

技术进步机理与数量分析方法

肖耀球 编著

国防科技大学出版社
·长沙·

图书在版编目(CIP)数据

技术进步机理与数量分析方法/肖耀球编著. —长沙:国防科技大学出版社, 2002. 2

ISBN 7-81024-838-3

I. 技... II. 肖... III. 技术进步—经济计量分析
IV. F062.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 025556 号

国防科技大学出版社出版发行

电话:(0731)4572640 邮政编码:410073

E-mail: gfkdcbs@public.cs.hn.cn

责任编辑:罗青 责任校对:肖斌

新华书店总店北京发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

*

开本:850×1168 1/32 印张:7 字数:180 千

2002 年 2 月第 1 版第 1 次印刷

*

定价:18.00 元

目 录

第一章 技术进步与经济增长关系的理论与模型

..... (1)

第一节 熊彼德的技术创新理论..... (2)

第二节 希克斯的技术进步理论..... (5)

第三节 哈罗德的中性技术进步理论..... (8)

第四节 索洛的技术进步模型 (12)

第五节 丹尼森的经济增长因素分析法 (15)

第六节 新经济与内生技术进步理论 (23)

第二章 技术进步与产业结构关系数理分析 (30)

第一节 技术进步与两大部类产业关联机理 (30)

第二节 关联机理的数学证明 (33)

第三节 关联机理的几个推论及思考 (39)

第四节 技术结构与产品结构关联分析方法 (43)

第三章 技术进步的过程系统分析 (60)

第一节 技术成果供求系统分析 (60)

第二节 技术创新的微观经济学机理 (64)

第三节 技术转化的动力机制与实现条件 (69)

第四节 技术扩散机制解析分析 (74)

第四章 技术的价值、价格与测度方法..... (80)

第一节 技术的商品属性与价值 (80)

第二节	技术商品的价格构成与定价原则	(82)
第三节	技术商品的定价模型与方法	(85)
第四节	人力资本价值测度与结构优化	(91)
第五章	技术进步作用的评价	(99)
第一节	技术进步作用的表现形式	(99)
第二节	生产函数与增长速度方程	(102)
第三节	综合要素生产率	(106)
第四节	逐步指数测算法	(109)
第五节	技术进步系统动力学分析模型	(117)
第六节	指标分类测算法	(121)
第六章	技术发展趋势与技术进步预测	(136)
第一节	趋势推演分析	(136)
第二节	KSIM 模拟技术	(151)
第三节	成功概率综合加权法	(154)
第七章	几种常用的技术进步辅助评价与预测方法	(169)
第一节	模糊加权数学模型	(169)
第二节	AHP 方法	(173)
第三节	FHW 方法	(177)
第四节	主因子法	(181)
第五节	回归 - 马氏链耦合法	(183)
第八章	应用案例	(188)
案例一	岳阳市技术进步作用系统分析	(188)
案例二	长沙市技术进步与人才需求预测	(204)
参考文献		(212)

第一章

技术进步与经济增长
关系的理论与模型

作为本书的开头,有必要对技术进步与经济增长相关理论的产生与发展情况作一综述。就经济增长理论的产生与发展历史看,经济增长理论自其萌发开始就将技术进步问题纳入其重要研究对象。有关经济增长与技术进步理论的思想渊源可以追溯到 18 世纪中叶英国古典经济学派的理论。以亚当·斯密、卡尔多、帕西内蒂为代表的古典经济增长学家的研究兴趣主要集中在积累及其与劳动分工、人口增长、收入分配等关系的问题上,他们对经济增长前景的分析是悲观的,认为经济增长过程终将停滞于一种静态循环状态。20 世纪初,美籍奥地利经济学家熊彼德(Schumpeter, 1912)的技术创新理论,对古典经济增长理论中的悲观论点提出了挑战,熊彼德认为,经济增长模式有两类:一种是经济循环,即所谓静态的均衡;另一种是经济发展,即所谓的动态均衡,而实现这种动态发展的基本动力是技术创新,这意味着技术创新、技术变化是经济增长的源泉和决策性因素。从此,技术进步理论开始倍受关注,并成为了现代西方经济增长理论的一个重要分支。新古典经济增长理论与古典经济增长理论的主要区别是,新古典经济增长理论通过引入外生技术进步因素来修正总量生产函数,以解释经济持续增长的动力问题。希克斯、哈罗德对技术进步的分类、索洛的“余值”技术进步理

论、丹尼森与乔根森等在延展索洛理论进行的增长因素分析,对技术进步理论的形成与发展作出了重要贡献。20世纪80年代以来出现的新经济增长理论和内生技术进步理论,标志着技术进步理论开始了新一轮的深化。本章主要就上述有关理论作一综述,从中帮助我们了解技术进步理论的发展历史与最新动态。

第一节 熊彼德的技术创新理论

技术创新的概念是美籍奥地利经济学家熊彼德(Schumpeter)在其著作《经济发展理论》(1912)一书中首先提出来的。熊彼德对技术创新的定义是,创新就是把一种从来没有过的关于生产要素和生产条件的“新组织”引入生产体系。熊彼德将创新分为下述五种情况:(1)采用一种新的产品;(2)采用一种新的生产方法;(3)开辟一个新的市场;(4)控制原材料的新供应来源;(5)实现企业的新组织。熊彼德认为,资本主义经济活动有两种类型:一种是经济循环,在这种状况下,企业没有技术创新,没有发展,即新古典经济学家所说的静态的均衡。另一种是经济发展,而发展的基本动力在于技术创新。熊彼德认为,只有技术创新才能给经济带来发展的机会,即所谓实现动态的平衡。如果考虑到技术创新与技术创新得以实现的环境、条件之间的区分,那么,上述五种创新就可以归为两大类,即技术创新和组织创新。技术创新涵盖产品、工艺和材料等方面的创新;而组织创新则具体指市场组织和企业组织两方面的创新。因为技术创新往往离不开组织对创新的支持,后来也有人将组织与制度的创新作为技术创新的一部分,使之成为一个整体的概念。

其后,学术界对技术创新概念做出了不少拓展,但仍没有脱离技术创新是指为了获得潜在的市场利润,实现新的生产要素的组合,或对现有生产要素重新组合的活动这一基本认识。即我们通常讲的科技成果引入生产体系,创新出能够满足市场需求的商品,并首次实现其商业价值的动态过程。

从上述技术创新的内涵,可概括出技术创新的一些基本特点:(1)市场性 技术创新是从市场出发,根据市场竞争的需要,开发新产品、新技术、新工艺,实现产业化、商品化。技术创新成果最终体现在能否进入市场,占领市场。(2)创新性 要求在技术创新活动中要有自己的创造、有自己的发明,形成自己的专有技术、自己的知识产权。即使引进,也要在引进的基础上消化吸收,加以改进,重复不是创新。(3)风险性 技术创新具有很大的不确定性,存在许多事先难以估计的和不可控制的影响因素。(4)系统性 即创新是一个系统的概念,不是一个环节,一个局部,而是一个系统工程。它包含根据市场的需求构思发明创造,进行实验研究,再通过中间实验,实现商品化和产业化,最后进入市场。

熊彼德的创新理论,在相当长的一段时间并未受到人们注意,第二次世界大战后,科学技术在经济中的作用日益增强,创新理论逐步为人们所认识和接受,并在理论上加以丰富。

从 20 世纪 50 年代至今,人们对技术创新过程的认识经历了五个阶段。50 年代是战后经济恢复期,市场供不应求,企业没有生产过剩和销售的压力,因此技术创新是从科学发展开始,经过工业研究开发、工程和制造过程到拿出可销售的产品和新工艺的过程。技术创新是一种由技术导向的、线性的、自发的转化过程,市场只是被动地接受技术成果,表现为技术推动过程。在 60 年代,随着经济发展,供求日渐平衡,营销成为企业成功的

重要因素。市场的作用日益受到人们重视,技术创新成为一个市场拉动过程。创新的起因是对顾客需求的认识,接着是创造出面向市场的新产品的一系列研究开发活动,研究开发成为对市场需求的反应。上述两类技术创新一个强调技术推力,一个强调市场拉力,都属线性模式。到 70 年代,资本主义经济危机已见端倪,通货膨胀和需求饱和给企业造成变革的压力,产业结构调整也成为发达国家面临的经济挑战。技术变革、技术创新逐渐成为企业生存和发展的主要条件。线性模型已显过分简单,无法描述实际生活中成功的技术创新活动。许多例证表明,科学、技术和市场的结合是技术创新成功的保证,这种结合需要同时强调技术推力和市场拉力的配合,故又称耦合模式。自此以后,技术创新受到了社会的广泛重视,尤其是到了 80 年代,技术创新的规模和范围逐渐扩大,许多国家的政府在经济理论的指导下,一方面通过宏观经济政策,另一方面则通过产业结构调整和科学技术政策,支持本国产业发展,提高企业竞争力,以期克服经济困境。人们对技术创新的研究也进一步深入,耦合模式为第四代集成模式代替。技术创新过程不再是一个从技术,经工业研究开发、工程建设和制造到市场的循序渐近过程,而是一个战略集成的并行过程。按此模式,研究开发、原型研制、生产制造、产品销售只是一个逻辑上的技术创新系列,在实际上则要求这些要素并行发展,综合集成。最近,这一模式进一步发展为第五代的系统集成和网络模式。后两种模式具有非线性特征,它们的出现既是社会大范围的技术创新活动本身的发展,也是由于 70~80 年代高技术的发展及其产业化,带来了生产自动化、设计智能化和管理信息化的结果。第五代创新是高度综合集成的并行过程,需要研究、设计、工程、产品研制、生产工艺发展和销售密切配合。在研究开发阶段要使用专家系统和模拟模

型,在产品开发阶段要和设备及材料供应商合作,并和可能的大宗用户紧密联系,建立研究开发组织和市场推销部门的横向联系等。这种创新强调企业高度的灵活性和快速开发能力。

第二节 希克斯的技术进步理论

英国经济学家希克斯(J. R. Hicks)于 1932 年出版了《工资理论》一书,书中按技术进步对收入分配产生的不同效应,将技术进步分成三种不同的类型:一种是“节用劳动”的技术进步,一种是“节用资本”的技术进步,一种是“中性”技术进步。希克斯定义:凡是提高资本边际产量与劳动边际产量的比率的技术进步称为节用劳动的技术进步;降低资本边际产量与劳动边际产量的比率的技术进步称为节用资本的技术进步;维持资本边际产量与劳动边际产量的比率不变的技术进步称为中性技术进步。希克斯的技术进步分类理论可以通过如下数学语言来描述。

设 Y 表示产出量, K 表示资本投入量, L 表示劳动投入量,则希克斯的不同类型技术进步与其数学描述的对应关系如下:

$$\text{希克斯节用劳动技术进步} \Leftrightarrow \Delta \left(\frac{\partial Y}{\partial K} / \frac{\partial Y}{\partial L} \right) > 0$$

$$\text{希克斯节用资本技术进步} \Leftrightarrow \Delta \left(\frac{\partial Y}{\partial K} / \frac{\partial Y}{\partial L} \right) < 0$$

$$\text{希克斯中性技术进步} \Leftrightarrow \Delta \left(\frac{\partial Y}{\partial K} / \frac{\partial Y}{\partial L} \right) = 0$$

其中 Δ 为差分符号,即表示考察末期与基期的相应数值之差。

由于希克斯的技术进步理论是基于劳动工资与资本利润占

国民收入比率随技术进步如何变动的动态关系来阐述的,因而其理论不仅对技术进步理论发展有开拓性意义,也对收入分配理论的发展产生重要作用。

以下就中性技术进步为例,对希克斯技术进步理论的意义进行阐释。西方经济学家通常是用下面的图 1.1 来解释希克斯中性技术进步的。

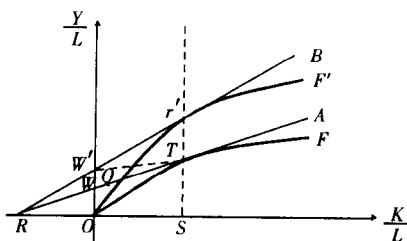


图 1.1 希克斯的中性技术进步解析图

图 1.1 中的纵坐标代表资本—劳动比率 $\frac{K}{L}$, 即表示每个劳动力平均使用的资本量; 横坐标代表产出—劳动比率 $\frac{Y}{L}$, 表示每个劳动力的平均产出量; 曲线 OF 代表未出现技术进步时的生产函数曲线, OF' 代表出现中性技术进步时的生产函数曲线。曲线 OF 和 OF' 的基本形状蕴含了生产函数具有生产要素边际生产力递减这一基本假设, 即尽管 $\frac{Y}{L}$ 随着 $\frac{K}{L}$ 的增加而增加, 但 $\frac{Y}{L}$ 的增长率是递减的, 亦即 $\frac{\Delta Y}{\Delta L}$ 是递减的。

曲线 OF 上的任意一点 T 表示为在给定的自然增长率 g_n 和储蓄率 s 条件下的均衡点。这是因为, 根据新古典经济增长模型, 实现充分就业的稳定增长的条件是: $g_n = \frac{s}{v}$, 其中 v 代表资

本—产出比率,即 $v = \frac{K}{Y}$ 。新古典增长理论中的 v 是可变的,因此,充分就业的稳定增长可以通过调整资本—产出比率 v 的数值来实现。例如,若 $g_n = 5\%$, $s = 15\%$,则可取 $v = 3$ 。不失一般性,设点 T 对应的坐标为 $(\frac{K}{L}, \frac{Y}{L})$,连接 OT ,则直线 OT 的斜率 $= (\frac{Y}{L}) / (\frac{K}{L}) = \frac{Y}{K} = \frac{1}{v}$,结合 $g_n = \frac{s}{v}$,得 OT 的斜率 $= \frac{g_n}{s}$,因此说明点 T 是在给定的 g_n 和 s 的条件下的均衡点。

过点 T 作曲线 OF 的切线,分别交纵坐标轴于 W ,交横坐标轴于 R ,则有结论: OW = 工资率(平均每个劳力的工资), $ST - OW$ = 利润量。这是因为,工资取决于劳动的边际产出 $\frac{\Delta Y}{\Delta L}$,利润率取决于资本的边际产出 $\frac{\Delta Y}{\Delta K}$ 。对 $\frac{\Delta Y}{\Delta K}$ 取极限,即 $\lim_{\Delta K \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta K} = \frac{dY}{dK}$,此时, $\frac{dY}{dK}$ 显然代表切线 RT 的斜率,故切线 RT 的斜率的经济含义是代表利润率。又因为切线 RT 的斜率 $= \frac{WQ}{TQ}$ (其点 Q 为过 T 作横坐标的平行线与纵坐标的交点),则资本利润率 $= \frac{WQ}{TQ}$,于是, $WQ = ST - OW$ 代表每个劳动力配置的资本为 TQ 时的利润量,而 OQ 代表每个劳动力的平均产出量,由 $OQ - WQ = OW$,可知 OW 代表每个劳动力的平均工资量,即工资率。

曲线 OF 的另一个解析结论是: $OR = \frac{\text{工资率}}{\text{利润率}}$,现推导如下:

因为 $\frac{OR}{RS} = \frac{OW}{ST}$ (相似三角形对应比例相等)

$$\Rightarrow \frac{OR}{RS - OR} = \frac{OW}{ST - OW}$$

$$\Rightarrow \frac{OR}{OS} = \frac{OW}{ST - OW}$$

$$\Rightarrow \frac{ST - OW}{OS} = \frac{OW}{OR}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{利润}}{K} = \frac{\text{工资率}}{OR}$$

$$\Rightarrow OR = \frac{\text{工资率}}{\text{利润率}}$$

类似上述方法可以论证,具有中性技术进步的生产函数曲线 OF' 也同时具备如下性质: $OW' =$ 存在技术进步的工资率, $ST' - OW' =$ 利润量, $\frac{ST' - OW'}{OS} = \frac{\text{利润量}}{K} = \text{利润率}$, $OR = \frac{\text{工资率}}{\text{利润率}}$ 。这就表明,无论是否存在中性技术进步的情况,只要相应的资本—劳动比率 $\frac{K}{L}$ 相同,则没有技术进步时的工资率与利润率的比率与存在中性技术进步时的比例保持不变,都等于 OR ,从而国民收入在工资和利润之间的分配份额也不变。这一结论意味着在中性技术进步条件下,工资率与利润率是同步增长的,不会改变工资与利润在国民收入中的分配比例。

第三节 哈罗德的中性技术进步理论

哈罗德(Harrod)虽然在其建立的经济增长模型中(1939)没有涉及技术进步因素,但并不否认技术进步的存在和对经济增长的作用。哈罗德在研究经济增长模型的同时,也对技术进步问题,尤其对技术进步的分类问题进行了研究,提出了较有影响的哈罗德中性技术进步理论。哈罗德中性技术进步与希克斯中性技术进步不同,哈罗德定义的中性技术进步概念为“在不变的利

息率下不干扰资本系数值的进步”(哈罗德:《动态经济学》),也就是说哈罗德的中性技术进步的研究角度定位在把技术进步发生之前和技术进步存在之后两个生产函数中具有相同的利润率的两点进行比较,如果相应的资本—产出比率 $\frac{K}{Y}$ (亦称资本系数)也相同,这种条件下的技术进步就是中性技术进步。

类似地可定义哈罗德节用劳动和节用资本的技术进步,即:如果技术进步发生前后利润率相同的点对应的资本—产出比率 $\frac{K}{Y}$ 提高了,则称为节用劳动的技术进步;反之,称为节用资本的技术进步。

哈罗德中性技术进步可以通过图 1.2 来描述。

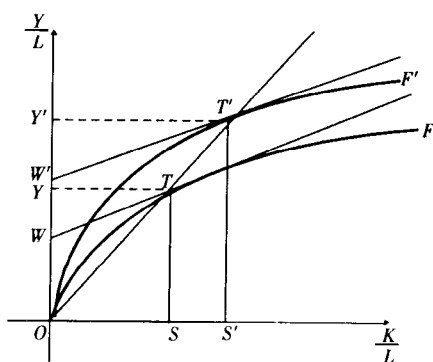


图 1.2 哈罗德的中性技术进步解析图

图 1.2 中的横坐标代表资金—劳动比率 $\frac{K}{L}$,纵坐标代表产出—劳动比率 $\frac{Y}{L}$ 。曲线 OF 代表出现哈罗德中性技术进步前的生产函数曲线, OF' 代表出现哈罗德中性技术进步时的生产函数曲线。

这里,我们首先解释哈罗德中性技术进步概念的几何含义。

不妨设从原点 O 作一条射线, 分别交曲线 OF 于点 T 、交曲线 OF' 于点 T' , 然后, 分别过点 T 、 T' 作曲线 OF 、 OF' 的切线, 这两条切线分别交纵坐标于 W 和 W' (如图 1.2 所示)。则类似于图 1.1 的分析方法, 可以证明: 切线 WT 的斜率表示技术进步出现以前的生产函数在点 T 的利润率, 切线 $W'T'$ 的斜率表示哈罗德中性技术进步出现之后的生产函数在点 T' 时的利润率。根据哈罗德中性技术进步定义的第一个条件: 即技术进步产生前后中的两个生产函数曲线上的两点的利润率必须相同, 这就意味着切线 WT 与切线 $W'T'$ 的斜率必须相等, 而斜率相等表示两线平行, 即 $WT \parallel W'T'$ 。这便是哈罗德中性技术进步含义中的第一个条件的几何含义。第二个条件是: 在第一个条件的基础上 (即利润率相等), 相应的资本 — 产出比率 $\frac{K}{Y}$ 也相等 (即资本系数不变)。这一条件在图 1.2 中的几何含义是显而易见的。事实上, 因为三角形 OST 相似于三角形 $OS'T'$, 则

$$\frac{ST}{OS} = \frac{S'T'}{OS'}$$

$$\text{而: } \frac{ST}{OS} = \frac{\frac{Y}{L}}{\frac{K}{L}} = \frac{Y}{K}$$

$$\frac{S'T'}{OS'} = \frac{\frac{Y'}{L'}}{\frac{K'}{L'}} = \frac{Y'}{K'}$$

$$\text{因此: } \frac{Y}{K} = \frac{Y'}{K'} \text{ 或 } \frac{K}{Y} = \frac{K'}{Y'}$$

这就说明了相应的资本 — 产出比率也相等。

接下来我们还可以证明, 哈罗德中性技术进步具有希克斯中性技术进步同样的性质, 即哈罗德中性技术进步不会引起工

资和利润在国民收入的分配比例。同样如图 1.2 所示,并采用图 1.1 的分析结论可得:

在未出现技术进步时的生产函数 OF 中:

$$\text{工资} = OW, \text{利润} = WY, \text{利润率} = \frac{WY}{TY}$$

在出现技术进步以后的生产函数 OF' 中:

$$\text{工资} = OW', \text{利润} = W'Y', \text{利润率} = \frac{W'Y'}{T'Y'}$$

由于 T 、 T' 两点的利润率相等(或 $WT \parallel W'T'$),因此,

$$\frac{WY}{TY} = \frac{W'Y'}{T'Y'}$$

$$\Rightarrow \frac{TY}{T'Y'} = \frac{WY}{W'Y'} = \frac{OY}{OY'}$$

$$\Rightarrow \frac{WY}{OY} = \frac{W'Y'}{OY'}$$

$$\Rightarrow \frac{WY}{OY - WY} = \frac{W'Y'}{OY' - W'Y'}$$

而上式左边表示出现技术进步之前的生产函数在点 T 的利润—工资比率,上式右端表示出现技术进步之后的生产函数在点 T' 的利润—工资比率。因此,上式说明技术进步前后,利润率相等的两点 T 、 T' 所对应的工资与利润的配置比例不发生变化,即与哈罗德中性技术进步相对应的收入分配比例保持不变。这就证明了哈罗德中性技术进步与希克斯中性技术进步一样,均不改变工资、利润在收入分配中的比例。而正是基于这一共同的性质,所以在一些文献中研究技术进步分类时,有的干脆将“保持收入分配比例不变”的技术进步定义为中性技术进步。

第四节 索洛的技术进步模型

自 20 世纪 50 年代以来,西方的一些经济增长理论学家开始对经济增长的因素进行实际测算分析,他们发现,如果按照通常的生产函数法进行具体测算,则经济增长率中存在不能用资金、劳动等要素投入解释的部分,即存在所谓经济增长率中的“余值”部分。这里所指的“通常的生产函数法”是指按如下过程导出的经济增长因素测算方法。

设生产函数的一般形式是:

$$Q_t = F(K_t, L_t) \quad (1-1)$$

并假设:①劳动投入 L_t 和资本投入 K_t 之间可以互相替代,即取消了资本系数不变的假设;②生产函数式(1-1)是一阶齐次的,

$$F(\lambda K_t, \lambda L_t) = \lambda F(K_t, L_t)$$

即规模报酬不变。对式(1-1)求全微分:

$$dQ_t = \frac{\partial Q_t}{\partial K_t} dK_t + \frac{\partial Q_t}{\partial L_t} dL_t$$

其中 $\frac{\partial Q_t}{\partial K_t}$ 和 $\frac{\partial Q_t}{\partial L_t}$ 的经济含义分别是资金的边际产出和劳动的边际产出。进一步将上式两边同时除以 Q_t , 并作恒等变形:

$$\frac{dQ_t}{Q_t} = \left(\frac{\partial Q_t}{\partial K_t} \cdot \frac{K_t}{Q_t} \right) \frac{dK_t}{K_t} + \left(\frac{\partial Q_t}{\partial L_t} \cdot \frac{L_t}{Q_t} \right) \frac{dL_t}{L_t}$$

设 $\frac{\partial Q_t}{\partial K_t} \cdot \frac{K_t}{Q_t} = \alpha$, $\frac{\partial Q_t}{\partial L_t} \cdot \frac{L_t}{Q_t} = \beta$, 它们的经济含义是资金的产

出弹性和劳动的产出弹性。而 $\frac{dQ_t}{Q_t}$, $\frac{dK_t}{K_t}$, $\frac{dL_t}{L_t}$ 分别表示产出的增长率, 资金的增长率和劳动的增长率。上式变为:

$$\frac{dQ_t}{Q_t} = \alpha \frac{dK_t}{K_t} + \beta \frac{dL_t}{L_t} \quad (1-2)$$

(1-2)式表明: 产出增长率可分为资金增长率和劳动增长率的加权和。

在 20 世纪 50 年代初期, 包括索洛(Solw)、丹尼森(Denison)在内的一些经济学家, 运用该模型分析一定时期的有关统计资料, 具体估算资金和劳动等要素投入对经济增长所作的贡献, 他们发现, 实证测算的结果与这一时期产出的实际增长率存在一定的差距, 也就是说, 实际产出增长率中存在无法用资金、劳动投入等因素解释的部分, 索洛将此称为“余值”, 丹尼森将此称之为“我们无知的量”。针对这一现象, 这些经济学家进一步做了大量的研究, 他们的基本结论是, 如果用于实际测算的数据资料是准确的, 而生产函数在任意时刻都保持一阶齐次性, 那么这个“余值”是由技术进步引起的。换言之, 这个“余值”部分是由于经济组织的改善、资本存货(机器、设备)性能的改善和劳动力素质的提高所带来的。

索洛率先将技术进步因素引入生产函数中, 并对“余值”作出解释。1957 年索洛在生产函数式(1-1)和哈罗德中性技术进步的基础上, 将总量生产函数改写为:

$$Q_t = A_t \cdot F(K_t, L_t) \quad (1-3)$$

其中 A_t 为引入的技术进步因素。对(1-3)式求全微分:

$$\begin{aligned} dQ_t &= F(K_t, L_t) dA_t + A_t dF(K_t, L_t) \\ &= F(K_t, L_t) dA_t + A_t \cdot \frac{\partial F}{\partial K_t} dK_t + A_t \cdot \frac{\partial F}{\partial L_t} dL_t \end{aligned}$$