必胜数学完全档案

BI SHENG SHU XUE WAN QUAN DANG AN

代数

初中二年级

全国重点中学特高级教师 编写

全力打造

- 全 全过程 全训练 全综合
- 新 新理念 新方法 新题型
- 真 真精讲 真精练 真解析

QUAN DANG'AN

中国少年儿童出版社

必胜数学

BI SHENG SHU XUE WAN QUAN DANG AN

完全档案

代 数

初中二年级

主编：张乃达

编写：刘忠静 王茂安

中国少年儿童出版社

图书在版编目（CIP）数据

必胜完全档案．初二代数 / 张乃达编．—北京： 中国少年儿童出版社， 2002

ISBN 7－5007－3625－8

Ⅰ.必…　Ⅱ.张…　Ⅲ.代数课－初中－教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 034469 号

必胜代数·完全档案

初二代数

BI SHENG DAI SHU WAN QUAN DANG AN

出版发行：中国少年儿童出版社
出 版 人：

主　　编：张乃达　　装帧设计：钱　明
主持编辑：陈效师　　封面设计：徐　枝
责任编辑：刘维维　　责任印务：栾永生

社　址：北京东四十二条二十一号　　邮政编码：100708
电　话：010－64032266　　咨询电话：65956688-31

印　刷：北京集惠印刷有限公司　　经　销：全国新华书店

开　本：850×1168　1/32　　印　张：9.375 印张
2002 年 6 月北京第 1 版　　2002 年 7 月北京第 1 次印刷
字　数：215 千字　　印　数：1—10000 册

ISBN 7—5007—3625—8/G·2417
（初二语、代、几、物）总定价：59.20 元　本册：14.80 元

前　　言

本套丛书是以全日制普通初级和高级中学教科书（试验修订本）为依据而编写的，供使用人教版最新教材的初、高中各年级学生学习和使用。

长期以来，如何全面而系统地掌握各学科的基础知识，打牢扎实的学习基本功？如何确定和把握教材中的重点、难点，做到以点带面、融汇贯通？如何运用所学的知识正确地解析各类习题（特别是疑难问题），做到举一反三、触类旁通？以及如何根据学子们的年龄与思维特征，逐步地启迪和培养其综合分析与创新能力？——这些一直都是广大同学与企盼子女能够学业有成的家长所共同关心，并热切渴望得到解决的问题。本丛书正是以解决这些问题为目标，汇集了目前国内一大批具有丰富教学经验的中学特、高级教师及部分资深教育专家共同精心编写的。丛书所阐述的学习方法及选用的各种例题与习题，都是这些著名的教育专家多年从事教学工作心血的结晶。其中有许多是第一次与广大读者见面，它的出版，为我国广阔的教辅图书市场增添了一颗绚丽的明星。

全书共设有**“目标浏览”、“实践探究”、“点拨引导”、“开拓创新”、“知识结构”、“专题研究”、“反馈评估”**等七个栏目，从不同角度和侧面对教材中的知识点、重点和难点进行了扼要的介绍、细致的讲解、全面的分析与深入的研讨。是一套与教材紧密结合，具有极强的指导性、实用性与可读性的优秀综合助学读物。丛书的主要特点有：

点面结合　结构合理　“目标浏览”，简要地指出了每节知识和

能力的要求，提示重点、难点。“知识结构”，对全章知识的相互关系或体系，作出具体说明或列出知识网络图，加以归纳和总结，重点明确突出，知识体系脉络清晰。

精讲细解 注重实效 “实践探究”，精选部分典型例题，详加分析讲解，力求使学生领会解题思路、夯实基础。“点拨引导”，对重点、难点作深入的剖析、释疑，对学生疑惑的问题，给予科学、详尽的点拨。以梯次递进的有效方式，将对一般问题的回答与对疑难问题的解析，浑然溶为一体。

循序渐进 拓展创新 “开拓创新”，对有关知识作了适当的引伸、扩展，介绍和探讨了不同的解题方法及实际应用中有创意的问题，进一步提升了学生的智能水平。“专题研究”，对各章节中重要的有综合意义的问题或方法，进行了深入的探究和拓展。这两个栏目的设立，为学生认识能力与思维能力的提高，开辟了广阔的空间。

自检自测 寓教于练 “反馈评估”，每一小节均精选了一定数量与教学内容密切联系的精典试题，以供学生自我训练与评估使用。在每章（单元）之后，又设有针对性很强的测试卷，以便学生自我检测之用。习题演练是学习的一项极为重要的内容，也为学生检测自己的理解、论证与解题能力，提供了一条佳径。

书山有路勤为径，学海无涯“巧”作舟。我们所说的“巧”，是指能迅速地掌握准确的基本概念、娴熟的解题技巧、富有想象力的创新思维，而这正是我们编写此书的宗旨。同时，也是我们献给广大师生与读者的一份厚礼！

编者

2002 年 6 月

目　录

第八章　因式分解 …… 1

8.1　提公因式法 …… 1

8.2　运用公式法 …… 9

8.3　分组分解法 …… 19

本章小结 …… 34

本章反馈评估 …… 46

本章评估测试 …… 49

第九章　分式 …… 53

9.1　分式 …… 53

9.2　分式的基本性质 …… 59

9.3　分式的乘除法 …… 68

9.4　分式的加减法 …… 79

9.5　含有字母系数的一元一次方程 …… 93

9.6　探究性活动：$a = bc$ 型数量关系 …… 99

9.7　可化为一元一次方程的分式方程及其应用 …… 103

本章小结 …… 117

本章反馈评估 …… 127

本章评估测试 …… 131

第十章　数的开方 …… 136

10.1　平方根 …… 136

10.2　用计算器求平方根 …… 145

10.3　立方根 …… 150

10.4　用计算器求立方根…………………………… 159
10.5　实数…………………………………………… 162
本章小结……………………………………………… 173
本章反馈评估………………………………………… 182
本章评估测试………………………………………… 186

第十一章　二次根式 ……………………………… 190
11.1　二次根式……………………………………… 190
11.2　二次根式的乘法……………………………… 198
11.3　二次根式的除法……………………………… 210
11.4　最简二次根式………………………………… 221
11.5　二次根式的加减法…………………………… 228
11.6　二次根式的混合运算………………………… 237
11.7　二次根式$\sqrt{a^2}$的化简………………… 249
本章小结……………………………………………… 260
本章反馈评估………………………………………… 269
本章评估测试………………………………………… 273

附录　反馈评估、测试题的解答、提示 ………… 279

第八章　因式分解

8.1　提公因式法

【目标浏览】

1. 了解因式分解的意义和要求；

2. 掌握提公因式法.

重点　1. 什么是因式分解；

　　　2. 如何确定公因式.

难点　公因式是多项式，如何确定.

【点拨引导】

1. 因式分解的意义

把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫做因式分解.

因式分解是对多项式而言的，而单项式本身就是数与字母的乘积，如 $2xy=2\cdot x\cdot y$.

因式分解与整式乘法正好相反. 例如，$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 是乘法运算，将它逆过来，$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$就是因式分解.

因式分解实质上是整式的一种恒等变形，变形前后，式子的值始终保持不变.

2. 因式分解的要求

(1) 因式分解的最后结果，必须是几个整式的乘积. 如

$$am+bm+c=m(a+b)+c.$$

虽然这是恒等变形，但右端不是积的形式，最后一道运算是

加法，因此不是因式分解．再例如

$$x+2=\frac{1}{x}(x^2+2x)\ (x\neq 0).$$

虽然右端是乘积形式，但是$\frac{1}{x}$不是整式，因此也不是因式分解．

(2) 因式分解必须进行到每一个因式在有理数范围内不能再分解为止．

例如，$x^3+3x^2+2x=x(x^2+3x+2)$，右端已经是乘积的形式了，但是由于多项式 x^2+3x+2 仍然可以分解，所以还应当继续分解下去，即

$x^3+3x^2+2x=x(x^2+3x+2)=x(x+2)(x+1)$.

例 1　下列从左到右的变形，属于因式分解的有(　　)．

1．$(x+1)(x-2)=x^2-x-2$;

2．$ax-ay-a=a(x-y)-a$;

3．$6x^2y^3=2x^2\cdot 3y^3$;

4．$x^2-4=(x+2)(x-2)$.

A. 0 个　　B. 1 个

C. 2 个　　D. 3 个

分析　从左到右，式 1 是整式乘法；式 2 右端不是积的形式；式 3 中，左右两边均是单项式，原来就是乘积形式，我们说的因式分解，指的是将多项式分解成几个整式的乘积形式，故只有式 4 是正确的．

答　B.

随堂练习

判断下列各题中从左到右的变形，是否是因式分解．

1．$15a^2b=3a\cdot 5ab$　　(　　)

2．$(a+1)(a-1)=a^2-1$　　(　　)

3. $x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$ ( )

4. $x^4+2x^2+1=x^2\cdot\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ ( )

答案 1. × 2. × 3. √ 4. ×

3. 提公因式法

(1) 公因式

多项式中每一项都含有的因式，叫公因式.

例如，多项式 $ma+mb+mc$ 中共有三项，每一项都含有因式 m，因此，m 就叫做这个多项式的公因式.

再如，多项式 $8a^3b^2-12ab^2$ 共有两项，第一项 $8a^3b^2=4ab^2\cdot 2a^2$，第二项 $-12ab^2c=4ab^2\cdot(-3c)$，每一项都含有因式 $4ab^2$，因此，$4ab^2$ 就叫做这个多项式的公因式.

(2) 公因式的构成

公因式的构成如下：

①系数——各项系数的最大公约数；

②字母——各项都含有的相同字母；

③指数——相同字母的最低次幂.

例 2 指出多项式 $4x^2y^3z-12x^3y^4$ 中各项的公因式.

分析 系数 4 和 12 的最大公约数是 4；相同字母有 x，y；相同字母 x 的最低次幂是 2，相同字母 y 的最低次幂是 3；因此，公因式是 $4x^2y^3$.

解 公因式是 $4x^2y^3$.

评注 公因式中系数的“+”、“-”号，一般由首项来决定，本例的首项符号为“+”，公因式中系数的符号也为“+”.

(3) 提公因式法

将多项式中各项含有的公因式提到括号外面，将多项式写成因式乘积的形式，这种分解因式的方法叫提公因式法.

例如

$$ma+mb+mc=m(a+b+c).$$

那么，例 2 的多项式分解因式为

$$4x^2y^3z-12x^3y^4=4x^2y^3(z-3xy).$$

乘法分配律是提公因式法的依据.

$$m(a+b+c)\underset{\text{提公因式}}{\overset{\text{乘法分配律}}{\rightleftharpoons}}ma+mb+mc.$$

在用提公因式法分解因式时，常有如下两个步骤：

第一步：找出公因式；

第二步：提公因式.

【实例探究】

1. 首项带有“-”号

例 3　分解因式　$-6x^3+9x^2-12x$.

分析　公因式是 $-3x$.

解　$-6x^3+9x^2-12x$

$=-3x(2x^2-3x+4)$.

评注　如果多项式的第一项系数是负数，应将“-”号提出来，括号内各项都变号.

2. 公因式是多项式

例 4　分解因式　$m(n-2)-p(2-n)-g(n-2)$.

分析　将 $(n-2)$ 看作一个整体，就当成字母 a，另外 $2-n=-(n-2)$，因此公因式是 $(n-2)$.

解

$$\begin{aligned}&m(n-2)-p(2-n)-q(n-2)\\=&m(n-2)+p(n-2)-q(n-2)\\=&(n-2)(m+p-q).\end{aligned}$$

例 5　分解因式 $(a-b)^2+3(b-a)^3$.

分析　因为 $(a-b)^2=(b-a)^2$，所以这个多项式的公因式是 $(b-a)^2$，如果认定公因式是 $(a-b)^2$ 也可以.

解 1　　$(a-b)^2+3(b-a)^3$

$$=(b-a)^2+3(b-a)^3$$
$$=(b-a)^2\cdot[1+3(b-a)]$$
$$=(b-a)^2(1+3b-3a);$$

解 2 $(a-b)^2+3(b-a)^3$
$$=(a-b)^2-3(a-b)^3$$
$$=(a-b)^2\cdot[1-3(a-b)]$$
$$=(a-b)^2(1-3a+3b).$$

评注 (1) 因式分解的最后结果，一般情况下不要保留中括号.

(2) 本例中利用了$(a-b)^2=(b-a)^2$，$(a-b)^3=-(b-a)^3$的关系，一般地有：

$$\left.\begin{array}{l}(a-b)^{2n}=(b-a)^{2n},\\(a-b)^{2n+1}=-(b-a)^{2n+1}.\end{array}\right.\quad (n\text{ 为正整数})$$

3. 提公因式法在计算中的应用

例 6 利用简便方法计算

(1) $\frac{1}{4}\times25.3+0.25\times78.6-3.9\times\frac{1}{4}$;

(2) 202^2-404.

解 (1) $\frac{1}{4}\times25.3+0.25\times78.6-3.9\times\frac{1}{4}$
$$=\frac{1}{4}(25.3+78.6-3.9)$$
$$=\frac{1}{4}\times100=25.$$

(2) 202^2-404
$$=202^2-2\times202$$
$$=202(202-2)$$
$$=202\times200=40400.$$

评注 利用提公因式法，可以给计算带来很大的方便.

随堂练习

一、分解因式

1. $4x^3-8x^2$；

2. $32a^4b^4-16a^3b^5+24a^2b^6$；

3. $-4x^3y^2+28x^2y-6xy$；

4. $4a(m-n)-2b(n-m)$；

5. $x(x-y)^2-xy(y-x)^2$.

二、利用简便方法计算

1. 401^2-401；

2. $13.7\times\frac{17}{31}+19.8\times\frac{17}{31}-2.5\times\frac{17}{31}$.

答案

一、1. $4x^2(x-2)$　2. $8a^2b^4(4a^2-2ab+3b^2)$　3. $-2xy(2x^2y-14x+3)$　4. $2(m-n)(2a+b)$　5. $x(1-y)(x-y)^2$

二、1. 160400　2. 17

【开拓创新】

1. 提公因式法应用于求代数式的值

例 7 求代数式的值.

(1) 已知 $a+b=5$，$ab=3$，求 a^2b+ab^2 的值；

(2) 已知 $a-b-c=16$，求 $a(a-b-c)+b(c-a+b)+c(b+c-a)$的值.

分析 先分解因式，再整体代入求值.

解 (1) a^2b+ab^2

$=ab(a+b)$.

将 $a+b=5$，$ab=3$ 代入得

$$ab(a+b)=3\times5=15.$$

(2) $a(a-b-c)+b(c-a+b)+c(b+c-a)$

$= a(a-b-c)-b(a-b-c)-c(a-b-c)$
$= (a-b-c)(a-b-c)$
$= (a-b-c)^2.$

当 $a-b-c=16$ 时，

$$原式 = (a-b-c)^2 = 16^2 = 256.$$

评注 整体代入求值的思想方法很重要.

2. 提公因式法应用于解方程

例 8 解方程

$$(x-999)^2-(999-x)(1000-x)=1.$$

分析 提出公因式 $(x-999)$，把它化成一元一次方程.

解 $(x-999)^2+(x-999)(1000-x)=1$,
$(x-999)(x-999+1000-x)=1$,
$x-999=1$,

$\therefore\ x=1000.$

评注 在解方程过程中，用提公因式法，往往起到降次的作用.

【反馈评估】

一、选择题

1. 下列各式中，因式分解正确的是 ( )
   A. $3a^2b-5ab^2+ab=ab(3a-5b)$
   B. $-x^2+xy-xz=-x(x+y-z)$
   C. $(x-y)^2-(x-y)^3=(x-y)^2(1-x-y)$
   D. $a(x-y)^2+b(y-x)^2=(a+b)(x-y)^2$
2. 代数式 $x-2$ 是下列哪一组多项式的公因式 ( )
   A. $(x+2)^2$, $(x-2)^2$　　B. x^2-2x, $4x-6$
   C. $3x-6$, x^2-2x　　D. $x-4$, $6x-18$
3. 多项式 $8x^{2n}-4x^n$ 提取公因式后，括号内的代数式是 ( )

A. $4x^n$　　B. $2x^n-1$

C. $4x^n-1$　　D. $2x^{n-1}-1$

4. 把多项式 $m^2(a-2)+m(2-a)$ 分解因式等于　（　　）

A. $(a-2)(m^2+m)$　　B. $(a-2)(m^2-m)$

C. $m(a-2)(m-1)$　　D. $m(a-2)(m+1)$

二、把下列各式因式分解

1. $-7x^3y^2-21x^2y^3$

2. $a^4-a^3-a^2$

3. $-4a^3b^4+12a^2b^5-16ab^6$

4. $\frac{1}{2}x^3y^2z^2+\frac{1}{4}x^2y^3z^2-\frac{1}{6}x^2y^2z^3$

三、把下列各式因式分解

1. $4m(a-b)-2n(b-a)$

2. $(a+b)(2x-y)-(a+b)(x-2y)$

3. $(x-m)^3(x-n)+(x-m)^2(n-x)$

4. $x(a-b)+y(b-a)-z(a-b)$

四、把下列各式因式分解

1. $(2x+3)(x-2y)+(x-2y)(x-1)+(2y-x)$

2. $a(x+y-z)-b(z-x-y)-c(x-z+y)$

五、先化简，再求值

1. $3(x-1)^3y-(1-x)^3z$ $\left(其中\ x=\frac{1}{2},\ y=\frac{1}{5},\ z=-\frac{6}{5}\right)$

2. 已知 $2x-y\frac{1}{3}$，$xy=2$，求 $2x^4y^3-x^3y^4$ 的值

六、解下列方程

1. $(x-4)^2-(4-x)(8-x)=12$

2. $(14x+7)(25x-38)+7(1+2x)(35-25x)=0$

8.2 运用公式法

【目标浏览】

1. 熟记平方差公式和完全平方公式；

2. 灵活应用公式进行因式分解.

重点　三个因式分解公式.

难点　根据公式的特点，正确选用公式.

【点拨引导】

1. 三个因式分解公式

交换乘法公式左、右两边，可得到因式分解公式.

平方差公式　$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

完全平方公式　$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$

运用这三个公式分解多项式的因式，这种方法称为运用公式法.

2. 怎样运用公式

公式中的字母“a”，“b”可以表示数，也可以表示单项式和多项式. 因此，运用公式的关键在于正确确定“a”和“b”. 如

$$4x^2-9y^2=(2x)^2-(3y)^2=(2x+3y)(2x-3y).$$

上式运用了平方差公式　$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$，

本例中，$2x$ 相当于平方差公式中的 a，$3y$ 相当于 b. 又如

$$x^2+4xy+4y^2=x^2+2\cdot x\cdot(2y)+(2y)^2=(x+2y)^2.$$

上式运用了完全平方公式　$a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2$.

本例中，x 相当于完全平方公式中的 a，$2y$ 相当于 b.

3. 公式的特点

下面按公式分类，一一进行阐述.

Ⅰ. 平方差公式

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

a, b 可以表示数、单项式、多项式.

公式的特点是:

1. 两项;
2. 两项都是平方项;
3. 两项的符号相反.

例 1 把下列各式分解因式，如不能分解，请说明理由.

(1) a^2-4b^2; (2) $-a^2-b^2$; (3) $2a^2-5b^2$;

(4) $-\frac{1}{25}x^4+\frac{9}{16}y^2$; (5) $x^{2m}-y^{2n}$(m, n 为正整数)

解 (1) a^2-4b^2

$=a^2-(2b)^2$

$=(a+2b)(a-2b)$.

(2) $-a^2-b^2$ 不能分解.

理由：两项符号相同，$-a^2-b^2=-(a^2+b^2)$.

(3) $2a^2-5b^2$ 不能分解.

理由：2 和 5 不是完全平方数.

(4) $-\frac{1}{25}x^4+\frac{9}{16}y^2=-\left[\left(\frac{1}{5}x^2\right)^2-\left(\frac{3}{4}y\right)^2\right]$

$=-\left(\frac{1}{5}x^2+\frac{3}{4}y\right)\left(\frac{1}{5}x^2-\frac{3}{4}y\right)$.

(5) $x^{2m}-y^{2n}=(x^m)^2-(y^n)^2$

$=(x^m+y^n)(x^m-y^n)$.(m, n 为正整数)

Ⅱ. 完全平方公式

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

a, b 可以表示数、单项式、多项式.