质点与系统的经典动力学

〔美〕J.B.Marion 编著

李 笙译 杨润殷 校

ZHI DIAN YU XI TONG DE JING DIAN DONG LI XUE

高等教育出版社

内 容 简 介

本书系根据[美] J. B. Marion 编著的《质点与系统的经典动力学》一书1970年第二版译出．本书是欧美现行理论力学教材中较有影响的一种．它系统地阐述了经典力学的基本内容，并在一定的数学基础上，力求对经典力学体系提供一种现代的处理方法．随着问题的讨论，作者在牛顿力学之后，逐步引入分析力学和相对论力学的理论课题，并注意结合近代科学发展的典型实例，对理论的应用作了充分介绍．书中引用了较多的历史资料，附有习题和参考书目．

本书可供我国高等学校物理和有关专业师生作为教学参考书．

J. B. Marion
CLASSICAL DYNAMICS
OF PARTICLES AND SYSTEMS
Second edition
Academic Press
1970

质点与系统的经典动力学
[美] J. B. Marion 编著
李 笙 译
杨润殷 校
*
高等教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
二二〇七工厂印装
*
开本850×1168 1/32 印张 18.625 字数 444,000
1985年12月第1版 1986年12月第1次印刷
印数 00,001—3,470
书号 13010·01099 定价 4.20 元

第二版序言

本书借第二版问世之机补充了一些内容，并根据各方面的建议改写了若干章节．对错误作了勘正，不必要的段落也已删去．有些内容重新作了安排，以使全书内容的展开顺序更加自然．鉴于振动现象几乎在现代工程和物理学的所有方面都极为重要，所以增加了一些材料(例如，拉普拉斯变换法，以及在电振荡方面更加广泛的应用)．矢量方法的讨论已予压缩,仅限于对本书直接有用的那些技巧．牛顿力学(包括势论)仅占一章．相对论理论已向后移,其在力学中的各项应用，原来分散在若干章节中，现已全部併入一章．另补充了一些新的习题,特别是有关振动的几章,而某些太难的习题则已删除．

第一版序言

本书是供大学物理系高年级学生使用的一本比较新颖而又相当完备的关于质点、质点系和刚体的经典力学教程．可作为一学年每周三学时力学课程的教材．如果周密计划、适当删节[1]，每周改为四学时，则主要内容也可在一个学期内完成．如果课时不够，不能全部讲授，有些内容，例如非线性振动、刘维定理、三体问题、相对论性碰撞等，以及其他一些问题，都可以省略．但是，一般说来，希望对这些内容不要完全舍弃，因为这些大都是经典物理中一些饶有趣味的内容．另一方面，本书可作为数学物理或理论物理课程的力学部分．学习这些课程的学生应已学过普通物理，数学方面则应学完积分．

本书目的有三重：(1) 对经典力学系统提供一种现代的处理方法，以求尽量减少向物理学的量子理论过渡时所遇到的困难．为此，本书自始至终都应用现代的符号和术语．对与近代物理有重要关系的概念也特别加以注释．(2) 尽可能使学生熟悉新的数学方法，并在解决问题方面提供足够的实践机会，从而使他们能够熟练掌握，运用自如．(3) 在从“普通”物理走向“高等”(*advanced*)物理的关键学习阶段，使学生在理论表述和解题技巧方面都达到一定的熟练程度．

随着讲授的需要，本书将陆续介绍一些新的数学方法．然而，使用本教程的学生，应同时另修高等数学课程．物理系的学生必须懂得并重视数学上的严谨。但是，倘若坚持数学论述的完整性和严密性就势将打破物理论述的连续性时，则优先照顾物理学的

[1] 那些可以省略而不致破坏连续性的章节均标有符号：■

论述。

矢量方法在第一章讲述，并在全书通篇使用. 作者假定学生已学过应用“有向线段”来研究矢量的方法. 所以，本书采取了更基本的观点：通过坐标变换性质的讨论来阐明矢量分析. 这样作，有助于为后来(12,13章)过渡到张量方法打下牢固的基础. 有关复数的应用、常微分方程的解法和其他数学方法的附录，是供基础较差一些的学生使用的，程度较高的学生也可用来复习.

编排本书材料时，自始至终穿插了许多例题. 读者将发现，本书的论证和例题都讲得比较详细，“可以证明”之类的话已减低到最低限度. 但是，某些太长和乏味的代数运算还是作了必要的删节，以保证学生不致因陷入繁杂的运算而看不清主要线索. 习题是本书不可缺少的组成部分，大部分都应该作，这样学生才能真正掌握本书的内容.

本书附有历史脚注，作者对此感到欣慰. 物理学史几乎已经从今天的课程表中消失了，结果使得学生往往不知道一个课题的历史背景，甚至不熟悉为该学科的发展作出重大贡献的数学家和物理学家的名字. 因此，有必要引入这些脚注，以便增进学生的兴趣，并鼓励他们研究自己专业的历史. 除学生可能要查找的当代文献(英文版)外，原始文献的出处一般不注明.

每章之后附有“本章推荐参考书目”，并根据专业和难易程度分类. 所列书目大多比较广泛，当然不是要求学生每本都读，但是多列一些. 至少可使读者更容易找到有关的参考材料. 书目中大部分是比较新的书，学生容易查找，也能引起兴趣.

承蒙马里兰大学计算机科学中心为作者提供便利，使用他们的 IBM 7090/1401 计算机计算本书中的许多曲线，特此表示谢意.

目　录

第一章　矩阵、矢量和矢量计算

§1.1　引言

运用矢量方法①能够以十分简明、精辟的方式来讨论物理现象．将物理定律运用到具体情况时，其结果显然不应依赖于我们所选择的是直角坐标系还是双极性柱坐标系，而且也不依赖于坐标原点如何选定．矢量的应用使我们得出的结果与所选用的坐标系的特点无关．因此，可以确信，不管我们选择哪个最方便的坐标系来描述某个特定的问题，物理定律都可以得到正确表述．而且，由于使用矢量符号，即使十分复杂的结果，也可以用非常简练的方式来表述．

可以从下列的陈述开始对矢量作初步的论述："矢量是可以用有向线段来表示的一个量"．无疑，这种论述可以获得正确的结果，而且，为使人们体会矢量的物理性质，这种论述也是有益的．我们假定读者对这种论述方法已经熟悉而不再采用，以便强调矢量与坐标变换之间的关系．为此，我们引入矩阵和矩阵符号，不仅用以描述变换，而且也用来描述矢量，这样比较方便。我们还引入一种非常适用于张量的符号，但只在本书需要这些符号时(第十二章）才予使用．

对于矢量方法，本书不拟作全面的论述，而仅限于那些研究力学系统所必需的课题．因此，本章将阐述矩阵基础、矢量代数和矢量分析．至于从物理应用的角度来比较全面地论述矢量分析，可

---

① 吉布斯(J. W. Gibbs 1839—1903)对矢量分析的发展作了大量工作，大部分完成于1880—1882年。今天的许多矢量符号是英国电气工程师亥维赛(O. Heaviside 1850—1925)大约在1893年以后创立的。

参阅马里恩(Marion)著《矢量分析原理》(Ma 65 a). 许多细节问题和几项比较复杂的证明在本章已予省略. 关于这些补充材料读者可以参考 Ma 65 a.

§ 1.2 标量概念

考虑图 1-1 a 所示的质点排列. 排列中的每个质点用其质量数(如克)来标记. 在画有坐标轴的图上,可用两个数值 (x,y) 来确定某一质点的位置. 在(x,y)处的质点的质量 M, 可以表示为 $M(x,y)$,这样在 $x=2$, $y=3$ 处质点的质量就可以写作 $M(x=2,$

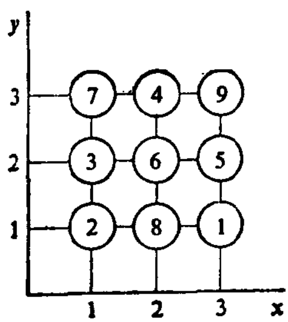

图 1-1 a

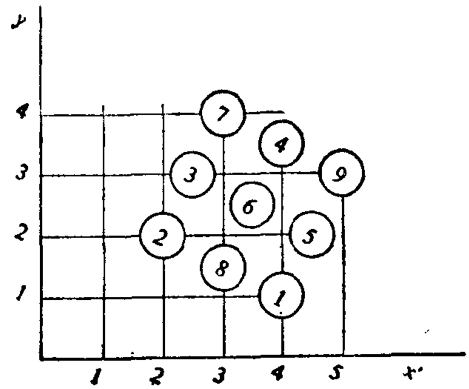

图 1-1 b

$y=3)=4$. 现在将坐标轴按照图 1-1 b 的方式作旋转和平移. 很明显,那个 4 克的质点现在位于 $x'=4$, $y'=3.5$, 亦即质量被表示为 $M(x'=4,y'=3.5)=4$。照此推广,

$$M(x,y)=M(x',y') \tag{1.1}$$

这是因为任一质点的质量不受坐标轴变换的影响. 这种在坐标变换中保持不变的量,亦即遵从(1.1)式的量,称为标量.

虽然相对于任一坐标系我们都能用同样的数值给出质点的质量(或温度、速率等等);但是还有不少与质点有关的物理性质 (如

质点运动的方向，或施于质点上的力的方向）不能用这样简单的方式来描述．描述这些更为复杂的量需要运用矢量．标量可以定义为在坐标变换中保持不变的量，同样矢量也可以用变换性质予以定义．我们将从一点的坐标如何随坐标系绕原点的旋转而变化这个问题开始讨论．

§ 1.3 坐标变换

考虑一点 P，其相对于某一坐标系的坐标①为 (x_1, x_2, x_3)．考虑另一个不同的坐标系，它是由原坐标系通过简单旋转得出．设点 P 相对于新坐标系的坐标为 (x_1', x_2', x_3')．上述情况，以二维为例，可用图 1-2 说明．

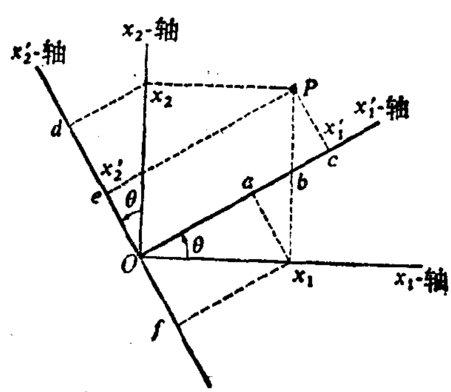

图 1-2

新坐标 x_1'，是 x_1 在 x_1' 轴上的投影（线段 $\overline{Oa}$）与 x_2 在 x_1' 轴上的投影（线段 $\overline{ab}+\overline{bc}$）之和．即

$$x_1' = x_1 \cos\theta + x_2 \sin\theta$$

$$= x_1 \cos\theta + x_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \qquad (1.2\,a)$$

坐标 x_2' 是类似的投影之和：$x_2' = \overline{Od} - \overline{de}$，但是线段 $\overline{de}$ 刚好等于线段 $\overline{Of}$，所以

$$x_2' = -x_1 \sin\theta + x_2 \cos\theta$$

$$= x_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + x_2 \cos\theta \qquad (1.2\,b)$$

① 三条坐标轴用 (x_1, x_2, x_3) 而不用 (x, y, z) 标记，是为了在求和时可以简化记号．目前的讨论限于笛卡儿坐标系（即直角坐标系）．

引用以下符号：把 x_1' 轴与 x_1 轴的夹角记作(x_1',x_1)；照此推广，把 x_i' 轴与 x_j 轴的夹角记作(x_i',x_j)，而且把(x_i',x_j) 的余弦定义为 λ_{ij}

$$\lambda_{ij}\equiv\cos(x_i',x_j) \tag{1.3}$$

所以在图 1-2 的情况下，我们有

$$\left.\begin{aligned}
\lambda_{11}&=\cos(x_1',x_1)=\cos\theta\\
\lambda_{12}&=\cos(x_1',x_2)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta\\
\lambda_{21}&=\cos(x_2',x_1)=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta\\
\lambda_{22}&=\cos(x_2',x_2)=\cos\theta
\end{aligned}\right\} \tag{1.4}$$

变换方程变为

$$\begin{aligned}
x_1'&=x_1\cos(x_1',x_1)+x_2\cos(x_1',x_2)\\
&=\lambda_{11}x_1+\lambda_{12}x_2
\end{aligned} \tag{1.5 a}$$

$$\begin{aligned}
x_2'&=x_1\cos(x_2',x_1)+x_2\cos(x_2',x_2)\\
&=\lambda_{21}x_1+\lambda_{22}x_2
\end{aligned} \tag{1.5 b}$$

照此推广，对于三维则有

$$\left.\begin{aligned}
x_1'&=\lambda_{11}x_1+\lambda_{12}x_2+\lambda_{13}x_3\\
x_2'&=\lambda_{21}x_1+\lambda_{22}x_2+\lambda_{23}x_3\\
x_3'&=\lambda_{31}x_1+\lambda_{32}x_2+\lambda_{33}x_3
\end{aligned}\right\} \tag{1.6}$$

或者用求和号表示：

$$\boxed{x_i'=\sum_{j=1}^{3}\lambda_{ij}x_j\quad i=1,2,3} \tag{1.7}$$

逆变换公式为

$$\begin{aligned}
x_1&=x_1'\cos(x_1',x_1)+x_2'\cos(x_2',x_1)+x_3'\cos(x_3',x_1)\\
&=\lambda_{11}x_1'+\lambda_{21}x_2'+\lambda_{31}x_3'
\end{aligned}$$

或者普遍表示为

$$\boxed{x_i=\sum_{j=1}^{3}\lambda_{ij}x'_j \qquad i=1,2,3} \tag{1.8}$$

量 λ_{ij} 刚好是 x'_i 轴相对于 x_j 轴的方向余弦.把λ_{ij} 排成一个方阵比较方便,此方阵称为矩阵。符号 $\boldsymbol{\lambda}$ 用以表示由各个元素 λ_{ij} 按照以下方式排列的整体:

$$\boldsymbol{\lambda}=\begin{pmatrix}\lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13}\\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23}\\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33}\end{pmatrix} \tag{1.9}$$

一旦已知两组坐标轴之间的方向余弦,则方程(1.7)和(1.8)给出确定一点在任一系统的坐标的普遍规则.

当 $\boldsymbol{\lambda}$ 以上述方式定义,并确定了点的坐标变换性质时,$\boldsymbol{\lambda}$ 即称为变换矩阵或旋转矩阵.

§ 1.4 旋转矩阵的性质

首先,有必要回忆一下三角学的两个结果. 如图 1-3 a 所示,考虑在空间向某个方向延伸的一段直线. 把坐标系的原点选在这

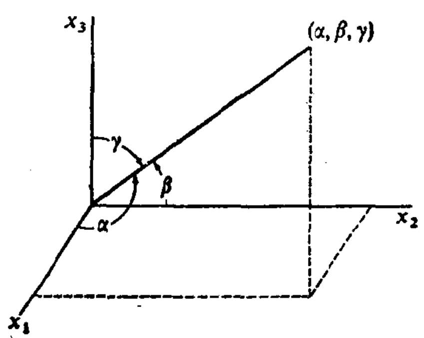

图 1-3 a

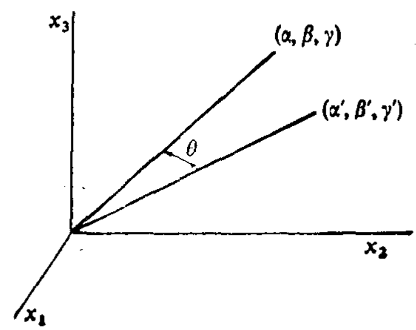

图 1-3 b

条直线上的某一点. 于是,这条直线与每个坐标轴形成一定的角度,设它与 x_1,x_2,x_3 形成的角度依次为 α,β,γ. 所要考虑的量是