

中国植物学会植物分类学分会

第四届全国植物学术会议

论文集

清华大学出版社

内 容 简 介

本论文集收录了第四届全国摩擦学学术会议的宣读论文144篇。这些论文内容丰富，涉及摩擦学的各个学科领域，反映了当前国内摩擦学研究的水平。

论文集包括：流体润滑和弹流润滑研究论文45篇；润滑材料与摩擦化学研究论文23篇；材料磨损研究论文55篇；测试技术研究论文18篇；其他方面论文2篇。

摩擦学论文集

第四届全国摩擦学学术会议

•1987•

温诗铸主编



清华大学出版社出版发行

武汉水利电力学院印刷厂 清华大学印刷厂 印刷



开本：78.7×1092 1/16 印张：48 $\frac{7}{8}$ 字数：1220 千字

1987年8月第一版 1987年8月第一次印刷

印数0001—1000册

ISBN 7-302-00011-5

TH·1

统一书号： 15235·341

编 者 的 话

摩擦学是研究相互运动表面的作用、变化和损伤理论和实践的一门综合性学科。它的基本内容是研究机械中的摩擦、磨损和润滑问题，以达到节约能源和原材料消耗、提高机械装备工作效能的目的。因此摩擦学研究对于国民经济和国防建设均有重要意义。

自从1962年我国第一届全国摩擦学学术会议在兰州召开，特别是1979年中国机械工程学会成立摩擦学学会以来，这门学科得到了迅速的发展，取得了不少基础理论和应用研究的成果。随着研究工作的进展，在我国各部门已经形成一支从事摩擦学研究的专业队伍，并建立了相应的实验研究基地。随着广大科学工作者的共同努力，摩擦学的研究必将在社会主义建设中得到进一步发展并发挥更大的作用。

中国机械工程学会摩擦学学会主持召开的第四届全国摩擦学学术会议将于1987年举行。为筹备本届学术会议，摩擦学学会决定由万长森（机械工业部通用零部件局）、刘家濬（清华大学）、陈克栋（广州机床研究所）、陆思聪（北京工业学院）、张直明（上海工业大学）、罗唯力（上海材料研究所）、赵源（武汉材料保护研究所）、温诗铸（清华大学）、韩锡安（北京石油化工科学研究院）、薛群基（中国科学院兰州化学物理研究所）等十人组成学术委员会，负责会议论文征集和评选，并由摩擦学学会副秘书长温诗铸主持该委员会工作。

截至1986年9月底，共收到全国各地高等院校、中国科学院有关研究所、工业部门研究所，以及厂矿企业送交会议论文三百余篇。摩擦学学会于1986年10月6日至12日在清华大学召开学术委员会进行论文评选工作。摩擦学学会理事长郑林庆教授、秘书长石坚中、以及邵智智等同志到会就论文评选原则、论文出版，以及学术会议的有关问题进行讨论。总的说来，本届会议征集的论文在数量和学术水平方面都大大超过以往各届，但由于会议规模和时间的限制，只能接收一定篇数的论文在本届学术会议上宣读。为此，学术委员会将全部论文分类编排，根据逐篇审阅和集体讨论的原则，评选出会议宣读论文约150篇，交流论文约130篇。

在评选过程中，学术委员会十分注意推选厂矿企业和中青年科技工作者提出的论文；对于本学科研究中的新领域和具有较大经济效益与社会效益的研究成果，也予以充分重视。

学术委员会认为本届学术会议征集的论文具有以下几个特点：

- (1) 研究内容广泛，在一些国际上关注的领域和我国以往研究工作薄弱的方面，都得到迅速的发展；
- (2) 不少中青年科技人员提出了有水平的论文，标志着我国摩擦学科技队伍的不断壮大；
- (3) 应用研究进一步加强，更多的工程技术问题得到解决；
- (4) 在基础研究方面，理论水平和实验技术都有所提高。

为了使本届学术会议顺利进行，摩擦学学会委托清华大学摩擦学研究所编辑出版论文

集。该项任务是在时间紧迫、工作繁重的条件下进行的，得到了全体论文作者、清华大学出版社及清华大学印刷厂，特别是武汉水利电力学院印刷厂的大力支持。由于编辑人员的共同努力，本论文集的编辑工作顺利完成并按计划出版印刷。

本论文集编辑组成员全部为清华大学摩擦学研究所博士研究生，他们是：马犁、艾晓岚、刘向锋、杨沛然、樊瑜瑾、吴承伟、张军、赵永武、王应龙、洗亮。对于他们在紧张的学习和研究工作之余，为本论文集出版付出的巨大劳动表示感谢。

由于客观原因，每篇论文的篇幅受到严格的限制，而编辑时间短促，多数文稿只得由编辑组代为删改。限于我们的知识和学术水平，错误及遗漏在所难免，特向作者深表歉意，并恳请广大读者批评指正。对于本论文集的意见敬请函寄清华大学摩擦学研究所。

我们相信，第四届全国摩擦学学术会议的召开和本论文集的出版将促进我国摩擦学的进一步发展，为攀登世界科学高峰打下良好的基础。

清华大学 摩擦学研究所

温诗铸

1987年1月

目 录

001	重载点接触热弹流问题的逆解迭代法	(1)
002	考虑表面任意方向粗糙度的线接触弹性流体动力润滑	(7)
003	考虑表面任意方向三维粗糙度的线接触弹性流体动力润滑	(14)
004	线接触非稳态弹流润滑完全数值解及其实际应用	(21)
005	非稳态线接触弹流润滑的直接迭代法	(27)
006	线接触弹流脂润滑问题的数值解	(33)
007	润滑脂点接触弹流膜厚的研究	(41)
008	脂润滑非稳态弹流的研究	(46)
009	一种膨胀流体模型的热弹性流体动力润滑分析	(51)
010	粗糙面线接触弹流的数值分析	(58)
011	粗糙滑块油膜形成能力的研究	(64)
012	液膜润滑轴承统一数值解法	(70)
013	椭圆轴承油膜底面温度场测试与分析	(75)
014	大功率汽轮机特殊结构轴承稳态特性研究	(80)
015	具有轴向排油沟的径向滑动轴承的性能计算与分析	(85)
016	柔性径向滑动轴承性能分析的三维有限元半解析法	(90)
017	径向动压轴承指数律非牛顿流体润滑雷诺方程	(95)
018	进动挤压油膜轴承中的气穴效应	(101)
019	高速、紊流工况计算探讨	(106)
020	热弹变形对大型可倾瓦轴承性能影响的研究	(112)
021	变温度场可倾瓦径向轴承静动态性能计算	(117)
022	可倾瓦径向滑动轴承优化设计及稳定性研究	(124)
023	可倾瓦轴承-转子系统自身不稳定性的证明	(129)
024	大型转子-轴承-基础系统稳定性的约束模态综合法分析	(135)
025	流体动压滑动轴承-转子系统轴颈中心轨迹的计算	(141)
026	偏斜状态下动静压轴承的静、动特性分析	(146)
027	动载荷滑动轴承的轴心轨迹	(151)
028	非稳态滑动轴承的研究	(156)
029	对简便的移动率计算方法进行误差分析	(160)
030	柴油机活塞环-缸套润滑状态分析	(166)
031	活塞环和汽缸套弹流计算及程序	(172)
032	利用变渗透度技术提高多孔轴承承载能力的理论分析与试验研究	(177)
033	85 m/s高速线材轧机油膜轴承的试验及应用	(182)
034	磁性流体流变特性的研究	(186)

035	铁磁流体润滑四垫浅腔动压轴颈轴承的理论与实验研究	(192)
036	锥面螺旋槽轴承的静态性能研究	(198)
037	几何形误差对气体静压圆柱轴承动特性的影响	(204)
038	气体混合轴承特性计算——有限元法与有限差分法	(210)
039	多层气膜的静压径向气体轴承	(215)
040	弹性支承可倾瓦空气动压轴承的研究——静特性计算	(220)
041	波箔轴承中频电机转子的运动特性	(225)
042	悬臂型弹性薄片动压气体轴颈轴承的应用性研究	(231)
043	挠性气体动压推力轴承的理论分析	(236)
044	薄板反馈节流气浮轴承的有限元分析方法	(242)
045	真空平衡型气足的计算方法及参数分析	(247)
046	选择性润滑油的摩擦学性能研究	(251)
047	选择性添加剂的研制及其摩擦学效应研究	(256)
048	抗磨添加剂ZDDP与金属铁表面反应的研究	(262)
049	化学结构对某些含氮化合物磨损性能的影响	(267)
050	边界润滑膜化学结构表征——BJM-1节能剂减摩、耐磨机理	(271)
051	硫、磷、氮添加剂对钢-磷青铜摩擦副上的润滑作用	(278)
052	钢用冷轨油边界润滑作用的研究	(281)
053	低温磷化膜对两种MoS ₂ 干膜摩擦学性能的影响	(288)
054	低温电解渗硫对MoS ₂ 固体润滑膜摩擦磨损性能影响的研究	(292)
055	二硫化钼转移膜与金属底材的相互作用机理之研究	(297)
056	电弧熔焊固体润滑膜的研制——I膜的剖析及摩擦学特性	(301)
057	用电子计算机设计粘结固体润滑涂层配方的初步研究	(306)
058	烃类抗磨性研究	(310)
059	硼型抗磨剂的研究1：硼酸盐抗磨机理的探讨	(316)
060	水基高分子复合固体润滑膜(HECS)的研究	(321)
061	加高分子聚合物添加剂的国产润滑油流变性能的实验研究	(327)
062	含活性元素的抗磨材料的研究(1)——Fe-Mo-S粉末冶金材料	(332)
063	ZSD-1型低温水性润滑剂的研制	(336)
064	某舵机用自润滑电触点与滑环材料的研究	(342)
065	青铜基含自润滑复合材料的研究与应用	(349)
066	H851A合成透明切削液的研制	(355)
067	润滑与密封新材料在钢铁工业设备上的应用及其经济效益	(361)
068	两体微切削磨损理论(I)——二维表面形貌模型	(366)
069	表面粗糙度对轴承副摩擦学特性的影响	(372)
070	平面接触副磨合机理的试验研究	(378)
071	跑合期中表面氧化膜的行为	(384)
072	一种普遍形式的塑性指数	(390)

073	石油深井泵阀球及座的磨粒磨损模拟试验	(397)
074	钢在滑动磨损中擦伤的温度效应	(403)
075	金属材料腐蚀机械磨损的研究	(408)
076	Fe-Cr 合金的冲蚀腐蚀行为及机理研究	(412)
077	单磨粒磨损的初步研究	(416)
078	三体磨损过程及其影响因素	(421)
079	含水量对磨料磨损的影响	(426)
080	双相合金磨料磨损中磨料尺寸的影响	(431)
081	钢的硬度和组织对单颗粒磨粒磨损机理的影响	(436)
082	圆锥破碎机衬板磨损机理探讨	(441)
083	镍硬铸铁磨环的磨损机理及耐磨性研究	(446)
084	球磨机磨球磨损的模拟研究	(451)
085	腭式破碎机齿板磨损机理	(457)
086	离合器摩擦副摩擦温度的理论分析计算初步研究	(463)
087	用微型计算机测试摩擦表面温度的研究	(468)
088	对齿轮胶合强度计算准则的探讨	(473)
089	在四球机上研究不同表面热处理对钢抗粘着磨损的影响	(478)
090	刷镀钢硬齿面齿轮的抗胶合性能研究	(483)
091	胶印机滑动轴承的模拟实验研究	(487)
092	影响滑动轴承疲劳寿命的因素探讨	(493)
093	精密轴承工作表面的微观结构及其表面强化	(499)
094	不同材质滑动轴承摩擦损伤的试验研究	(505)
095	中小型柴油机活塞环-缸套典型材料摩擦磨损特性的研究	(511)
096	钢领与钢丝圈的摩擦及磨损机理研究(一)	(517)
097	热模具表面钴系合金刷镀层强化机理的研究	(524)
098	轮/轨摩擦特性与弹性滑移的试验及研究	(530)
099	锡、铅基轴承合金摩擦学特性的试验研究	(534)
100	灰口铸铁的滑动润滑磨损	(539)
101	GCr15等三种钢的疲劳磨损及其试验数据的处理	(544)
102	磨损工况条件对Ni-P-SiC 复合涂层耐磨性及磨损机理的影响	(548)
103	轻轨钢耐磨性及磨损机理	(553)
104	Cr12MoV 钢磨损特性的穆斯堡尔谱研究	(559)
105	氮化硅-金属摩擦副磨损特性的研究	(565)
106	铝锭翼表面化学镀镍磷合金的线磨损研究	(571)
107	中低碳低合金锰钢力学性能和组织对磨损的影响	(575)
108	硬齿面微点蚀机理研究	(580)
109	铁-铜、铁-铁的粘附行为及杂质表面偏析对其影响	(586)
110	新型热轧贝氏体型耐磨钢球	(591)

111	溅射碳膜之研究	(597)
112	锑-石墨复合工程材料	(602)
113	碳纤织物-树脂基复合材料摩擦特性的研究	(608)
114	合金灰铸铁二体磨粒磨损的微观描述	(614)
115	改性环氧基体及纤维缠绕复合材料的抗摩性研究	(619)
116	玻纤缠绕聚合物基摩擦片	(624)
117	人工关节材料的磨损和改善	(629)
118	超高压毛细管粘度计的研究	(634)
119	人工髋关节模拟磨损试验机的研究	(637)
120	轴承油膜系数识别的数字仿真研究	(643)
121	微型轴承润滑状态的测量	(649)
122	YZ—1型液压动载轴承试验台的设计与研制	(654)
123	齿轮轮齿表面的在线测量及其形貌分析	(659)
124	齿面润滑状态测量装置的研制	(664)
125	表面三维形貌测量及处理	(669)
126	微动失效试验装置的研究	(675)
127	高速接触疲劳试验机与电磁式接触疲劳动态监测仪的研制	(680)
128	一种带微机的摩擦过程动态测试仪	(685)
129	湿沙橡胶轮式磨损试验机试验方法的研究	(689)
130	汽车制动器缩比模拟试验装置的研制和应用	(694)
131	HQ—1型摩擦磨损试验机研制及应用	(699)
132	电子能谱原位分析摩擦试验机的研制	(704)
133	滑滚运动件磨损过程的铁谱分析	(709)
134	铁谱技术在高水基液压系统中的应用	(714)
135	中国古代摩擦学源流考略	(719)
136	试论摩擦学设计	(724)
137	接插件润滑剂的实验与应用范围研究	(729)
138	镀铬规范对镀层耐磨性的影响	(734)
139	电沉积铬弥散镀层的摩擦学特性	(740)
140	低温电解渗硫工艺及摩擦磨损性能的研究	(745)
141	缸套活塞环摩擦副耐磨性的往复磨损试验方法研究	(751)
142	干砂/橡胶轮磨料磨损试验方法研究——试验参数选择	(757)
143	润滑油脂抗微动磨损能力的试验研究	(763)
144	缸套活塞环摩擦学特性快速试样试验方法研究及其环最佳配副选择	(769)

重载点接触热弹流问题的逆解迭代法

清华大学 摩擦学研究所

侯克平 温诗铸

一、引言

点、线接触的机械零部件的主要破坏形式之一是胶合。二十多年来，许多学者都致力于这一类零部件润滑的热效应的研究，试图去探索胶合失效的机理。这样，使热弹性流体动压润滑理论得到发展。

本文提出了一种适于重载工况的点接触热弹流问题的完全数值解。通过联立求解 Reynolds 方程，弹性变形方程，油膜厚度方程，运动方程，能量方程，连续方程，以及润滑油的粘度和密度方程，获得了重载工况的油膜厚度，油膜形状，压力分布和三维温度分布。本文采用的是一种改进了的逆解迭代法，在计算动压油膜厚度，修正压力分布等重要环节上做了成功的改进。

本文研究的对象是承受一定载荷的球和平面的接触问题，它们各自以不同的转速相对转动。数值计算是在固定网格上进行的。计算网格如图 1 所示。沿膜厚方向的座标 z 是将各节点上油膜厚度 10 等分形成的。

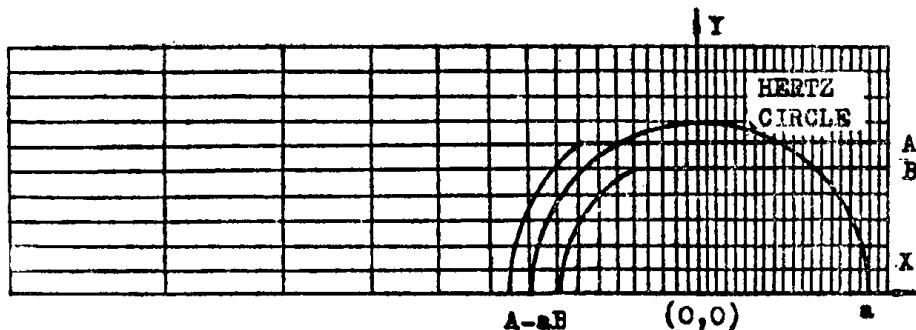


图 1 计算网格和计算区域划分

二、基本方程

1. Reynolds 方程

在稳态和润滑剂密度在油膜厚度方向上不变化的假定下，三维 Reynolds 方程形式如下：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(F_0 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(F_2 \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ &= u_2 \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} - (u_2 - u_1) \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{F_1}{F_0} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= \int_0^h \frac{dz}{\eta}, \quad F_1 = \int_0^h \frac{z dz}{\eta} \\ F_2 &= \int_0^h \frac{z^2 dz}{\eta} - \frac{F_1^2}{F_0} \end{aligned} \right\}$$

2. 弹性变形方程

$$d(x, y) = \frac{2}{\pi E'} \iint_A \frac{p(x_1, y_1) dx_1 dy_1}{\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2}} \quad (2)$$

其矩阵形式为

$$[d_{i,j}] = [I_{i,j}^k] [p_{i,j}] \quad (3)$$

3. 油膜厚度方程

$$h(x, y) = h_0 + \frac{x^2 + y^2}{2R} + d(x, y) - d(0, 0) \quad (4)$$

4. 能量方程

$$\begin{aligned} C_p \rho \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) \\ = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{D_t \rho_0}{\rho} \left[u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right] + \Phi \end{aligned} \quad (5)$$

其中 Φ 为热耗散项，且 $\Phi = \eta \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]$

5. 运动方程——简化的 Navier-Stokes 方程

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{array} \right. \quad (6-1)$$

$$(6-2)$$

6. 连续方程

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

7. 润滑剂的粘度和密度方程

$$\eta(p, T) = \eta_0 (1 + c p)^n \cdot \exp[-\beta(T - T_0)] \quad (8)$$

$$\rho(p, T) = \rho_0 \left[1 + \frac{\beta_1 p}{1 + \beta_2 p} - D_t (\bar{T} - T_0) \right] \quad (9)$$

其中 \bar{T} 为油膜厚度方向上平均温度。

9. 接触体与流体界面上的温度方程

$$\begin{cases} T(0, x) = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi\lambda_1 c p_1 \rho_1 u_1}} \int_{x_{in}}^x \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{s,s} \frac{ds}{\sqrt{x-s}} + T_0, \\ T(h, x) = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi\lambda_2 c p_2 \rho_2 u_2}} \int_{x_{in}}^x \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{s,h} \frac{ds}{\sqrt{x-s}} + T_0. \end{cases} \quad (10-1)$$

(10-2)

其中 x_{in} 为入口区边界。

10. 边界条件

在入口边界, $p = 0$; $T = T_0$

在出口边界, $p = \frac{\partial p}{\partial x} = 0$

在侧边界 $p = 0$; $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$

三、数值计算方法

1. 三维温度场的计算

当油膜厚度和压力分布确定之后, 就可以联立方程(5)、(6)、(8)、(9)、(10), 求解弹流接触区内的温度场。

运动方程求解: 直接对微分形式的方程(6)求解是十分方便的。用三点中心差分格式离散后, 就可以得到一组关于 u 和 v 的三对角方程组, 用追赶法求解就得到了在 x_i 截面上的速度场。

接触体与油膜界面的温度计算。对于方程(10)的计算存在两个问题, 即在 $s = x$ 处, 是积分奇点, 而且在这一点上的 $\frac{\partial T}{\partial z}$ 是没有确定的。解决奇异积分的方法是用多项式近似代替被积函数中 $\frac{\partial T}{\partial z}$, 然后推导出解析积分表达式, 从而去掉积分奇点。如果用线性函数逼近 $\frac{\partial T}{\partial z}$, 就有

$$\frac{\partial T}{\partial z} = as + b$$

其中, 当 $s = x_i$ 时, $ax_i + b = \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_i$

当 $s = x_{i+1}$ 时, $ax_{i+1} + b = \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{i+1}$

由此可以确定系数 a 、 b 。因此积分的解析表达式为

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{as + b}{\sqrt{x-s}} ds = -\sqrt{x-s} \left[\frac{2a}{3} (s + 2x) + 2b \right] \quad (13)$$

当 $s = x$ 时, 积分为零, 奇点已经不存在了。

解决第二个问题的方法是迭代计算。如果假定界面温度, 就可以由式(10)计算出新的界面温度, 如果与假定值的误差满足精度要求, 则假定值就是界面上该点温度。如果误差较

大，则以新值为假定值重新计算，直到得到满足收敛精度要求的界面温度为止。这个迭代仅在最后两排节点之间进行。

能量方程的求解：方程(5)是一个抛物线型偏微分方程。对于三维弹流问题是一个初边值问题。运用无条件稳定的古典隐格式离散方程(5)，就得出了如下的计算方程。

$$T_{j,k}^{i+1} = CE_{j,k} T_{j+1,k}^{i+1} + CW_{j,k} T_{j-1,k}^{i+1} + CN_{j,k} T_{j,k+1}^{i+1} \\ + CS_{j,k} T_{j,k-1}^{i+1} + CC_{j,k}$$

$$j = 1, 2, \dots, 11, k = 2, 3, \dots, 10$$

其中

$$\left\{ \begin{array}{l} CW_{j,k} = -CE_{j,k} = C\rho\rho_{i+1,j}v_{j,k}^{i+1}/2dy \cdot CF_{j,k} \\ CN_{j,k} = CS_{j,k} = \lambda/dz^2 \cdot CF_{j,k} \\ CC_{j,k} = (C\rho\rho_{i+1,j}u_{j,k}^{i+1} \cdot T_{j,k}^{i+1}/dx_i + \Phi_{j,k}^{i+1})/CF_{j,k} \\ CF_{j,k} = C\rho\rho_{i+1,j}u_{j,k}^{i+1}/dx_i + 2\lambda/dz^2 + \frac{D_1\rho_0}{\rho} \left(u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right) \Big|_{j,k}^{i+1} \end{array} \right. \quad (14)$$

这个方程组可用超松弛迭代法求解。

联立以上三个方程，便可以在X方向上逐排用步进法求出全域的三维温度分布。为了节省计算工作量，将温度初始边界选在入口区距赫兹接触中心1.1a的位置。同时，在计算温度场时，将入口区的计算网格加密为等距网格，这样可以提高求解能量方程的精度。

2. 动压油膜厚度的计算

在弹流逆解迭代计算中，都需要逆解雷诺方程，求解动压油膜厚度。我们知道雷诺方程是由运动方程和连续方程演变而来的。在计算温度场时，速度分布也已经确定，这样，就可以由连续方程求解出动压油膜厚度。这样做有两个优点，第一，避免了求解三次方程和解三次方程选根的问题；第二，节省计算工作量。实质上，这两种方法是一致的，但本文提出的方法更简单些。

当在X方向上某一排节点的温度和速度都确定之后，就可以通过方程(7)来计算动压油膜厚度。首先将方程(7)做一些变换。

对方程(7)的两边对z从0到h积分，再利用边界条件 $v_1 = v_2 = 0, w_1 = 0, w_2 = u_2 - \frac{\partial h}{\partial x}$ 可有

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho \int_0^h u dz) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \int_0^h v dz) + \rho u_2 - \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (15)$$

并令 $\bar{u} = \int_0^1 u dz, \bar{v} = \int_0^1 v dz, \bar{z} = z/h, A = \ln h$

则方程(15)可以变成

$$(u + u_2) \frac{\partial A}{\partial x} + v \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho \bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \bar{v})}{\partial y} \right] = 0 \quad (16)$$

如果用稳定的左偏心格式(X方向上向前差分，在Y方向上向后差分)，就可以用步进法逐排求出全域的动压油膜厚度。

3. 修正压力分布

逆解迭代计算的主要困难之一在于如何运用动压油膜厚度和弹性变形量的误差去修正压力分布。以往的逆解方法大部分都是凭借经验公式。本文提出了一种令人满意的修正方法，即用弹性变形矩阵的逆矩阵——变形逆阵——来修正压力分布。这种方法首先由笔者在一维弹流问题中使用成功^[1]。变形逆阵的元素 J_{kl}^{ij} 表示在点(i, j)上有单位位移时，在点(k, l)所需要的力。这样就可以用下面的方程来计算压力修正量。

$$[\Delta p_{kl}] = [J_{kl}^{ij}] \cdot [\Delta h_{ij}] \quad (17)$$

这种方法具有较快的收敛速度和较好的稳定性。即使在求得的压力曲线上有许多振荡波动，但它仍能使计算迅速逼近收敛值。图2表示了这种方法的使用效果，可以看出，经过两次修正之后，压力曲线已经变得比较光滑了。

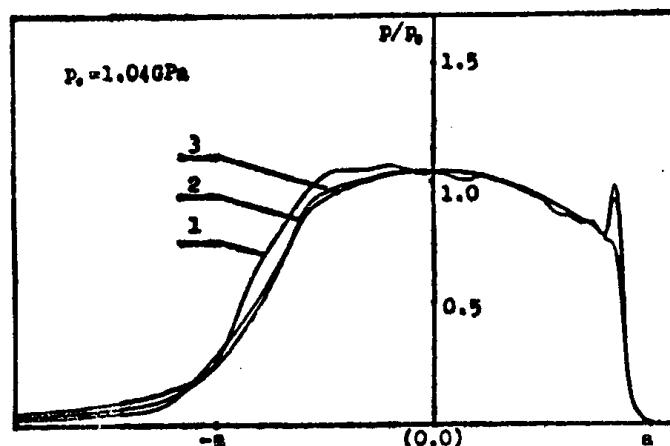
重载点接触热弹流问题的数值计算是分区交替进行的。区域划分如图1所示。在低压区，即在B—B线以外，采用直接迭代法；在高压区，即在A—A线以内区域内，采用逆解迭代法。在全域内计算温度分布。其中直接迭代法采用的是朱东等人^[2]所使用的方法。

四、主要计算结果分析

运用上述的计算方法，本文获得了三组不同工况下的完全数值解，得到了接触区内的油膜厚度、油膜形状、压力分布和三维温度分布。它们都是在重载条件下的算例。最大赫兹压力为1.2GPa， γP_0 的最大值为24.45。

在计算中发现，油膜的温升高于接触体表面的温升，在油膜厚度方向上最大温升发生在油膜的中心层上。图3表示平行于X轴的三个断面上中心层上的温度分布。在入口区，随着坐标向接触中心的推移，温升逐渐增高，在接触区中心线附近，各断面上的温升达到了最大值。在出口区，温升呈下降趋势，但在出口区边缘稍有回升。这一现象与以往的研究结果是一致的。

图4表示了载荷和滑差对点接触弹流温升的影响。在纯滚动时，油膜和接触体表面温升很小，它不随载荷和滚动速度增加而改变，这就是说，把纯滚动问题当做等温问题来处理是合理的。当存在滑差时，载荷和滚动速度对温升的影响就比较显著了。当载荷增加时，或滑动速度增加时，油膜中温升增高。这一现象与理论的分析是一致的。由方程(4)可知，引起温升的主要原因是在热耗散项上。当滑动速度增加时，速度在膜厚方向上的梯度增加，使热耗散项的值增加，从而使温升增大。当载荷增加时，在入口区、出口区，压力梯度增加，而速度梯度是与压力梯度成正比的；同时，压力增加引起润滑剂粘度升高，这些都是引起热耗项值增大，从而加剧温升的因素。



1、2、3分别表示未经修正、一次修正、两次修正

图2 逆解迭代计算中的压力分布

本文还对不同滑差下的压力分布和油膜度进行了比较。发现热效应对压力和油膜厚度的影响是很微弱的。图 5 表示了三种滑差的压力分布，很明显，三种工况下的压力分布几乎是

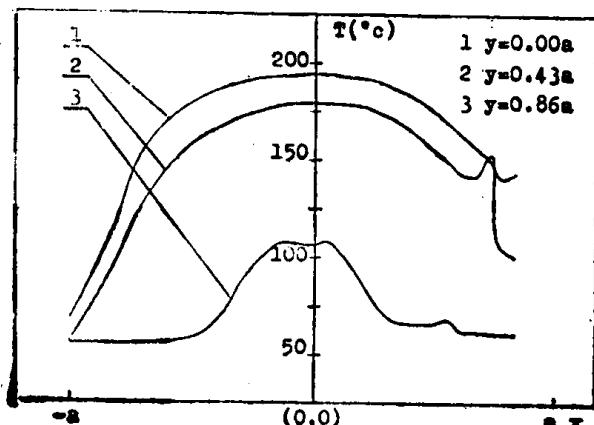
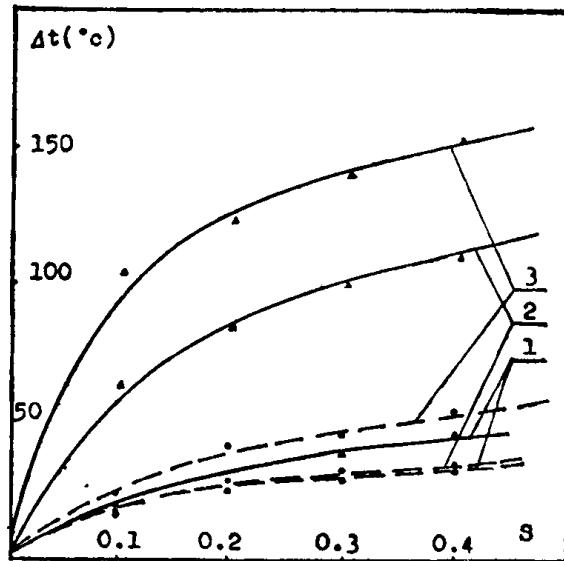


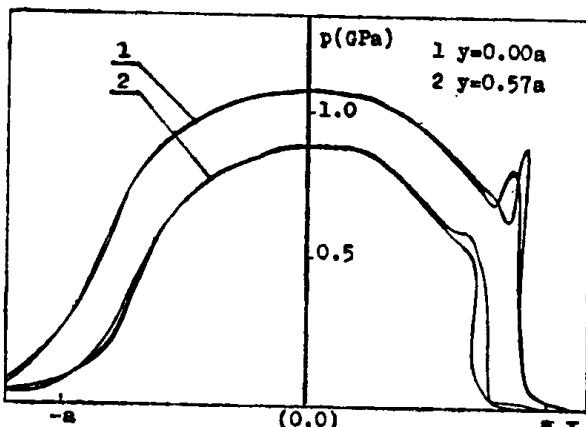
图 3 弹流接触区内的温度分布



1. $W = 30\text{N}$, $U = 0.5\text{m}$ 2. $W = 30\text{N}$, $U = 3.0\text{m}$
3. $W = 100\text{N}$, $U = 3.0\text{m}$,
实线：油膜温升，虚线：接触表面温升

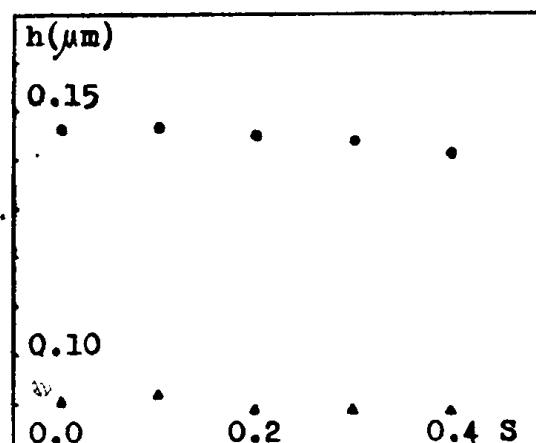
图 4 油膜和接触表面温升

一样的。图 6 表明了不同滑差对油膜厚度的影响。当入口油温恒定不变时，热效应对油膜厚度的影响也很小。当速度、载荷和材料参数确定之后，油膜厚度主要取决于入口区润滑油的粘度。



滑差分别为 0 、 0.2 、 0.4 ， $U = 3.0\text{m/s}$ ，
 $W = 100\text{N}$

图 5 弹流接触区内压力分布



$U = 0.5\text{m/s}$, $W = 30\text{N}$
黑点：中心膜厚，三角：最小膜厚
图 6 不同滑差的油膜厚度

因此，我们认为，研究热弹流理论，可以不采用完全数值方法，可以在等温条件下的压力分布和油膜厚度的基础上去研究弹流问题的热效应。这样将大大简化计算程序，节省大量的计算工作量，而不会过多的降低数值计算的精度。

参 考 文 献

1. 侯克平、温诗铸，《清华大学学报》，3(1985)，pp. 1-10.
2. 朱东、温诗铸、郑林庆，《机械工程学报》，4(1985)，pp. 36-45.

考虑表面任意方向粗糙度的线接触弹性流体动力润滑

上海工业大学 齿轮研究室

张和豪 王进军 华东耘

一、引言

计及表面粗糙度及其方向的影响的润滑理论是人们感兴趣的有实用意义的研究课题，国内外许多学者对此进行了探讨。这一研究能够解决一般粗糙表面的润滑问题，在完善部分膜弹流润滑理论上有着重要的理论意义。它能为具有方向性的加工表面提供抗胶合、磨损的判据，为零件加工工艺确定最优的加工条纹方向和工艺参数。随着机械向高速、重载、精密化发展，其应用价值将不断增长。

两条纹粗糙度弹流润滑问题的研究是这一领域内第一个有实际应用价值的课题，它适用于某些方向性比较明显的加工表面。在这类问题的研究中主要采用两种方法以建立流体动力方程，其一是在分析基础上提出某些合理假设，另一是采用摄动理论。两种方法起到了相互补充、证实的作用。

关于前一种方法，Hirs^[1]和Christensen^[2]首先在分析的基础上提出了沿条纹方向的压力梯度和垂直于条纹方向的流量为零方差的随机变量的合理假设，从而建立了横向和纵向条纹的随机雷诺方程^[2]。Chow 和 Cheng^[3]在这个基础上进一步作了修正，建立了横向、纵向条纹的两面粗糙的随机雷诺方程。以后，Tphnder^[4]又建立了两面交叉条纹粗糙的随机雷诺方程。华东耘^[5]完成了一面粗糙的任意方向条纹的随机雷诺方程。

关于二维粗糙的动力润滑和弹流润滑问题，很多学者进行了大量计算。Christensen^{[6], [7]}对其横向、纵向条纹的随机雷诺方程进行了HL数值计算，并顾及了纵向条纹的接触问题。Chow 和 Cheng^[3]对两面粗糙度的横向、纵向条纹情况作了HL求解和Grubin型EHL求解。Cheng 和 Dyson^[8]完成整个入口区的EHL计算，并计及了纵向条纹情况下微凸体接触应力和微凸体相互作用产生热量对表面温度分布的影响。华东耘^[5]完成了一面粗糙度的任意方向条纹随机雷诺方程的Grubin求解。上述及其他学者在他们的解算中对油膜厚度和形状、摩擦力等进行了广泛的讨论。

从 Christensen 分析假设这类方法出发，建立两面粗糙度任意方向条纹的随机雷诺方程，在以前文献中尚未见到，本文完成了这项工作，并给出了 EHL 简化完全数值解的计算结果。

二、两面粗糙度任意方向条纹随机雷诺方程的建立

假定粗糙表面具有条纹型粗糙度(图1)，其特征为表面几何形状的随机性仅表现在垂直于条纹的 ξ 方向上，而沿平行于条纹的 ζ 方向上表面几何形状不具有随机性。

如图2所示，设表面运动速度 V_1, V_2 与 x 轴重合， V 在 ξ 方向的投影为 u ，在 ζ 方向的投影为 v

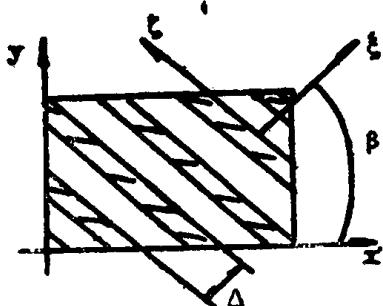


图 1

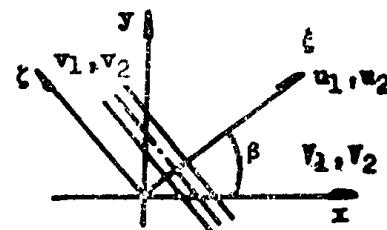


图 2

以 ξ, ζ 坐标系表示的不可压缩流体的雷诺方程普遍形式为

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\frac{h_T^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(-\frac{h_T^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial \zeta} \right) = \frac{u_1 + u_2}{2} \frac{\partial h_T}{\partial \xi} + \frac{\partial h_T}{\partial t} \\ + \frac{v_1 + v_2}{2} \frac{\partial h_T}{\partial \zeta} + \frac{\partial h_T}{\partial t} \quad (1)$$

式中，两支承表面之间的实际油膜厚度 h_T 由下式表示(图3)

$$h_T = h(\xi, \zeta, t) + \delta_1(\xi - u_1 t) + \delta_2(\zeta - u_2 t) \quad (2)$$

式中， h 为名义油膜厚度， δ_1, δ_2 为上下表面的随机粗糙高度。假设满足雷诺粗糙度条件。不考虑微凸体峰干涉时有 $E(h_T) = h$ ， $E(\delta_1) = E(\delta_2) = 0$ 。

对式(1)取数学期望，可得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} \left[-\frac{1}{12\eta} E \left(h_T^3 \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[-\frac{1}{12\eta} E \left(h_T^3 \frac{\partial p}{\partial \zeta} \right) \right] \\ &= \frac{u_1 + u_2}{2} \frac{\partial}{\partial \xi} E(h_T) \\ &+ \frac{v_1 + v_2}{2} \frac{\partial}{\partial \zeta} E(h_T) + \frac{\partial}{\partial t} E(h_T) \end{aligned} \quad (3)$$

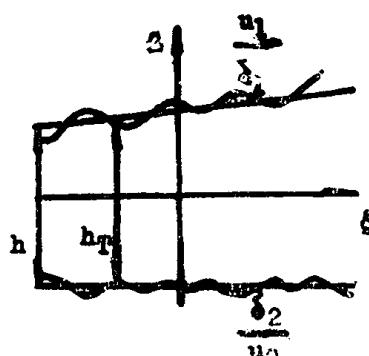


图 3

由于 h_T 的随机性导致 p 具有随机性，所以 h_T 与 p 之间具有相关性，进一步处理式(3)的关键问题在于设法找出这种相关性，使能建立压以力的数学期望表征的随机雷诺方程。

本文在Christensen^[2]和Chow、Cheng^[3]的工作基础上采用如下假设：

1. 沿条纹方向的压力梯度 $\frac{\partial p}{\partial \xi}$ 可视为方差为零的随机变量。

2. 在两面粗糙度任意方向条纹情况下, $\frac{h_T^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial \xi} = \frac{u_1 + u_2}{2} h + \frac{u_1 - u_2}{2} (\delta_1 - \delta_2)$

可视为方差为零的随机变量。

由假设 1 和假设 2 分别得

$$\begin{aligned} E\left(\frac{h_T^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial \xi}\right) &= \frac{1}{12\eta} E(h_T^3) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} \\ E\left(\frac{h_T^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial \xi}\right) &= \frac{1}{12\eta} \frac{1}{E(h_T^{-3})} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} + \frac{u_1 - u_2}{2} \\ &\frac{E\left(\frac{\delta_1}{h_T^3}\right) - E\left(\frac{\delta_2}{h_T^3}\right)}{E(h_T^{-3})} \end{aligned}$$

式中, \bar{p} 是 p 的数学期望。将上述两关系式代入式(3), 整理后可得

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} \frac{1}{E(h_T^{-3})} \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} E(h_T^3) \right] \\ &= \frac{u_1 + u_2}{2} \frac{\partial h}{\partial \xi} - \frac{u_1 - u_2}{2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{E\left(\frac{\delta_1}{h_T^3}\right) - E\left(\frac{\delta_2}{h_T^3}\right)}{E(h_T^{-3})} \right) \\ &+ \frac{v_1 + v_2}{2} \frac{\partial h}{\partial \xi} + \frac{\partial h}{\partial t} \end{aligned}$$

利用下列关系式(图2)

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial \xi} &= \frac{\partial f}{\partial x} \cos \beta + \frac{\partial f}{\partial y} \sin \beta \\ \frac{\partial f}{\partial \xi} &= \frac{\partial f}{\partial x} (-\sin \beta) + \frac{\partial f}{\partial y} \cos \beta \\ u &= V \cos \beta \\ v &= -V \sin \beta \end{aligned}$$

将(4)变换至 x, y 坐标系, 整理后可得

$$\begin{aligned} &\cos \beta \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{12\eta} \frac{1}{E(h_T^{-3})} \left(\cos \beta \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \sin \beta \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) \right] \\ &+ \sin \beta \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{12\eta} \frac{1}{E(h_T^{-3})} \left(\cos \beta \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \sin \beta \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) \right] \\ &- \sin \beta \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{12\eta} E(h_T^3) \left(-\sin \beta \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \cos \beta \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) \right] \\ &+ \cos \beta \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{12\eta} E(h_T^3) \left(-\sin \beta \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \cos \beta \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) \right] \\ &= \frac{V_1 + V_2}{2} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{V_1 - V_2}{2} \left[\cos^2 \beta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{E\left(\frac{\delta_1}{h_T^3}\right) - E\left(\frac{\delta_2}{h_T^3}\right)}{E(h_T^{-3})} \right) \right. \\ &\quad \left. + \cos \beta \sin \beta \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{E\left(\frac{\delta_1}{h_T^3}\right) - E\left(\frac{\delta_2}{h_T^3}\right)}{E(h_T^{-3})} \right) + \frac{\partial h}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (5)$$