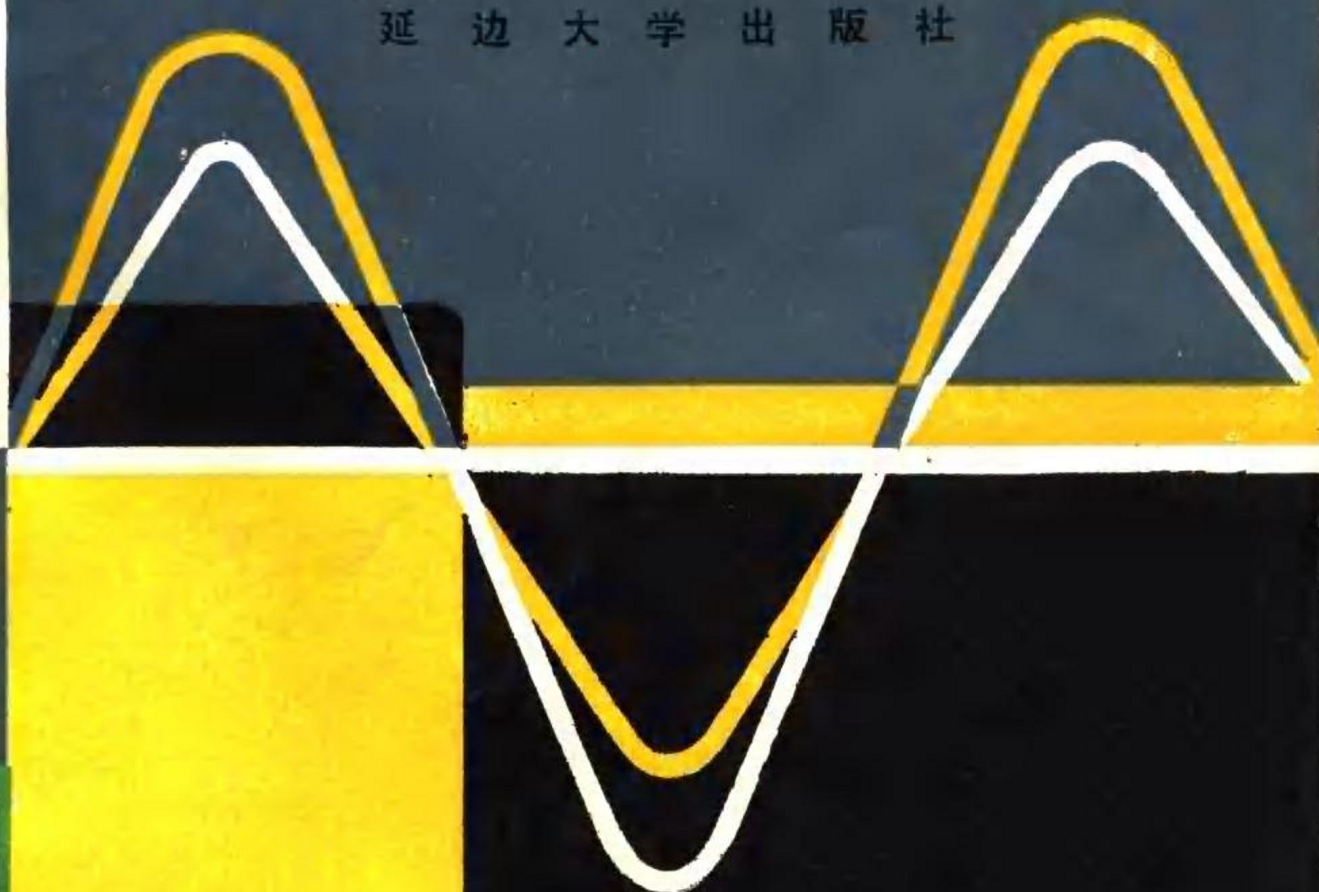


动态电路分析

金相民

延边大学出版社



责任编辑：林赞俊
封面设计：姜钟浩

动态电路分析

金相民

延边大学出版社出版发行

(吉林省延吉市延边大学院内)

延边大学印刷厂印刷

开本：787·1092毫米1/16 印张：11.375 插页：4

字数：124千字 印数：1—650

1988年4月第1版 1988年4月第1次印刷

ISBN 7-5634-0107-5 O·9 (课)

定价：9.90元

前 言

本书是作者根据在东北理论电工学会1987年年会上发表的论文“电路课教材改革的设想”和多年教学实践积累的教学资料编写的。

作者在本书的编写过程中力图做到：（1）以传统理论为基础，把传统理论与近代理论结合起来；（2）既要注意科学知识的逻辑必然性，又要注意人们思维发展的规律，以利于培养思维能力；（3）通过大量的例题，用较少的篇幅阐述基本概念、基本原理和基本分析方法，深入浅出，通俗易懂，便于自学。

此书付印时，延边大学林赞俊同志负责审阅全部书稿，在此谨致以衷心的感谢。

编 者

1988年3月于延边大学

目 录

第一章 动态电路元件.....	(1)
§ 1—1 电容元件.....	(1)
1 电容元件的一般定义.....	(1)
2 线性电容元件上电压与电流的关系.....	(2)
3 电容元件上功率与能量.....	(3)
§ 1—2 电感元件.....	(5)
1 电感元件的一般定义.....	(5)
2 线性电感元件上电压与电流的关系.....	(6)
3 电感元件上功率与能量.....	(7)
§ 1—3 电容器和电感器的近似模型.....	(10)
第二章 经典积分法.....	(12)
§ 2—1 动态电路的过渡过程.....	(12)
§ 2—2 换路定则和电路初始值的计算.....	(14)
1 换路定则.....	(14)
2 不跃变初值始的计算.....	(15)
3 跃变初始值的计算.....	(22)
§ 2—3 一阶电路的零输入响应.....	(28)
1 RC电路的零输入响应.....	(28)
2 RL电路的零输入响应.....	(33)
§ 2—4 一阶电路的零状态响应.....	(38)
1 RC电路的零状态响应.....	(38)
2 RL电路的零状态响应.....	(44)
§ 2—5 一阶电路的全响应.....	(49)
1 全响应分解为零状态响应和零输入响应.....	(49)
2 全响应分解为暂态响应和稳态响应.....	(50)
3 三要素法.....	(50)
§ 2—6 单位阶跃函数和一阶电路的阶跃响应.....	(65)
1 单位阶跃函数.....	(65)
2 一阶电路的阶跃响应.....	(67)
§ 2—7 单位冲激函数和一阶电路的冲激响应.....	(73)
1 单位冲激函数.....	(73)
2 一阶电路的冲激响应.....	(73)

§ 2—8 二阶电路的零输入响应·····	(79)
§ 2—9 具有非零输入的二阶电路·····	(88)
第三章 迭加积分法 ·····	(101)
§ 3—1 杜哈密尔积分法·····	(101)
§ 3—2 卷积积分法·····	(108)
第四章 拉普拉斯变换法 ·····	(120)
§ 4—1 拉普拉斯变换及其基本性质·····	(120)
1 拉普拉斯变换·····	(120)
2 拉氏变换的一些基本性质·····	(122)
§ 4—2 拉氏反变换·····	(130)
1 查拉氏变换表法·····	(130)
2 部分分式展开法·····	(130)
§ 4—3 电路基本定律的复频域形式·····	(135)
1 电路元件的电压、电流关系的复频域形式·····	(135)
2 基尔霍夫定律的复频域形式·····	(137)
§ 4—4 动态电路的复频域等效电路分析·····	(138)
1 复频域等效电路·····	(138)
2 用复频域等效电路分析动态电路过渡过程·····	(138)
第五章 状态变量法 ·····	(148)
§ 5—1 状态和状态变量 状态方程·····	(148)
1 状态和状态变量·····	(148)
2 状态方程·····	(149)
§ 5—2 状态方程的直观编写法·····	(150)
§ 5—3 状态方程的解·····	(156)
1 状态方程的解析解·····	(157)
2 状态方程的数值解·····	(175)

第一章 动态电路元件

电容元件和电感元件都属于动态电路元件。本章讨论这些动态电路元件的一般定义和它们的电压、电流关系以及它们的功率与能量。

§ 1—1 电容元件

1. 电容元件的一般定义

电容元件是实际电容器的理想化模型。它的一般定义是：如果一个二端电路元件在任一时刻 t ，它所贮存的电荷 $q(t)$ 同它两端的电压 $u(t)$ 之间的关系，可以用 uq 平面上的一条经过原点的曲线（叫做库—伏特性曲线）来表示，则称这种二端电路元件为电容元件。

如果 uq 平面上的库—伏特性曲线是一条通过原点的直线（图 1—1 a），则此电容元件称为线性电容元件，否则（图 1—1 b）称为非线性电容元件。

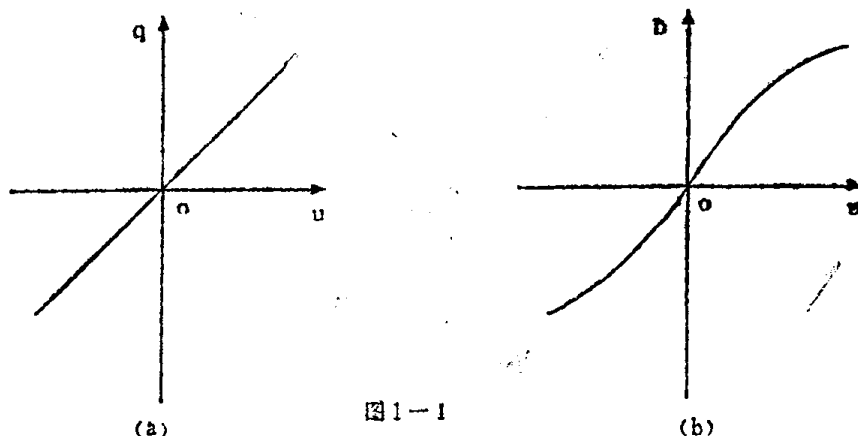


图 1—1

线性电容元件的符号，如图 1—2 所示。图中 $+q$ 和 $-q$ (q 是代数量) 是该元件正极板和负极板的电荷量。当然，极板的正、负则是任意指定的。若电容元件上电压的参考方向规定由正极板指向负极板，则由库—伏特性曲线（图 1—1 a）可知任何时刻 t 正极板上的电荷 $q(t)$ 与其两端的电压 $u(t)$ 有以下关系：

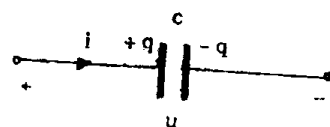


图 1—2

$$q(t) = Cu(t) \quad (1-1)$$

式中 C 称为电容。它是库—伏特性曲线的斜率。

2. 线性电容元件上电压与电流的关系

当电容器极板间电压 u 变化时,极板上电荷也随着改变,于是电容电路中出现电流 i 。如图1—3所示的关联参考方向下,线性电容元件上电压 $u(t)$ 与电流 $i(t)$ 之关系是:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = c \frac{du(t)}{dt} \quad (1-2)$$

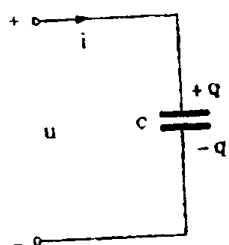


图1—3

由此可知:(1)对于线性电容元件来说,某一时刻的电容电流取决于该时刻电容电压的变化率,而与该时刻电容电压的本身无关。就是说只有电压变化,才有电流。这样,只有当加在电容元件两端的电压随时间有变化时,电容 C 的作用,才显示出来。若 u 不变,则 $i=0$,即电容相当于开路;(2)由于电容的电压、电流关系为微分(或积分)关系,所以电容的电压与电流不一定具有相同的波形,特别是波形的最大值,最小值不一定在同一时刻发生。

对式(1—2)进行积分,并设 $u(-\infty)=0$,可得

$$u(t) = \frac{1}{c} q(t) = \frac{1}{c} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi \quad (1-3)$$

这里,我们将积分号内的时间变量 t 用 ξ 来代替,以区别于积分上限 t 。

式(1—3)表明,在任意时刻 t ,电容电压的值 $u(t)$ 取决于电流 $i(t)$ 的全部历史(即从 $-\infty$ 到 t 所有时刻的电流值)。所以说,电容有“记忆”电流的作用,其记忆时间范围为无限长。因此,电容元件是一种记忆元件。式(1—3)还表明,电容电压是电流的积分,因此,若在时间范围 $t_1 \leq t \leq t_2$ 内,电流为有界(即 $|i(t)| \leq M$, M 为有限常数),则在时间范围 $t_1 < t < t_2$ 内,电容电压是连续函数,也就是说,在电流值为有界时,电容电压不能跃变。

式(1—3)也可以写为

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{c} q(t) = \frac{1}{c} \int_{-\infty}^{t_0} i(\xi) d\xi + \frac{1}{c} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \\ &= u(t_0) + \frac{1}{c} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (1-4)$$

式中

$$u(t_0) = \frac{1}{c} q(t_0) = \frac{1}{c} \int_{-\infty}^{t_0} i(\xi) d\xi \quad (1-5)$$

$u(t_0)$ 和 $q(t_0)$ 分别称为初始时刻 t_0 的电容电压初始值和电容电荷初始值,它们反映了初始时刻的储能状况,也称为初始状态。

式(1—4)表明,若已知初始状态 $u(t_0)$ 〔或 $q(t_0)$ 〕和时间范围 $t \geq t_0$ 内的电流 $i(t)$,就能够完全地确定 $t \geq t_0$ 时电容电压 $u(t)$ 〔或 $q(t)$ 〕,而不必了解在 t_0 以前的电流历史情况。

式(1—4)还表明,任何初始状态为 $u(t_0)=U_0$ 的电容,在 $t \geq t_0$ 时可看作是恒定电压源 $u_s=U_0$ 与初始状态为零的同一电容器相串联,如图1—4所示。这就是 $t \geq t_0$ 时电容的等效电路。

3. 电容元件的功率和能量

在关联参考方向下，线性电容元件吸收的功率为

$$p = ui = cu \frac{du}{dt} \quad (1-6)$$

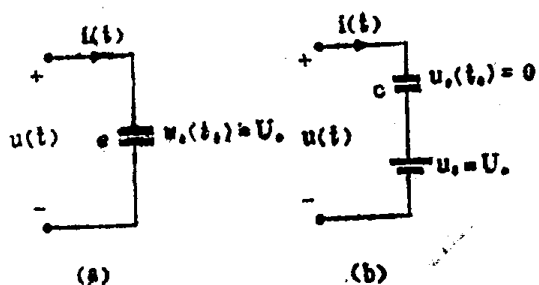


图 1-4

当 $u > 0$ 且 $\frac{du}{dt} > 0$ 时, $i > 0$, 这时 $p > 0$, 的确吸收功率。这是为什么呢? 当 $u > 0$, $i > 0$ 时, 电流的实际方向指向正极板, 正极板上电荷 q ($q > 0$) 增多, 电容元件被充电。当电容被充电时, 把电容吸收的功率转化为电场能量, 而贮存在电容的电场中。

当电容电压在从 t_0 到 t 时间内从 0 增大到 u 时, 在任意时刻 t , 电容所贮存电场能量为

$$\begin{aligned} W_c &= \int_{t_0}^t p dt = \int_{t_0}^t u(\xi) i(\xi) d\xi = \int_{t_0}^t cu(\xi) \frac{du(\xi)}{d\xi} \cdot d\xi \\ &= C \int_0^{u(t)} u(\xi) du(\xi) = \frac{1}{2} cu^2(t) = \frac{1}{2c} q^2(t) \end{aligned} \quad (1-7)$$

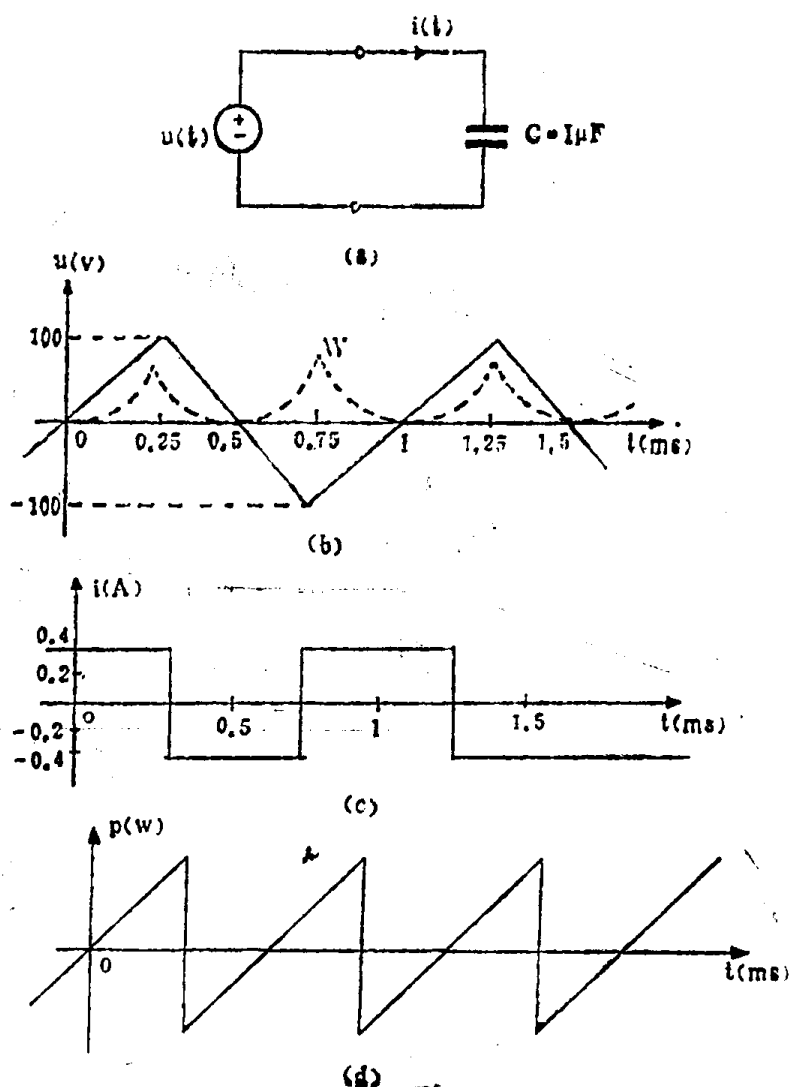


图 1-5

可见，电容是贮存电能的储能元件。

当 $u > 0$ ，但 $\frac{du}{dt} < 0$ 时， $i < 0$ ；这时 $p < 0$ ，电容实际上放出功率。这是为什么呢？当 $u > 0$ 、 $i < 0$ 时，电流的实际方向指向负极板，正极板上电荷 q ($q > 0$) 减少，电容在放电，当电容放电时，电容将释放电场能量。吸收的和释放的能量相同，即电容也不会释放出多于它所吸收的能量，因此电容元件又是一种无源元件。

例题1—1 在图 1—5(a) 所示的电路中，电压源电压随时间按三角波规律变化，如图 1—5(b) 所示，求电容电流。

解：已知电容电压 $u(t)$ ，求电流 $i(t)$ ，可用式 (1—2)。

从图 1—5(b) 可知，从 0.25 到 0.75ms 期间，电压 u 由 +100V 均匀下降到 -100V，其变化率为

$$\frac{du}{dt} = -\frac{200}{0.5} \times 10^3 = -4 \times 10^5 \text{ V/ms}$$

故在这个时间内，电流为

$$i = c \frac{du}{dt} = -10^{-6} \times 4 \times 10^5 = -0.4 \text{ A}$$

同理，从 0.75 到 1.25ms 期间，电压随时间的变化率为

$$\frac{du}{dt} = \frac{200}{0.5} = 4 \times 10^5 \text{ V/ms}$$

故在这个时间内，电流为

$$i = c \frac{du}{dt} = 10^{-6} \times 4 \times 10^5 = 0.4 \text{ A}$$

故得电流随时间变化的曲线，如图 1—5(c) 所示。

根据图 1—5(b) 和图 1—5(c)，得功率随时间变化的曲线，如图 1—5(d) 所示。图 1—5(b)~(d) 所示的曲线，分别称为电压 u (V)、电流 i (A) 和功率 p (W) 的波形图。

例题1—2 在图 1—6(a) 所示的电路中，电流源电流按图 1—6(b) 所示的规律变化，并已知 $u(0) = 0$ ，求 $u(t)$ 和 $t = t_0$ 时，电容的贮能。

解：已知电容电流 $i(t)$ ，求电容电压 $u(t)$ ，可用式 (1—4)，即

$$\begin{aligned} u(t) &= u(0) + \frac{1}{c} \int_0^t i(\xi) d\xi \\ &= \frac{1}{c} \int_0^t i(\xi) d\xi \end{aligned}$$

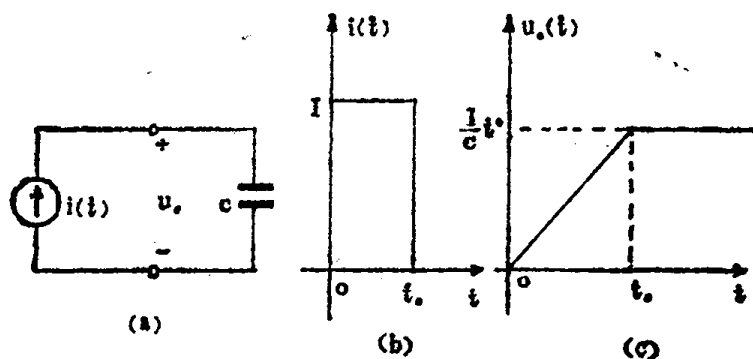


图 1—6

为此必须先把 $i(t)$ 的表达式写出来。

根据图 1—6(b) 所示的 $i(t)$ 的波形图， $i(t)$ 的表达式可分段写出为

$$i(t) = I \quad 0 < t \leq t_0$$

$$i(t) = 0 \quad t \geq t_0$$

所以，利用式 (1—4)，求 $u(t)$ ，可以分段计算。

在 $0 < t \leq t_0$ 期间

$$u(t) = -\frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi = -\frac{I}{C} \int_0^t d\xi = -\frac{I}{C} t$$

在 $t \geq t_0$ 期间

$$u(t) = -\frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi = -\frac{1}{C} \int_0^{t_0} i(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi = -\frac{I}{C} t_0$$

根据 $u(t)$ 的表达式，可画出其波形图如图 1—6(c) 所示。

在 $t = t_0$ 时， $u(t_0) = -\frac{I}{C} t_0$ ，而电容的贮能为

$$W_c(t_0) = \frac{1}{2} C u(t_0)^2 = \frac{I^2}{2C} t_0^2 \quad J$$

§ 1—2 电感元件

1 电感元件的一般定义

电感元件是实际电感线圈的理想化模型。它的一般定义是：如果一个二端电路元件在任一时刻 t ，它的磁通链 $\psi(t)$ 同它的电流 $i(t)$ 之间的关系可以用 $i\psi$ 平面上的一条经过原点的曲线（叫做韦—安特性曲线）来表示，则称这种二端电路元件为电感元件。

如果 $i\psi$ 平面上的韦—安特性曲线是一条通过原点的直线（图 1—

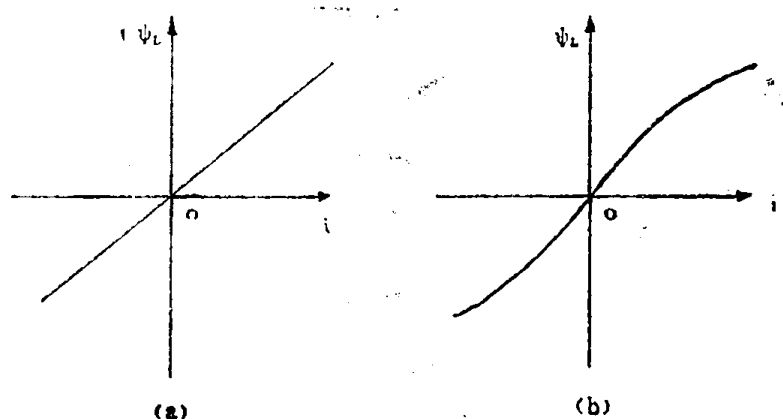


图1—7

7(a)), 则此电感元件称为线性电感元件，否则（图 1—7(b)，称为非线性电感元件。

线性电感元件的符号，如图 1—8 所示。我们规定磁通链 ψ_L 的参考方向与电流 i 参考方向之间满足右螺旋关系。在这种关联的参考方向下，由图 1—7(a) 所示的韦—安特性曲线可知，在任何时刻 t ，线性电感元件的自感磁通链 ψ_L 与元件中电流 i ，有以下关系：

$$\psi_L = Li \quad (1-8)$$

式中 L 称为该元件的自感或电感。它是韦—安特性曲线的斜率。

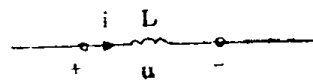


图1—8

2 线性电感元件上电压与电流的关系

在电感元件中电流*i*随时间变化时,磁通链 ψ_L 也随之改变,元件两端感应有电压。在电压*u*和电流*i*的关联参考方向下,根据楞次定律,感应电压等于磁通链的变化率,即

$$u(t) = \frac{d\psi_L(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt} \quad (1-9)$$

由此可知:(1)对于线性电感元件来说,某一时刻的电感电压取决于该时刻电感电流的变化率,而与电感电流本身无关。就是说,只有电流变化,才有电感电压。这样,只有当通过电感元件的电流随时间变化时,*L*的作用才显示出来。若*i*不变,则*u*=0,即电感相当于短路;(2)由于电感电压与电流的关系是微分(或积分)关系,所以电感电压与电流不一定具有相同的波形。

对式(1-9)进行积分,并设 $i_L(-\infty)=0$,得

$$i(t) = \frac{1}{L} \psi(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u(\xi) d\xi \quad (1-10)$$

式(1-10)表明,在任意时刻*t*,电感电流*i(t)*取决于电感电压*u(t)*的全部历史。所以说,电感有“记忆”电压的作用,其记忆时间范围为无限长。因此,电感元件也是一种记忆元件。

式(1-10)还表明,若在时间范围 $t_1 \leq t \leq t_2$ 的所有时间内,电感电压*u(t)*为有界,则在时间范围 $t_1 < t < t_2$ 内,电感电流是连续函数,也就是说,在电压值为有界时,电感电流不能跃变。

式(1-10)也可以写为

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{1}{L} \psi(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t_0} u(\xi) d\xi + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\xi) d\xi \\ &= i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (1-11)$$

式中

$$i(t_0) = \frac{1}{L} \psi(t_0) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t_0} u(\xi) d\xi \quad (1-12)$$

$i(t_0)$ 和 $\psi(t_0)$ 称为电流和磁通链在初始时刻 t_0 的初始值,它们反映了初始时刻的储能状况,也称为初始状态。

式(1-11)表明,若已知初始状态 $i(t_0)$ 〔或 $\psi(t_0)$ 〕和 $t \geq t_0$ 时电压*u(t)*,就能够完全地确定 $t \geq t_0$ 时电感电流*i(t)*,而不必了解在 t_0 以前的电压历史情况。

式(1-11)还表明,任何初始状态为 $i(t_0)=I_0$ 的电感,在 $t \geq t_0$ 时可看作是恒定电

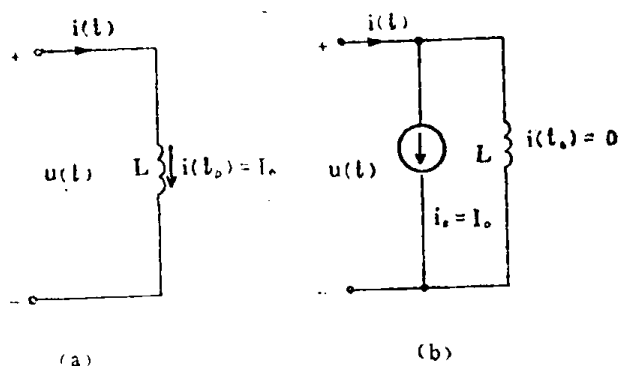


图 1-9

流源 $i_s = I_0$ 与初始状态为零的同一电感相并联，如图1—9所示。这就是 $t \geq t_0$ 时电感的等效电路。

3 电感元件的功率与能量

在电压和电流的关联参考方向下，线性电感元件吸收的功率为

$$P = ui = Li \frac{di}{dt} \quad (1-13)$$

当正值电流在增大时， $\frac{di}{dt} > 0$ ，或者当负值电流的绝对值在增大时， $\frac{di}{dt} < 0$ 。因而

对于这两种情况，电感的功率 $P > 0$ 。这说明电流的绝对值 $|i|$ 增大时，即充磁时电感的确吸收功率，把它转化为磁场能量，贮存于电感的磁场中。当电流由0增大到 i 时，电感所贮存的磁场能量为

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2 \quad (1-14)$$

当流电的绝对值 $|i|$ 减少时，电感将释放磁场能量。可见，电感元件并不把吸收的能量消耗掉，而是以磁场能量的形式贮存在磁场中。所以，电感元件也是一种贮能元件。同时，

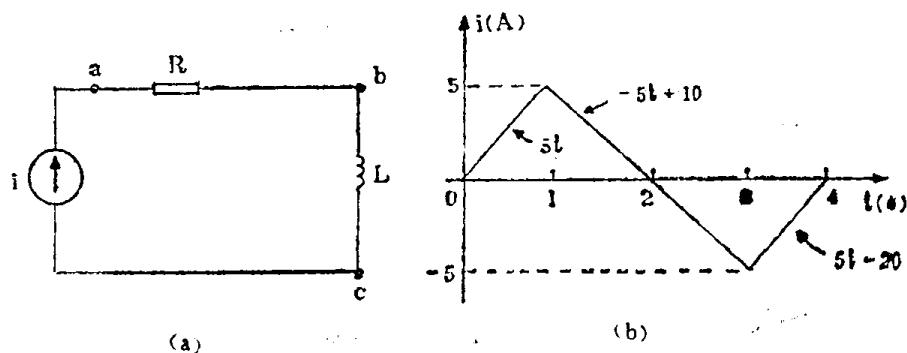


图 1—10

电感元件也不会释放出多于它所吸收的能量，因此它又是一种无源元件。

例题1—3 在图1—10(a)所示电路中，已知 $R = 5\Omega$ 、 $L = 2H$ ，电流源的电流波形如图1—10(b)所示。

试求：

写出 u_{ab} 和 u_{bc} 的表示式，并绘出它们的波形图；

$t = 2.5$ 秒时，各元件的功率；

$t = 2.5$ 秒时，电感的贮能。

解： u_{ab} 与 u_{bc} 的表示式，可分段写出：

在 $0 \leq t \leq 1$ 期间， $i = 5tA$

$$u_{ab} = Ri = 5 \times 5t = 25tV$$

$$u_{bc} = L \frac{di}{dt} = 2 \frac{d}{dt}(5t) = 10V$$

在 $1 \leq t \leq 3$ 期间， $i = -5t + 10A$

$$u_{ab} = Ri = 5 \times (-5t + 10) = -25t + 50 \text{ V}$$

$$u_{bc} = L \frac{di}{dt} = 2 \frac{d}{dt}(-5t + 10)$$

$$= -10 \text{ V}$$

在 $3 \leq t \leq 4$ 期间, $i = 5t - 20 \text{ A}$

$$u_{ab} = Ri = 5 \times (5t - 20) = 25t - 100$$

$$0 \text{ V}$$

$$u_{bc} = L \frac{di}{dt} = 2 \frac{d}{dt}(5t - 20) = 10 \text{ V}$$

$$0 \text{ V}$$

利用上述 u_{ab} 与 u_{bc} 表达式, 可绘出 u_{ab} 和 u_{bc} 的波形图, 如图1-11 (a) 和 (b) 所示。

在 $t = 2.5$ 秒时,

$$i = -5t + 10 |_{t=2.5} = -12.5 + 10 = -2.5 \text{ A}$$

$$u_{ab} = Ri = 5 \times (-2.5) = -12.5 \text{ V}$$

$$u_{bc} = -10 \text{ V}$$

在 $t = 2.5$ 秒时, 电阻消耗的功率为

$$P_R = u_{ab} i = -12.5 \times (-2.5) = 31.25 \text{ W}$$

在 $t = 2.5$ 秒时, 电感吸收的功率为

$$P_L = u_{bc} i = -10 \times (-2.5) = 25 \text{ W}$$

此时电流源供给电路的功率为

$$P_j = u_{ac} i = (u_{ab} + u_{bc}) i \\ = (-12.5 - 10) \times (-2.5) = 56.25 \text{ W}$$

即满足功率守恒关系。

$t = 2.5$ 秒时, 电感的贮能为

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (-2.5)^2 = 6.25 \text{ J}$$

例题1-4 在图1-12所示电路中, 已知 $t \geq 0$ 时电感电压 u 为 e^{-t} , 且知在某一时刻, 电压 u 为 0.4 V 。试问在这一时刻:

电流 i_L 的变化率是多少?

电感的磁通链是多少?

电感的贮能是多少? 电

的功率是多少? 电阻的功率是多少?

解: 我们应先求出 $i_L(t)$ 。已知电感电压 u , 求电感电流 i_L , 可用式(1-11), 并设 $t_0 = 0$ 。从式(1-11)得

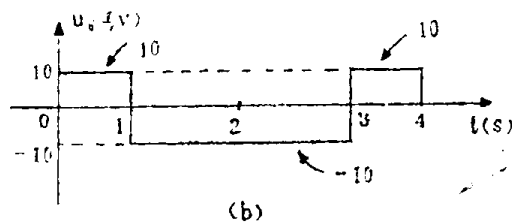
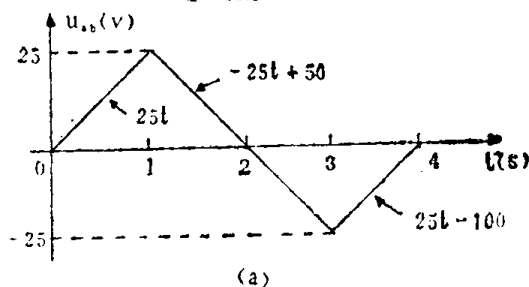


图1-11

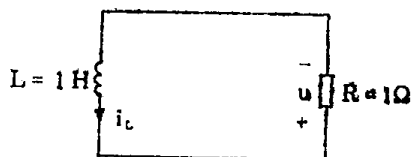


图1-12

$$i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u(\xi) d\xi$$

必须注意此式是在关联参考方向下写出来的。但本题电感电压与电感电流的参考方向不一致。所以上式中电压 u 应表示为

$$u(t) = -e^{-t}$$

而

$$i_L(0) = i_R(0) = \frac{-u(0)}{R} = \frac{e^{-t}|_0}{R} = \frac{1}{1} = 1A$$

故得

$$\begin{aligned} i_L(t) &= 1 + \frac{1}{L} \int_0^t u(\xi) d\xi = 1 - \int_0^t e^{-\xi} d\xi \\ &= 1 + e^{-\xi} \Big|_0^t = 1 + (e^{-t} - 1) = e^{-t} \end{aligned}$$

顺便指出, $i_L(0) \neq 0$, 表示初始时刻电感有贮能, 这一贮能正是该电路在没有电源的情况下仍能有电流, 电压的原因。

电流变化率:

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{d}{dt} (e^{-t}) = -e^{-t}$$

在电压 $u = -e^{-t} = -0.4V$ 的时刻, $e^{-t} = 0.4$, 故得此时电流变化率为

$$-\frac{di_L}{dt} = -0.4 \text{ A/s}$$

磁链:

$$\psi(t) = Li_L(t) = Le^{-t}$$

在电压 $u = -e^{-t} = -0.4V$ 的时刻, $e^{-t} = 0.4$, 故得此时磁链为

$$\psi = 0.4 \text{ wb}$$

贮能:

$$W_L = \frac{1}{2} Li_L^2(t) = \frac{1}{2} L(e^{-t})^2$$

者 $e^{-t} = 0.4$ 时,

$$W_L = \frac{1}{2} \times 1 \times (0.4)^2 = 0.08 \text{ J}$$

功率(磁场能量的变化率):

$$\begin{aligned} P_L &= \frac{dW_L}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} L i_L^2(t) \right] = \frac{1}{2} \cdot L \cdot 2i_L(t) \frac{di_L(t)}{dt} \\ &= e^{-t} \frac{d}{dt} (e^{-t}) = -e^{-2t} \end{aligned}$$

当 $e^{-t} = 0.4$ 时,

$$P_L = \frac{dw_L}{dt} = -(e^{-t})^2 = -(0.4)^2 = -0.16\text{W}$$

此时功率为负值,说明电感放出能量,这能量为电阻所消耗。

电阻消耗的功率:

$$P_R = i_L^2(t) \cdot R = (e^{-t})^2$$

当 $e^{-t} = 0.4$ 时

$$P_R = 0.4^2 = 0.16\text{W}$$

下面,就三种基本电路元件的特性,做个总结。

	电 压 与 电 流 之 关 系		功 率 与 能 量	元 件 性 质
	关联参考方向	非关联参考方向		
电阻元件	$u = Ri$ $i = Gu$	$u = -Ri$ $i = -Gu$	$P = Ri^2 = Gu^2$ $R = 0.24 \int_0^t Ri^2 dt$	耗能元件 无记忆元件 非动态元件
电感元件	$u = L \frac{di}{dt}$	$u = -L \frac{di}{dt}$	$P_L = Li \frac{di}{dt}$ $W_L = \frac{1}{2} Li^2$	贮能元件 记忆元件 动态元件
电容元件	$i = C \frac{du}{dt}$	$i = -C \frac{du}{dt}$	$P_c = cu \frac{du}{dt}$ $W_c = \frac{1}{2} cu^2$	贮能元件 记忆元件 动态元件

由此表可知:(1)电感元件和电容元件的电压和电流以及电感和电容之间分别存在着对偶关系,即

$$u \rightleftharpoons i \qquad L \rightleftharpoons C$$

则由其中一个关系,得到另一个关系;(2)L与C都是贮能元件;(3)L与C都具有记忆的性质;(4)L与C都具有动态的性质。即只有当通过电感元件的电流和加在电容元件两端的电压随时间变化时;L与C的作用才显示出来。在直流情况下,电感L相当于短路;电容C相当于开路。

§ 1—3电容器和电感器的近似模型。

前面已提到电容元件是实际电容器的理想化模型,如图1—13(a)所示。我们说它是理想化模型,是因为电容元件这个模型只考虑电容器的贮存电能这一主要作用,而忽略了电容器消耗的能量。电容器的能量损失,一是由介质中的漏电流造成的,二是由介质处于反复极化造成的。这个能量损失,我们可以在模型中增添一个并联电导G来考虑,如图1—13(b)所

示。我们也许要问为什么电容器的能量损失用并联电导 G 来表示呢？这完全是为了便于得到一个足以表征实际情况的最简单模型。对电容器来说，能量通常主要是损失在介质中的，取决于电容器两端的电压，因此与 C 并联的电导 G 能较好地反映电容器的能量损失。此外，当电容器两端电压的变化率很高时，电容电流将产生不容忽视的磁场，这时我们还要考虑贮存磁能的作用，这个作用取决于电流，因此，我们还应在模型中增添电感元件 L ，如图1—13(c)所示。

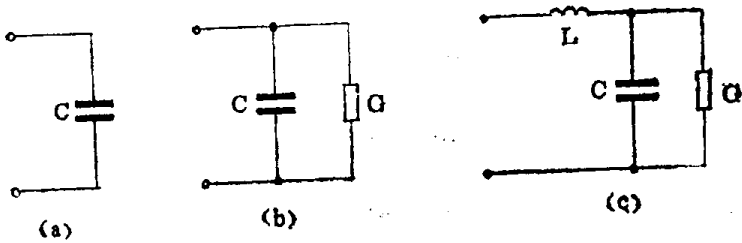


图 1—13

前面又已提到电感元件是电感器的理想化模型，如图1—14(a)所示。我们说它是理想化模型，是因为电感元件这个模型同电容元件一样，只考虑电感器的贮存磁能这一主要作用，而忽略了电感器消耗的能量。电感器消耗的能量可以认为是由绕制线圈所用导线的电阻引起的，当然，这还不是全部的原因。电感器的这个能量损失主要取决于流过的电流，因此与 L 相串联的电阻 R 能较好地反映电感器的能量损失，如图1—14(b)所示。此外，电感器线圈的匝与匝之间还有电容存在，当施加于线圈的电压变化率很高时，电容的作用就不能忽略，这个电容的作用(贮存电能的作用)取决于电感器端电压，因此我们用一个跨接于线圈两端的电容来表示这一作用，如图1—14(c)所示。

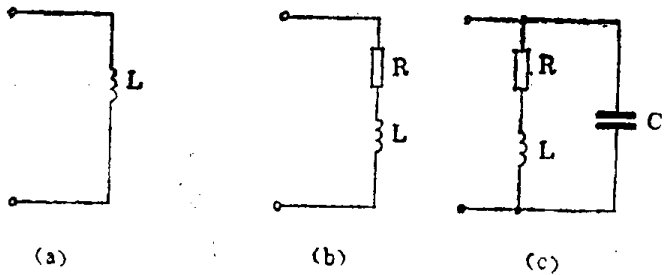


图 1—14

第二章 经典积分法

本章先讨论动态电路过渡过程的概念, 然后讨论动态电路电压、电流初始值的计算方法和描述动态电路的电路微分方程的建立方法, 最后为了解电路微分方程求得电路的全响应, 引入零输入响应和零状态响应的概念, 并讨论求解动态电路的零输入响应和零状态响应的经典积分法。

本章还讨论两种基本电路响应, 即冲击响应和阶跃响应。

§ 2—1 动态电路的过渡过程

含有贮能元件—电容和电感的电路, 叫做动态电路。动态电路中经常可能发生电源开关的拉开或闭合、电路某些元件参数的突然改变、电路结构的突然改变、电源的突然改变等等, 凡此种统称称为换路。当动态电路发生换路时, 一般不能从原来的稳态立刻变化到新的稳态, 而是要经历一个短暂的过程, 这个过程在工程上往往称为过渡过程(或暂态)。下面, 将说明动态电路在换路时出现过渡过程的物理本质。

先讨论非动态电路—电阻电路的情况。我们知道, 如果把一个电阻电路接向直流电源(图 2—1(a)), 则电路从一个稳态($i_R = 0, u_R = 0$)

变化到另一个稳态($i_R = \frac{U_S}{R}, u_R = U_S$)

就可立即完成, 不需要过渡过程。这就是说, 电阻电路在换路时电压 u_R 由零跃变到 U_S , 电流 i_R 由零跃变到 U_S/R , 如图 2—1(b) 所示。电阻电路在换路时, 电压、电流发生跃变这表明: 电阻电路在换路时, 电压和电流对时间的变化率为无限大, 即

$$\left. \frac{du_R}{dt} \right|_{t=0} = \infty \text{ 和 } \left. \frac{di_R}{dt} \right|_{t=0} = \infty$$

因此, 电阻电路中没有过渡过程。但动态电路的情况就不同了。

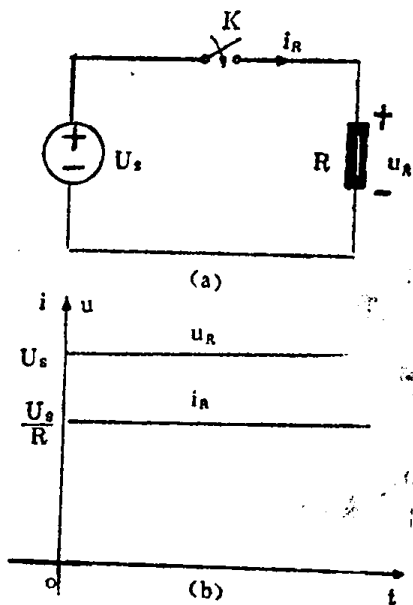


图 2—1

对于图 2—2(a) 所示动态电路(RC 电路), 当开关 k 闭合后, 有:

$$Ri_c + u_c = U_S$$

$$i_c = C \frac{du_c}{dt}$$