认真实行,似有一种自我封闭的感
觉。

那末怎样将上述两方面结合起来呢?这也许是我们这一代数
学教育研究者面临的历史任务。我衷心希望,数学教育理论
研究和数学教育实践指导这两类著作能够并肩齐飞,各展所长。并
在互相取长补短的过程中,加强融合,乃至形成具有中国特色的完
备的数学教育学体系,做到在理论和实践两方面都能臻于完美。

“21世纪的数学大国”,“中国数学率先赶上国际先进水平”,
这是我国数学界和数学教育界的共同愿望。但是,21世纪的数学
家,正是我们中小学数学教育的对象。成万上亿的现代化建设者,
他们的数学素养更取决于数学教育改革的成果。任重而道远。数
学教育工作者重任在肩。

窗外正是寒冬。再过几天,90年代就要来临了。我希望90
年代的第一春将会给中国数学教育注入新的生机。本书付印之前,
振威先生嘱我写点什么,我只能写上述的片断感想,以就教于作者
与读者。

张奠宙

1989年12月于华东师大

修订版再序

《中学数学教材教法》一再重印，可见受到读者的欢迎。振威先生等早就着手修订。除补正误植外，更注意拓广和完整，保持对读者完全负责的态度，值得称许。

1989年冬的原序，现在看来尚未过时，只是时代在前进，形势又有很大变化。从大的方面看，中国的社会主义市场经济正在形成，未来公民的素质，自然应该包括金融意识、市场意识等等在社会上生存和立足的本领。我们的基础教育是否跟上去了？中学数学教育是否涉及利息计算、分期付款、利润筹划、图表识别、数据处理、有奖销售之类的现实生活？似乎还没有跟上。当然，教材、大纲未能大改，本书也无法奢谈，只好留待今后。听说国家教委有关部门在抓师专的教育改革，也许近几年会有一些新的动作。

另一个重大变化是九年制义务教育正在普及。这一变化将会影响数学教育的全局。实际上，我国过去的数学教育观，主要建筑在英才教育之上，为普通劳动者的考虑很少。因此，教材、教法、考试等均以升学为标准。数学是把筛子，把“谷粒”留下，把“秕糠”扬弃就行。现在人人都有权享受九年教育，何以应对？中等学生、后进生如何处理，日益显得突出。今后的“中学数学教材教法”，大概也会面临这个问题的。

本书已经并正在造就一批数学教师，形成他们的数学教育观。这必将影响一代人。在下一一次修订的时候，也许会接近下一个世纪之交。那时，我们期望《中学数学教材教法》具有更强烈的时代精神，以迎接新世纪的曙光。

张奠宙

1994年春再识

总 目 录

第一分册 总 论

绪言

第一章 中学数学的教学目的和内容

第二章 中学数学的教学原则

第三章 中学数学中的科学方法

第四章 中学数学的逻辑基础

第五章 数学基础知识的教学与基本能力的培养

第六章 中学数学的教学方法

第七章 中学数学的教学工作

第八章 中学数学教育测量和评价

第二分册 初等代数研究

绪言

第九章 数

第十章 式

第十一章 初等函数

第十二章 方程和方程组

第十三章 不等式

第三分册 初等几何研究

绪言

第十四章	几何题的证明
第十五章	几何量的计算
第十六章	初等几何变换
第十七章	轨迹
第十八章	作图
第十九章	平面几何教法研究

目 录

绪言	(1)
§ 1 关于代数学发展的几个历史观点	(2)
§ 2 作为教学科目的中学代数	(4)
第九章 数	(6)
§ 1 数系的扩展	(6)
§ 2 整数的整除性	(43)
§ 3 近似计算初步	(56)
§ 4 初中数的教学	(67)
第十章 式	(76)
§ 1 式的概念	(76)
§ 2 多项式	(78)
§ 3 分式	(90)
§ 4 根式	(100)
§ 5 指数式和对数式	(108)
§ 6 三角式和反三角式	(114)
§ 7 初中式的教学	(122)
第十一章 初等函数	(133)
§ 1 函数的概念	(133)
§ 2 基本初等函数	(137)
§ 3 初等函数及其分类	(146)
§ 4 用初等方法讨论初等函数	(152)
§ 5 初等函数图象的作法	(166)
§ 6 初中函数的教学	(174)
第十二章 方程和方程组	(182)
§ 1 方程(组)的概念	(182)
§ 2 方程(组)的同解性	(184)

§ 3 整式方程	(191)
§ 4 分式方程和无理方程	(200)
*§ 5 初等超越方程	(219)
§ 6 方程组	(233)
§ 7 初中方程的教学	(241)
第十三章 不等式	(250)
§ 1 不等式(组)的概念及性质	(250)
§ 2 不等式(组)的同解性	(252)
§ 3 解不等式	(256)
*§ 4 不等式的证明	(269)
*§ 5 几个重要的不等式	(279)
§ 6 不等式的应用	(287)
§ 7 初中不等式的教学	(295)

绪 言

“代数学”一词，渊源于9世纪阿拉伯数学家、天文学家阿尔·花拉子米(al-Khowārizmi, 约780~约850)所著《ilm al-jabr wa'l muquabalah》一书。al-jabr是“还原”或“移项”的意思，wa'l muquabalah是“相消”，即将两端相同的项消去或合并同类项。全名是《还原与相消的科学》，也可以译成《方程的科学》。后来，由阿拉伯文译成拉丁文时，“al-jabr”变成了“algebra”，其余的词逐渐被人们所遗忘。1859年，中国清代数学家李善兰(1811~1882)首次把“algebra”译成代数学。

代数学是一门古老而崭新的数学分支。它的古典部分的历史，可以追溯到公元前1700年以前；而近世代数学至今还只有百余年的历史，目前仍在蓬勃发展着，是当今最有活力的学科之一。

在代数学的早期历史上，中国占有重要的地位。不迟于1世纪成书的《九章算术》就提出了正、负数的相反意义和正负数加减法则，给出了正系数的二次方程的数值解法。在唐初王孝通的《辑古算经》(623)中，给出了正系数的三次方程的数值解法。1247年，秦九韶(约1202~约1261)在《数书九章》(1247)中，创造了高次多项式方程的一般数值解法。随着求高次方程方法的日益完整，列方程解应用题的方法也首次在中国发展起来。金、元时期数学家李冶(1192~1279)在《测圆海镜》(1248)、《益古演段》(1259)中，提出了根据应用问题的条件列方程的天元术。元代数学家朱世杰在《四元玉鉴》(1303)中，给出了高阶等差级数论和多元联立方程组及其消去法(所谓四元术)。凡此等等，人们不难看出，在16世纪以前，除阿拉伯的某些成就外，中国对于代数学的研究，在世界占有领先地位。

§1 关于代数学发展的几个历史观点

纵观现代数学的历史发展,大体上可以分为初等代数的形成、高等代数的发展、抽象代数的产生和深化三个阶段.随着这门学科自身的发展,人们对于什么是代数学,即代数学的研究对象是什么,逐步形成了三种主要的历史观点.

一、代数学是研究字母运算的科学

代数学的古典部分,主要是初等代数,它是随着有关方程(组)问题的解决而产生、发展起来的.人类很早就接触到方程.但是,严格意义下的代数学,却是在16世纪才逐渐形成的.

16世纪,在欧洲的文艺复兴时期,由于生产力的发展,对数学的要求更为迫切,原有的算术内容和它的实际应用已显得十分狭隘.在这样的背景下,意大利数学家塔尔塔利亚(N. Tartaglia, 1499/1500~1557)、费拉里(L. Ferrari, 1522~1565)先后成功地得到了三次和四次多项式方程的解的一般公式;法国数学家韦达(F. Vieta, 1540~1603)划时代地系统使用符号,不仅用字母表示未知数及其幂,还用字母表示方程的系数和常数.以后,法国数学家笛卡儿(R. Descartes, 1596~1650)又对符号作了改进,采用字母表中前面的字母表示已知量,最后的一些字母表示未知量.

符号的改进和普遍化,使代数从算术中分离出来,成为严格意义下的代数学.同时,由于使用了以字母代替数的方法,便能运用自如地处理和计算代数式,极大地提高了思考的效率和正确性.

因此,当时人们把代数学看成是关于字母的运算,由字母表示的公式的变换,以及解代数方程一类的科学.字母运算学的观点,是代数学的第一个观点,也是代数学的原始观点.这种观点的代表性的著作,是瑞士数学家欧拉(L. Euler, 1707~1783)的《代数学引论》(1770).这种观点一直被持续到18世纪后期.

二、代数学是研究方程理论的科学

随着生产力的进一步发展,许多数量关系的问题,都被归结为代数方程的求解问题。从而,人们开始把注意力集中到关于方程和方程组的一般理论上去,逐步形成以方程论为主要内容,包括行列式、矩阵和二次型在内的高等代数。

16世纪起,随着四次方程根式解法的发现,数学家的视线逐渐转移到五次以至更高次代数方程的根式解法。在随后长达三个世纪中,诸如拉格朗日(J.-L. Lagrange, 1736~1813)、范德蒙德(A.-T. Vandermonde, 1735~1796)、鲁菲尼(P. Ruffini, 1765~1822)、阿贝尔(N. H. Abel, 1802~1829)、伽罗瓦(E. Galois, 1811~1832)等著名数学家,都为此付出了巨大的劳动,创立了以代数方程的根的计算与分布为中心的复杂理论。

在这一时期里,代数学以研究代数方程的理论为中心。所以,当时人们把代数学理解为研究方程理论的科学,或简称它是方程的科学。这是代数学的第二个观点,即以方程为中心的观点。反映这种观点的典型的著作,是1870年法国数学家若尔当(C. Jordan, 1838~1922)的《置换和代数方程专论》,对代数方程作了专题总结,并第一次全面而清晰地阐述了当时代数理论的崭新成果——伽罗瓦理论。

三、代数学是研究各种代数结构的科学

19世纪,在伽罗瓦群以后,随着四元数、向量、矩阵、线性变换等一系列更具一般性的研究对象的出现,代数的研究内容和研究方法发生了巨大的变革,从原来以研究代数方程的理论为中心的数学分支,转变到定义在任意性质的元素集上的代数运算的规律和性质,包括群论、环论、伽罗瓦理论、向量空间、线性代数、同调代数等内容的庞大的数学分支。这就是抽象代数,或称近世代数。

上述变革,是在数学严格化、抽象化和公理化思想的影响下展开的。在代数中,遵循不同的公理系统,便形成不同的代数结构。因此,当时人们把代数学理解为研究各种代数结构的科学。这是

代数学的第三个观点,即近代观点. 20 世纪 30 年代,德国数学家范·德·瓦尔登 (B. L. Van der Waerden, 1905~) 的著名教科书《代数学》两卷本深刻地阐明了上述观点.

上面,我们择要介绍了代数学发展的几个历史观点. 深刻地理解这些观点,有助于完整地、历史地认识代数学的全貌.

§ 2 作为教学科目的中学代数

作为教学科目的中学代数,它的性质和内容都不同于作为一门科学的代数学. 在国外数学教育现代化运动中,人们曾试图以结构化、公理化的思想来进行中学数学教学,这在一定程度上反映了数学的本质,但终因超越了中学生的认识水平,难以普遍实施.

根据中学数学的教学目的,我国现行中学代数教材,以传统内容为主,适当渗透近代数学思想,课程内容具有多样性和广泛性,除固定意义的代数基本内容外,还安排一些其它数学分支的知识. 教材的基本内容包括数、式、函数、方程、不等式五个方面.

1. 数

先在算术数的基础上引进负数,完成有理数集的扩充;接着引进无理数,完成实数集的扩充;最后引进虚数,完成复数集的扩充. 对于数集的讨论,着眼于介绍某一数集里的各种代数运算,而不涉及数集自身的结构理论.

2. 式

主要讨论代数式与简单超越式的概念、性质和变换. 其中解析式的恒等变换是重点内容,它是求解方程、研究函数的基础.

3. 函数

函数在中学代数里占有十分重要的地位,在初中和高中分别进行考察. 利用函数的图象讨论函数的性质,或根据函数的性质绘制函数的图象,体现了形、数结合的基本思想.

4. 方程

主要研究各类方程、方程组的解法。有关方程的同解理论以及对方程的讨论,都是为解方程服务的。

5. 不等式

主要研究一元一次不等式、一元一次不等式组 and 一元二次不等式的解法。对其它类型的不等式,只讨论如何化为一元一次不等式或一元二次不等式,然后进行求解。关于不等式的证明,仅介绍一些常用的证明方法。

除了上面五部分内容外,还包括等差数列、等比数列、数学归纳法、排列与组合、二项式定理、概率统计初步等。

中学代数内容十分丰富,前五部分内容,相互间密切联系,为了保证学生系统地学好这些内容,以交叉安排为宜;其余内容相对独立,可分列专题研究。

根据高等师范专科学校数学专业的培养目标,本书拟联系中学代数教学实际,重点研究前面五个方面的内容。