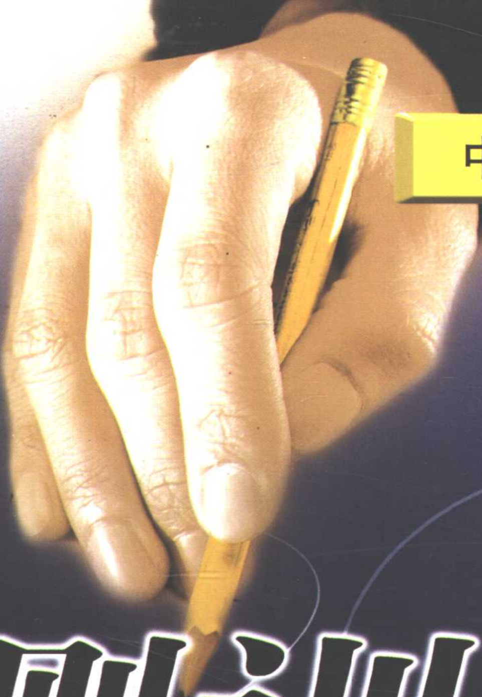
中学生创新能力同步测训丛书



测训精编

CEXUN JINGBIAN

● 丛书主编：陈 艳

学生用书

测训要点

测训示范

测训习题

初三数学（上）

湖南教育出版社

《中学生创新能力同步测训丛书》(学生用书)

测训精编·初三数学(上)

主　编:陈　峰
编　者:朱同标　胡　波　莫　芳　丁正光　肖诗钢

封面设计 ▶ 东方上林工作室

测训精编

CEXUN JINGBIAN

中学生创新能力同步测训丛书

- 初一数学（上）
- 初一语文（上）
- 初一英语（上）
- 初二数学（上）
- 初二物理
- 初二语文（上）
- 初二英语（上）
- 初三数学（上）
- 初三物理
- 初三化学
- 初三语文（上）
- 初三英语

《中学生创新能力同步测训丛书》
测训精编
初三数学（上）
丛书主编：陈　艳
责任编辑：胡　旺
湖南教育出版社出版发行（长沙市韶山北路643号）
湖南省新华书店经销　湖南省望城县印刷厂印刷
787×1092　16开　印张：6.25　字数：160000
2002年6月第1版　2002年6月第1次印刷
ISBN7－5355－3682－4/G·3677
定价：7.00元

ISBN 7-5355-3682-4
9 787535 536822 >

中学生创新能力同步测训丛书　测训精编　初三数学（上）　湖南教育出版社

编写说明

为了使广大中学生更好地适应现行教育体制改革和考试改革的需要，及时有效地理解和使用新编教材，从起始年级开始，逐步培养和提高学生的应变能力和实践创新能力，我社组织多所重点中学特级、高级教师，编写了《中学生创新能力同步测训丛书》。丛书充分体现“3 + X”高考改革的新理念，既紧扣教材，又联系实际，注重拓展，将学科知识传授与综合创新能力培养紧密结合起来，使基础知识、解题方法、学科思想的渗透融于以习题为载体的能力形成的训练之中。在训练过程中，注意对学生进行基本解题技能和解题方法的培养和提高，以达到中学生备考和应试过关的目的。

丛书与人教版新编教材同步配套。初中分语文、数学、英语、物理、化学五个学科，高中分语文、数学、英语、物理、化学、生物、历史七个学科，以“课时”（或“节”）为单位编写，与教学同步。

丛书由“学生用书”和“教学讲义”配套构成。“学生用书”是围绕教学目标和能力培养而精心设计的与教材同步的训练、测试习题。每课时或节下设三个栏目：[测训要点]、[测训示范]、[测训习题]。测训习题分能力题和创新题。每单元（或章）加附一套测试题，期末附一套综合测试卷。按中考、高考模式出卷。“教学讲义”则是在学生用书基础上编写的供教师使用的教学指导参考资料，注重科学性、指导性和可操作性。每课时或节下设两个栏目：[导练精要]、[习题解说]。“教学讲义”按一定比例免费赠送给老师。

编　者

2002 年 5 月

目 录

代数部分

几何部分

代数部分

第十二章　一元二次方程

12.1　用公式解一元二次方程

第一课时　一元二次方程

测训要点

1. **整式方程的概念**

   方程的两边都是关于未知数的整式，象这样的方程叫整式方程.

2. **一元二次方程的概念**

   只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2的整式方程叫一元二次方程.

3. **一元二次方程的一般形式**

   $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$.

测训示范

例1　下列方程中是关于 x 的一元二次方程的是（　　）

A. $2+x+\frac{1}{x^2}=0$　　　　B. $(m-1)x^2+2x+1=0$

C. $-x^2-\frac{1}{x}+1=0$　　　　D. $(a^2+1)x^2+(a-1)x+3=0$

解析： A、C不是整式方程，B中当 $m=1$ 时方程为 $2x+1=0$.

答案： 选D.

例2　把方程 $3x(x+2)=2(x-1)+7$ 化成一般形式，并写出它的二次项系数 a、一次项系数 b、常数项 c 的大小.

解析： 把原方程去括号、移项、合并同类项得：$3x^2+4x-5=0$.

答案： 一般形式是：$3x^2+4x-5=0$，其中 $a=3$，$b=4$，$c=-5$.

测训习题

能力题

一、选择题

1. $x=\frac{1}{2}x^2$的二次项系数与一次项系数分别是（　　）

A. $\frac{1}{2}$, 1　　B. $\frac{1}{2}$, -1　　C. $-\frac{1}{2}$, -1　　D. $\frac{1}{2}$, 0

2. 下列方程中，是一元二次方程的有（　　）

①$\sqrt{x^2-4}=5$　　②$xy=1$　　③$\frac{1}{x}+x=1$　　④$2^{x^2}=8$　　⑤$ax^2+bx+c=0$

A. 0个　　B. 1个　　C. 2个　　D. 4个

3. 若方程$(m-1)x^2+2x-1=0$是关于x的一元二次方程，则（　　）

A. $m>1$　　B. $m<1$　　C. $m\neq1$　　D. $m=1$

二、填空题

4. 方程$(2y-1)(3y+2)=y^2+2$化为一般形式是____________.

5. $x^2+3x-3=0$的二次项系数$a=$______，一次项系数$b=$______，常数项$c=$______.

三、解答题

6. 把下列方程先化成一般形式，再写出它的二次项系数、一次项系数和常数项.

(1) $2x^2=3x-1$;　　　　(2) $(2x-1)(x+3)=4$.

创新题

四、若方程$(a+1)x^2+3x-1=0$是一元一次方程，求$ax+3$的值.

第二课时　直接开平方法

测训要点

1. 直接开平方法的依据

求一个数的平方根.

2. 直接开平方法的概念

由$x^2=a$ $(a\geq0)$ 得 $x=\pm\sqrt{a}$，这样的过程叫直接开平方法.

测训示范

例1　当k为何值时，方程$x^2=k$有：

(1) 两个不同的实根；　　(2) 只有一个实根；　　(3) 没有实根.

解析：根据平方根的性质求解．

答案：（1）$k>0$；　（2）$k=0$；　（3）$k<0$.

例 2　用直接开平方法解下列方程．

（1）$x^2=9$；　（2）$(x-2)^2=25$.

解析：（1）x 是 9 的平方根；　（2）$(x-2)$ 是 25 的平方根

答案：（1）$x_1=3$，$x_2=-3$（2）$x_1=7$，$x_2=-3$.

例 3　解方程：$16(x+3)^2-3=0$

解析：先把方程转化成 $(x+3)^2=\frac{3}{16}$，$x+3$ 是$\frac{3}{16}$的平方根．

答案：$x_1=-3+\frac{\sqrt{3}}{4}$，$x_2=-3-\frac{\sqrt{3}}{4}$.

测训习题

能力题

一、选择题

1．解方程 $x^2+9=0$，结果是（　　）

A．$x=\pm3$　B．$x=-3$　C．无实数根　D．以上都不对

2．方程 $x^2=7$ 的两根的和为（　　）

A．$2\sqrt{7}$　B．$-2\sqrt{7}$　C．$\sqrt{7}$　D．0

3．方程 $2(4x-3)^2=32$ 的两根是（　　）

A．$\pm\sqrt{16}$　B．$\frac{7}{4}$，$-\frac{1}{4}$　C．1，7　D．$-\frac{7}{4}$，$\frac{1}{4}$

二、填空题

4．方程 $x^2=4$ 适合用______方法求根，它等价于求 4 的______．

5．已知方程 $x^2+k^2=5$ 的一个根是 $x=-1$，则 $k=$______．

三、用直接开平方法解下列方程：

6．$x^2=1$　7．$4x^2=3$

8．$x^2-\sqrt{625}=0$　9．$5(1+\frac{x}{100})^2=125$

创新题

四、解方程：

10．$x^4=16$　11．$2(x^2-1)^2=128$

五、用直接开平方法解下列方程：

12．$mx^2+n=0\quad(m\neq 0)$　　13．$\frac{x^2}{m}+\frac{x^2}{n}=1\ (m>0,\ n>0)$

第三课时　配方法

测训要点

1．配方法的概念

把方程的左边含有未知数的代数式化成一个完全平方式，再利用直接开平方法求根．这样的解一元二次方程的过程称作配方法．

2．配方法的一般步骤

(1) 把二次项系数化为1；

(2) 将常数项移至方程的右边；

(3) 在方程的两边同时加上一次项系数的一半的平方；

(4) 将方程的左边写成平方形式再用直接开平方法求解．

测训示范

例1　填空题：

(1) $x^2+4x+(\_\_\_\_\_\_)=(x+\_\_\_\_\_\_)^2$

(2) $x^2-3x+(\_\_\_\_\_\_)=(x-\_\_\_\_\_\_)^2$

(3) $x^2+mx+(\_\_\_\_\_\_)=(x+\_\_\_\_\_\_)^2$

解析：对于二次项系数为1的二次三项式是完全平方式的条件是：常数项等于一次项系数的一半的平方．

答案：(1) 4，2　　(2) $\frac{9}{4}$，$\frac{3}{2}$　　(3) $\frac{m^2}{4}$，$\frac{m}{2}$

例2　用配方法解下列方程：

(1) $x^2-6x+5=0$；　　(2) $2x^2+3=10x$．

解析：(1) 常数项移至方程的右边：$x^2-6x=-5$

左右两边同时加上一次项系数的一半的平方：

$x^2-6x+9=9-5$．

左边写成完全平方式：

$(x-3)^2=4$．

用直接开平方法求根：

$(x-3)=\pm 2$，　　$\therefore x_1=5$，$x_2=1$.

(2) 把二次项系数化为1，并将方程化为一般形式：

$x^2-5x+\dfrac{3}{2}=0$.

把常数项移到方程的右边：

$x^2-5x=-\dfrac{3}{2}$.

方程左、右两边同时加上一次项系数的一半的平方得：

$x^2-5x+\dfrac{25}{4}=\dfrac{25}{4}-\dfrac{6}{4}$.

方程的左边写成完全平方形式：

$(x-\dfrac{5}{2})^2=\dfrac{19}{4}$.

用直接开平方法求根：

$x-\dfrac{5}{2}=\pm\dfrac{\sqrt{19}}{2}$.

$\therefore x_1=\dfrac{5+\sqrt{19}}{2}$，$x_2=\dfrac{5-\sqrt{19}}{2}$.

测训习题

能力题

一、选择题

1．用配方法解方程 $x^2-\dfrac{2}{3}x+1=0$，配方结果正确的是（　　）

A．$(x-\dfrac{1}{3})^2=\dfrac{8}{9}$　　B．$(x-\dfrac{1}{3})^2=-\dfrac{8}{9}$

C．$(x-\dfrac{1}{3})^2=\dfrac{5}{9}$　　D．$(x-\dfrac{1}{3})^2=-\dfrac{5}{9}$

2．代数式 x^2-8x+k 是完全平方式，则 k 的值是（　　）

A．$k=16$　　B．$k=-16$　　C．$k=64$　　D．$k=-64$

3．代数式 $x^2-8x+12$ 的值为0，则 x 的值为（　　）.

A．$x=2$　　B．$x=6$　　C．$x=2$ 或 6　　D．不存在

二、填空题

4．x^2+7x+______$=(x+$______$)^2$

5．$4x^2+kx+9$ 是完全平方式，则 $k=$______.

三、用配方法解下列方程：

6．$x^2+6x+4=0$；　　7．$x^2-x-72=0$；　　8．$3x^2-2=4x$.

创新题

四、若关于 x 的方程 $(k^2-15)x^2=k(2x^2+1)-5$ 有无穷多个解，求 k 的值.

五、用配方法解关于 x 的方程：$ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$）

第四课时　公式法

测训要点

1. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$）的求根公式：

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ (b^2-4ac\geqslant 0)$$

2. 用公式法求一元二次方程的根的条件是：

$b^2-4ac\geqslant 0$

测训示范

例 1　用公式法解下列方程：

(1) $x^2-7x=30$;　　(2) $x^2-2=2\sqrt{2}x$.

解：(1) $\because a=1,\ b=-7,\ c=-30$,

$b^2-4ac=(-7)^2-4\times 1\times(-30)=169>0$.

$\therefore x=\frac{7\pm\sqrt{169}}{2\times 1}=\frac{7\pm 13}{2}$.

$\therefore x_1=10,\ x_2=-3$.

(2) $\because a=1,\ b=-2\sqrt{2},\ c=-2$,

$b^2-4ac=(-2\sqrt{2})^2-4\times(-2)=16>0$.

$\therefore x=\frac{2\sqrt{2}\pm\sqrt{16}}{2\times 1}=\frac{2\sqrt{2}\pm 4}{2}$.

$\therefore x_1=\sqrt{2}+2,\ x_2=\sqrt{2}-2$.

例 2　解方程：$m(x^2-1)=x(m^2-1)$　($m\neq 0$)

解：原方程可转化为：$mx^2-(m^2-1)x-m=0$.

$\therefore a=m,\ b=1-m^2,\ c=-m$,

$b^2-4ac=(1-m^2)^2-4\cdot m\cdot(-m)=(m^2+1)^2>0.$

$\therefore x=\dfrac{(m^2-1)\pm\sqrt{(m^2+1)^2}}{2m}=\dfrac{(m^2-1)\pm(m^2+1)}{2m}.$

$\therefore x_1=m, x_2=-\dfrac{1}{m}.$

测训习题

能力题

一、选择题

1．确定方程 $2x^2=3x-1$ 的 a、b、c 的值，正确的是（　　）

A．$a=2$，$b=3$，$c=-1$　　B．$a=2$，$b=-3$，$c=1$

C．$a=-2$，$b=-3$，$c=1$　　D．$a=2$，$b=-3$，$c=0$

2．分式 $\dfrac{2x^2-5x+3}{4x^2-16x+15}$ 的值为 0，则 x 的值为（　　）

A．$x=1$ 或 $\dfrac{3}{2}$　　B．$x=1$　　C．$x=\dfrac{3}{2}$　　D．$x=\dfrac{5}{2}$

3．方程 $x^2-3|x|+1=0$ 的实数根的个数为（　　）

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

二、填空题

4．方程 $3x^2=7-2x$ 的 b^2-4ac 的值为______.

5．关于方程 $x^2+px+q=0$ 有实根的条件是______.

三、用公式法解下列方程：

6．$x^2+x=1$　　7．$x(x+8)=16$　　8．$3y^2+1=2\sqrt{3}y$

创新题

四、x 为实数，且 x 满足 $|2x^2-3x-20|+\sqrt{x^2-2x-8}=0$，

求 $\dfrac{\sqrt{x}}{1-x}\cdot\sqrt{x^2-1}$ 的值.

12.2 用因式分解法解一元二次方程

测训要点

1. **因式分解法的概念**

把一元二次方程的一般形式含有未知数的左边分解成两个一次因式的积，从而得到方程的根，这样的方法叫因式分解法.

2. **因式分解法的依据**

$ab=0\Rightarrow a=0$ 或 $b=0$ 即：由 $(ax+b)(cx+d)=0$ 得 $x_1=-\frac{b}{a}$，$x_2=-\frac{d}{c}$.（$ac\neq 0$）

测训示范

例 1 用因式分解法解下列方程：

(1) $x^2+8x+12=0$；　　(2) $x^2-6x=40$.

解：(1) 原方程可变形为：

$(x+2)(x+6)=0$

$\therefore x_1=-2$，$x_2=-6$.

(2) 原方程可变形为：

$x^2-6x-40=0\Rightarrow(x-10)(x+4)=0$

$\therefore x_1=10$，$x_2=-4$.

例 2 用因式分解法解下列方程：

(1) $3(x-2)^2=x(x-2)$；　　(2) $x^2-(\sqrt{3}+\sqrt{5})x+\sqrt{15}=0$.

解：(1) 原方程可变形为：$(x-2)(2x-6)=0$

$\therefore x_1=2$，$x_2=3$.

(2) 原方程可变形为：$(x-\sqrt{3})(x-\sqrt{5})=0$

$\therefore x_1=\sqrt{3}$，$x_2=\sqrt{5}$.

测训习题

能力题

一、选择题

1. 方程 $x^2-3x-40=0$ 的一正根是（　　）

A. $x=10$　　B. $x=8$　　C. $x=5$　　D. $x=4$

2. 用因式分解法解方程 $x^2-4x=5$，其中某一过程正确的是（　　）

A. $x(x-4)=5$　　B. $(x-5)(x+1)=0$

C. $(x+5)(x-1)=0$　　D. 上述均不正确

3. 方程 $(2-3x)+(3x-2)^2=0$ 的根是（　　）

A. $x_1=\frac{2}{3}$，$x_2=-1$　　B. $x_1=\frac{2}{3}$，$x_2=\frac{1}{3}$

C. $x_1=x_2=\frac{2}{3}$　　　　D. $x_1=\frac{2}{3}$，$x_2=1$

二、填空题

4. 若 $x=-1$ 是方程 $x-x^2-k=0$ 的一个根，则 $k=$____. 用分解因式法求得它的另一个根是________.

5. 方程$(2x-3)(x+4)=0$的根是__________.

三、用因式分解法解下列方程：

6. $x^2-6x+8=0$;　　　7. $x(2x+7)=3(2x+7)$;　　　8. $(x-1)(x+3)=12$.

创新题

四、若$(u^2+v^2)(1-u^2-v^2)+6=0$,求 u^2+v^2的值.

五、设方程$(1998x)^2-1997\times1999x-1=0$的较大根为 R，$x^2+1997x-1998=0$的较小根为 r. 求 $R+r$ 的值.

12.3　一元二次方程的根的判别式

测训要点

1. 一元二次方程的根的判别式的概念

$\Delta=b^2-4ac$ 叫方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq0$) 的根的判别式.

2. 判别式与根的关系

(1) $\Delta>0\Leftrightarrow$方程有两个不相等的实数根：$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$.

(2) $\Delta=0\Leftrightarrow$方程有两个相等的实数根：$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$.

(3) $\Delta<0\Leftrightarrow$方程没有实数根.

测训示范

例 1 不解方程，判别下列方程的根的情况：

(1) $2x^2-5x+6=0$;

(2) $16x^2+8\sqrt{3}x+3=0$;

(3) $2(x^2-1)=3x$;

(4) $x^2-2kx-4(1-k)=0$.

解： (1) $\because \Delta=25-48<0$,

$\therefore$原方程没有实数根.

(2) $\because \Delta=192-192=0$,

$\therefore$原方程有两个相等的实根.

(3) $\because \Delta=9+16>0$,

$\therefore$原方程有两个不相等的实根.

(4) $\because \Delta=4k^2+16(1-k)=4(k^2-4k+4)=4(k-2)^2\geqslant 0$,

$\therefore$原方程有实根.

例 2 m 为何值时，方程 $x^2-(2m+2)x+m^2+5=0$

(1) 有两个不相等的实根； (2) 有两个相等的实根； (3) 没有实根.

解析： 此题关键是计算 Δ 的值，根据根的情况确定 Δ 的符号从而求 m 的值.

解： $\Delta=(2m+2)^2-4(m^2+5)=8m-16$

(1) 依题意，$\Delta>0$ 得 $8m-16>0$，从而 $m>2$.

$\therefore$当 $m>2$ 时，方程有两个不相等的实根.

(2) 依题意，$\Delta=0$ 得 $8m-16=0$，从而 $m=2$.

$\therefore$当 $m=2$ 时，方程有两个相等的实根.

(3) 依题意，$\Delta<0$ 得 $8m-16<0$，从而 $m<2$.

$\therefore$当 $m<2$ 时，方程无实根.

例 3 已知 a、b、c 均为正数，且方程 $ax^2+bx+c=0$ 有实根. 求证：方程 $acx^2+b^2x+ac=0$有两个不相等的实根.

证明： $\because$方程 $ax^2+bx+c=0$ 有实根，$\therefore \Delta=b^2-4ac\geqslant 0$.

$\because$方程$acx^2+b^2x+ac=0$的 $\Delta=b^4-4a^2c^2=(b^2+2ac)(b^2-2ac)\geqslant 2ac(b^2+2ac)>0$,

$\therefore$方程 $acx^2+b^2x+ac=0$ 有两个不相等的实根.

测训习题

能力题

一、选择题

1. 下列方程无实根的是（　　）

A. $2x^2-3x+2=0$　B. $x^2-x-4=0$　C. $-5x^2+7=8x$　D. $x^2+6x=-9$

2. 若方程 $x^2-2x-k+1=0$ 有两个不相等的实根，则（　　）

A. $k>0$　B. $k>1$　C. $k<0$　D. $k<1$

3. 关于 x 的方程 $k(x^2+x+1)=x^2+x+2$ 有两个相等的实数根，则 k 的值为（　　）

A. $-\frac{7}{3}$　　B. 1　　C. $\frac{7}{3}$或1　　D. $\frac{7}{3}$

二、填空题

4. 方程 $2x^2-5x-2=0$ 的根的判别式 $\Delta=$______.

5. 若方程 $2x^2-2ax+3a-4=0$ 没有实数根，化简 $\sqrt{a^2-8a+16}+|2-a|=$______.

三、不解方程，判断下列方程的根的情况：

6. $5x^2+7=8x$　　7. $2x(x-3)=9$

8. $\sqrt{2}x-x^2+7=0$　　9. $x^2-14x+49=0$

创新题

四、关于 x 的方程 $kx^2-4x+3=0$ 有实数根，求 k 的非负整数值.

五、已知 a、b、c 是三角形的三条边，求证：关于 x 的方程 $b^2x^2+(b^2+c^2-a^2)x+c^2=0$ 没有实数根.