

电磁场的 计算机辅助分析

倪光正 钱秀英 周佩白

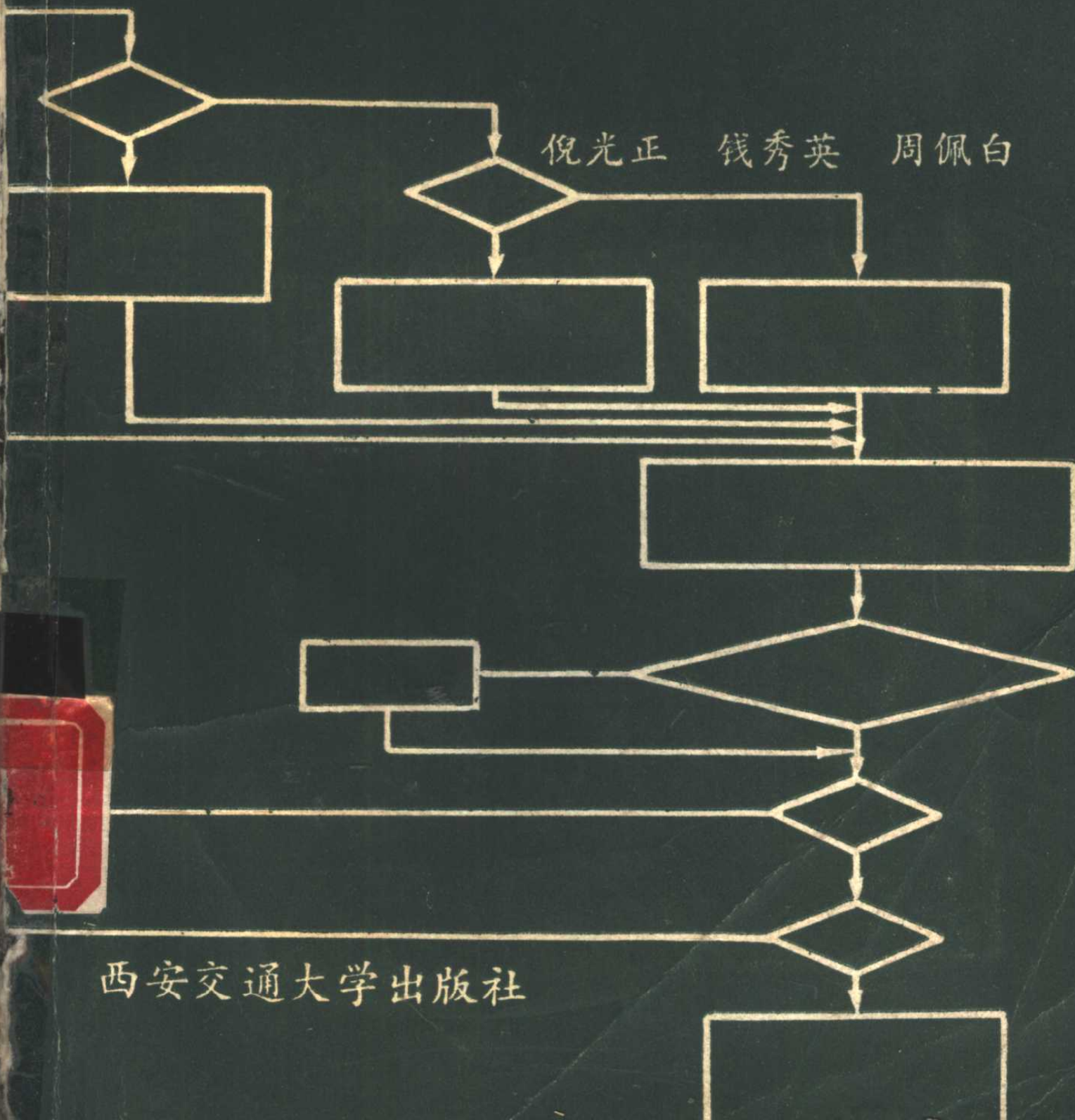
西安交通大学出版社

电磁场的计算机辅助分析

西
交
大

13.12
G38

版
社



电磁场的计算机辅助分析

—基本方法入门—

倪光正 钱秀英 周佩白

西安交通大学出版社

内 容 简 介

本书为工科高等院校电类专业学生在学习《电磁场》课程时进行计算机辅助分析而编写的上机作业指导书，以及用作学生自学的辅导教材，并对从事工程电磁场分析和研究的工程技术人员，以及电类专业研究生等，在掌握电磁场数值分析方法方面，同样起到导引入门的作用。

全书内容包括等效电荷法、直接积分法、有限差分法与有限元法的基本原理，并附有各种方法的计算程序、例题、上机作业与答案。考虑到各种计算机使用不同程序设计语言的情况，书中对主体性的程序同时使用 FORTRAN 与 BASIC 二种语言编写，以便读者选用。

电 磁 场 的 计 算 机 辅 助 分 析

倪光正 钱秀英 周佩白

责任编辑 罗 兰



西安交通大学出版社
(西安市咸宁路 28 号)

西安交通大学出版社印刷厂印装

陕西省新华书店发行·各地新华书店经售

开本 787×1092 1/32 印张 6.375 字数 133 千字



1985 年 9 月第一版 1985 年 9 月第一次印刷

印数 8,000 册

统一书号: 15340·047 定价: 1.40 元

前 言

为适应加强工科高等院校电类专业学生在计算机应用方面能力的需要,同时,也为了满足在工程电磁场问题分析计算方面日益发展的需要,作为一种教学方案的初步尝试,编写了这一本《电磁场的计算机辅助分析——基本方法入门》小册子。

本书系在工科高等院校电类专业的《电磁场理论教学大纲》规定的恒定电、磁场与边值问题讲授基础上,主要用作学生上机作业的指导书,以及用作学生自学的辅导教材。对从事工程电磁场分析和研究的工程技术人员,以及电类专业研究生等,在电磁场的计算机辅助分析方面,同样能起到导引入门的作用。全书内容(不包括有(*)标记的参考内容)大致按学生每人上机10个机时(可分3-4次进行上机实践)的计划组成,教师在使用时可按具体情况取舍。应当指出,以上考虑的基础还在于学生应已掌握一种程序设计语言(FORTRAN IV 或 BASIC 语言),并已具有编制计算程序的初步知识。

本书内容仅限于最基本方法和程序的编制,从结合计算机应用的电磁场数值计算课程的教学观点出发,编写时注意到了由浅入深,由易到难,由简到繁的循序渐进地进行教学的原则。考虑到各种型式计算机使用不同程序设计语言的情况,书中对于主体性的程序同时用FORTRAN IV和BASIC两种语言编写,而且为了有助于熟悉FORTRAN或BASIC一种语言的读者,能从运用角度迅速掌握另一种程序设计语言,

进一步提高应用计算机的能力，书中还提供了“FORTRAN 语言与 BASIC 语言的比较”（附录一），以满足这一方面的需要。

全书计算程序均在 Honeywell 公司的 DPS8/52 机上调试运算。书中所列“上机作业”可按序或根据学习需要加以选取，与此相对应，书末附有“上机作业答案”，便于指导教师或读者参考。

参加本书编写的有倪光正、钱秀英、周佩鹵、邱捷、张永涛五同志，由倪光正主编。编写中得到西安交通大学电工原理教研室同志们热情关心和支持，全书并承盛剑霓副教授审阅，提出了宝贵的意见，在此一并致以深切的谢意。

限于编著者的能力与水平，书中不够完善之处敬请使用本书的师生和其他读者批评指正。

作 者

一九八五年三月于西安交通大学

目 录

引 言	(1)
第一章 等效电荷法	(5)
§ 1-1 镜象原理	(5)
§ 1-2 连续镜象法	(7)
* § 1-3 模拟电荷法	(10)
§ 1-4 例题	(14)
§ 1-5 上机作业	(28)
第二章 直接积分法	(30)
§ 2-1 概述	(30)
§ 2-2 轴对称磁场: 沿轴线的磁场分布	(32)
§ 2-3 轴对称磁场: 任意场点处的磁场	(44)
* § 2-4 平行平面磁场: 任意场点处的磁场	(59)
* § 2-5 参数、能量与力的计算	(68)
§ 2-6 上机作业	(74)
第三章 有限差分法	(76)
§ 3-1 差分与差商	(76)
§ 3-2 原理	(78)
§ 3-3 例题	(89)
§ 3-4 等位点的寻求与描绘	(103)
§ 3-5 上机作业	(111)
* 第四章 有限元法	(115)
§ 4-1 变分原理	(115)
§ 4-2 原理	(119)

§ 4—3	例题·····	(130)
§ 4—4	上机作业·····	(146)
附录一	FORTRAN 语言与 BASIC 语言的比较 ·····	(148)
附录二	本书 BASIC 程序录·····	(164)
附录三	拉格朗日插值·····	(181)
附录四	变步长辛普生积分法·····	(182)
	上机作业答案 ·····	(187)
	参考书目与文献·····	(196)

引 言

近代科学技术的发展及其前景，都充分显示出电磁场理论在电工学科与电气工程、无线电工程应用中的重要地位。因此，电磁场理论作为工科高等院校电类专业的技术基础课，作为从事电力与无线电设备设计、制造和运行部门技术人员的基础理论知识，正起着日益深远的影响。值得指出的是，六十年代以来，现代电子计算机技术的飞速发展，对电磁场理论的工程应用产生了具有决定意义的推动作用。也就是说，借助于电子计算机所提供的物质基础，电磁场问题的分析研究从解析的经典方法进入到离散系统的数值分析方法，从而使许多用解析法很难解决的繁复的电磁场问题，有可能通过电磁场的计算机辅助分析获得高精度的离散解（数值解），同时也可极大地促进各种电磁场数值计算方法的发展。

从电磁场数值计算方法中应用最早的有限差分法算起，三十多年来，已经形成了各有特色的多种数值计算方法：有限元法、矩量法、模拟电荷法、标量位法、边界元法、对偶有限元法等。这些数值方法在解决工程电磁场问题方面已经获得显著效果。所以，以这些方法为核心内容形成的电磁场数值分析，即电磁场的计算机辅助分析，业已成为电磁场理论中的一个重要组成部分。

从电磁场普遍规律的数学描述——电磁场基本方程组（麦克斯韦方程组）出发，当场源不随时间变化或当场源虽随时间变化，但其波长远大于所分析场域的线度尺寸时，即

在静态场或似稳场的条件下，场方程均可归结为泊松方程或其特殊形式——拉普拉斯方程，从而与场域边界上的物理条件（边界条件）相结合，构成相应的第一类、第二类或第三类边值问题。电磁场理论的分析还表明，当场域由不同媒质构成时，作为定解条件，在边值问题中，还应列入所谓衔接条件——不同媒质分界面上的边界条件^[1,2,3]。应当指出，若以基本场量为待求量，作为场方程的特解，电、磁场问题的解也可由从基本实验定律导出积分方程的积分解给定。

在分析具体的电磁场问题以及更广泛的工程和物理问题时，揭示其内部规律性的相似点，是一个非常有趣的、既有理论又有实际意义的工作。基于场方程的相似性，[表1]列出了由标量位函数描述的各种物理场（标位场）的相似量^[4]；[表2]列出了由向量磁位函数（ $A = A_z k$ ）描述的平行平面场中恒定磁场与静电场间相似量的关系。应指出，[表1]所列类比关系是在场源区域外给出的，而在[表2]中则考虑了有电流分布存在及有电荷分布存在的区域之间的类比关系。从[表1]和[表2]所示的类比关系出发，显然，本书以静电场、恒定电流场或恒定磁场典型问题为例展开的讨论，完全可以推广应用到另一种相似场的相关问题之中，使典型问题的讨论具有更深广的含义。从这一点意义来说，本书的论述，实例的分析计算，不仅可以通过静电场、磁场和恒定电流场之间的类比，相互借鉴，而且也可作为其他物理场数值分析的借鉴。

表 1 标位场中的相似量

物理场 量	静电场	恒定电流场	恒定磁场	热流场	液流场	引力场
位函数	电 位 φ	电 位 φ	磁 位 φ_m	温 度	速 度	牛 顿 位
位梯度	电场强度 E	电场强度 E	磁场强度 H	温度梯度	速 度	引 力
通量密度	电 位 移 D	电流密度 J	磁感应强度 B	热流密度	流 率	
媒质常数	介电常数 ϵ	电 导 率 γ	磁导率 μ	导热系数	密 度	引力常数的倒数
源强	电荷密度 ρ	电流密度 J	磁极密度 ρ_m	热源密度	射流密度	质量密度
场导	电 容 c	电 导 G	磁 导 G_m	热 导		

表 2 在平行平面场情况下静电场和恒定磁场间的相似量

静 电 场	恒 定 磁 场
电位 φ	向量磁位在 z 轴方向的分量 A_z
电场强度 E	磁感应强度 B
电位移 D	磁场强度 H
介电常数 ϵ	磁导率的倒数 $\frac{1}{\mu}$
电荷体密度 ρ	电流密度在 z 轴方向的分量 J_z
电荷线密度 τ	电流 I

第一章 等效电荷法

§ 1-1 镜象原理

电磁场的理论分析表明，某些具有特殊对称结构的平行平面场或轴对称场可利用镜象原理来求解。例如图(1-1)——图(1-4)所示，无限大接地导板上方有点、线电荷以及导体

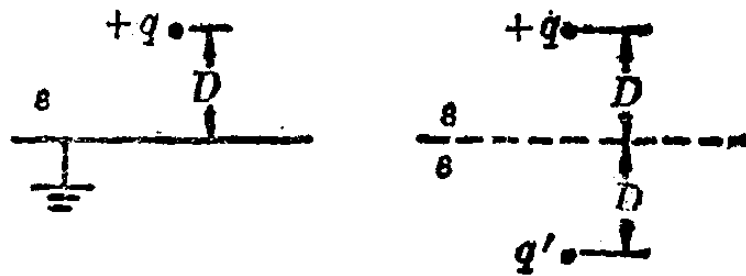


图 1-1

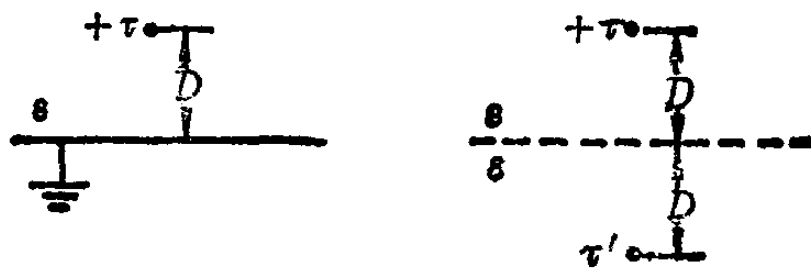


图 1-2

球外或球内有一点电荷的电场分布都可用镜象法求解。也就是说，在待求场域之外，人为地虚设一镜象电荷来等值替代无限大接地导板或导体球上连续且不均匀分布的感应电荷的

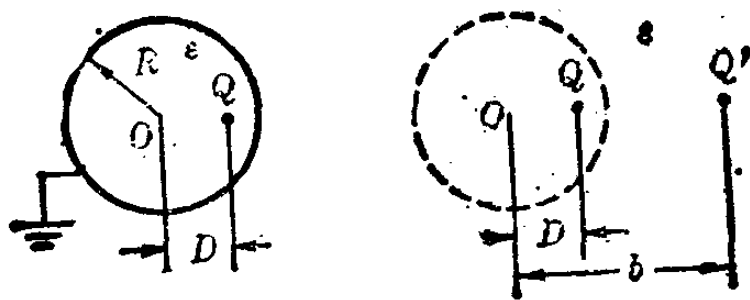


图 1-3

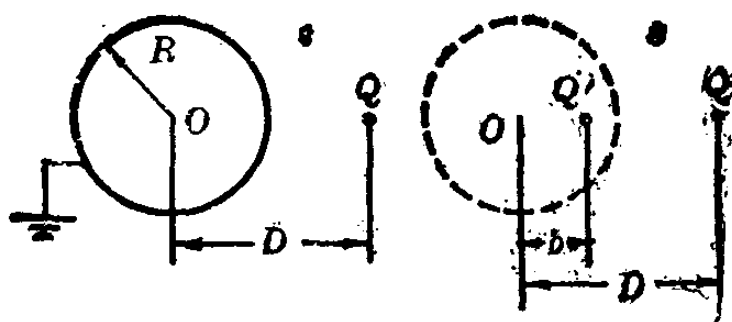


图 1-4

作用，只要该镜象电荷与原电荷的共同作用能满足待求场域内原有电场的边界条件，则由电磁场唯一性定理可以得证，由原电荷及镜象电荷共同作用所求得的答案即是待求电场的真解。

对于图(1-1)——图(1-4)所示的各种电场情况，均只需设置一个镜象电荷就可等值替代接地导板或导体球上未知分布的感应电荷的作用，而保证满足原先给定的边界条件。基于边界条件的解析表达式可求得以下各关系式，即

$$\begin{cases} \tau' = -\tau \\ q' = -q \\ Q' = -\frac{R}{D}Q, \quad b = \frac{R^2}{D} \end{cases} \quad (1-1)$$

§ 1-2 连续镜象法

图(1-5)所示为一球形电极与接地导板系统，其电场分布具有轴对称特征，对应的边值问题可表示为

$$\begin{cases} \nabla^2 \varphi = 0 & \text{在场域 } V \text{ 内} \\ \varphi = u_0 & \text{在球形电极表面上} \\ \varphi = 0 & \text{在接地导板上} \end{cases} \quad (1-2)$$

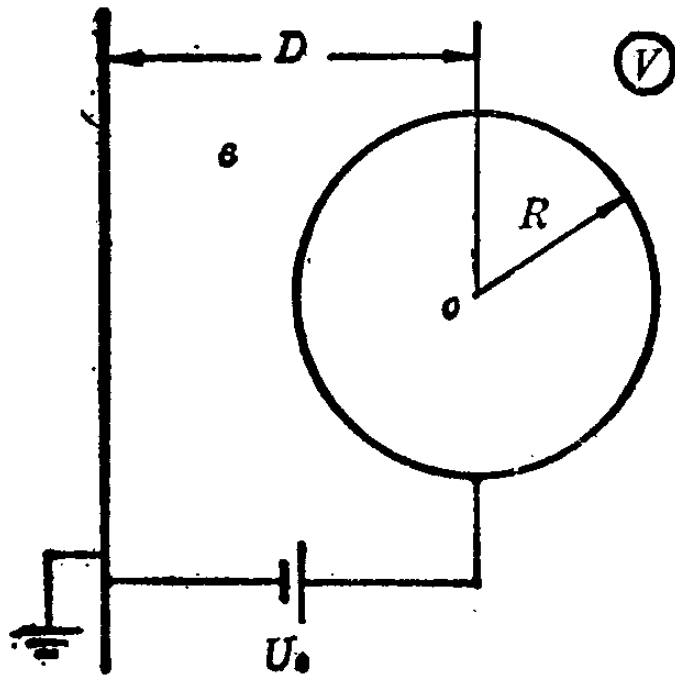


图 1-5

显然，由于导板的存在，球形电极表面的电荷分布不均匀，且导板上也有未知分布的负感应电荷。根据镜象原理可以设想，若在导板左侧对称放置一半径亦为 R ，电位为 $(-U_0)$ 的导体球，则必能保证二球间的对称面，即导板所在位置为零值等位面。但是这一对相距较近，电位分别为 $\pm U_0$ 的导体球之间的电场问题已不能直接用解析法求解。

考虑到图(1-1)——(1-4)所示的几种情况, 现可作如下分析:

如图(1-6)所示, 若在球心 A_1 处设有一点电荷 Q_1 , 且 $Q_1 = 4\pi\epsilon RU_0$, 则点电荷 Q_1 能保证原球面所在位置为原等位面, 但 Q_1 不能使导板所在处为零电位面, 因此为使导板所在处为零电位面, 必须在其对称位置 A'_1 处放置一点电荷 Q'_1 ($= -Q_1$)。但 Q_1, Q'_1 的共同作用又破坏了原球面处的等电位条件。对照图(1-3)可见, 在有了 Q'_1 后要保证球面为零值等位面, 应在原球内对点 A'_1 为反演点的位置上设置 Q'_1 的镜象电荷 $Q_2 = -\frac{R}{2D} Q'_1$ 。但这一增设的电荷 Q_2 又破坏了导板处为零电位的条件, 这样, 又须在 Q_2 的对称位置上设置一点电荷 $Q'_2 = (-Q_2)$, ……。以此类推, 将会反复出现一系列的镜象电荷, 如图(1-6)中的 $Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ 及 $Q'_1, Q'_2, \dots, Q'_n$, 这些连续镜象电荷所带电量及相应的位置可由下式确定

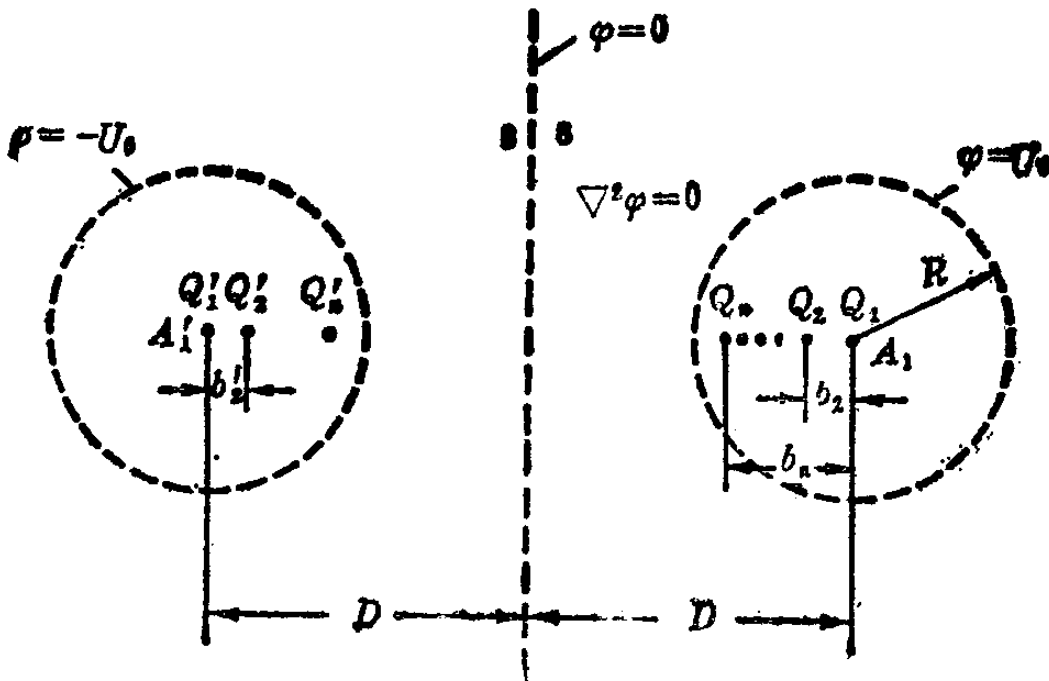


图 1-6

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_2 = -\frac{R}{2D} Q'_1 = -\frac{R}{2D} Q_1 \\ Q_3 = \frac{R}{2D - b_2} Q_2 \\ \vdots \\ Q_n = \frac{R}{2D - b_{n-1}} Q_{n-1}, \quad Q'_n = -Q_n \\ b_2 = \frac{R^2}{2D} \\ b_3 = \frac{R^2}{2D - b_2} \\ \vdots \\ b_n = \frac{R^2}{2D - b_{n-1}}; \quad b'_n = b_n \end{array} \right. \quad (1-3)$$

由上式可见，随着 n 的增加， Q_n 值将迅速减小，同时，各个镜象电荷之间的位置将越来越靠近。可以证明，当 $n \rightarrow \infty$ 时， $Q_n \rightarrow 0$ ， $b_n \rightarrow R$ 。实践计算结果表明，当 n 为 4~5 时，即可获得具有较高计算精度的解答。当按式(1-3)给定 $2n-1$ 个镜象电荷的位置及量值后，在线性介质中，即可根据迭加原理，由下式求出场中任一点 P 处的电位与场强

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_P = \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{4\pi\epsilon r_i} + \sum_{i=1}^N \frac{Q'_i}{4\pi\epsilon r'_i} \\ E_P = \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{4\pi\epsilon r_i^2} \mathbf{r}_i^0 + \sum_{i=1}^N \frac{Q'_i}{4\pi\epsilon r_i'^2} \mathbf{r}_i'^0 \end{array} \right. \quad (1-4)$$

式中 r_i, r'_i 为场点 P 到各镜象电荷之间的距离， $\mathbf{r}_i^0, \mathbf{r}_i'^0$ 为由相应的镜象电荷所在处指向场点 P 的单位向量。

对图(1-7)所示的二块平行的无限大接地导板间存在有点或线电荷的电场分布问题, 同样可用连续镜象法求解。为满足二接地导板处原有的边界条件不变, 所设置的一系列的镜象电荷 $\tau'_1, \tau'_1, \dots$ 和 $\tau'_2, \tau'_2, \dots$ 如图示。

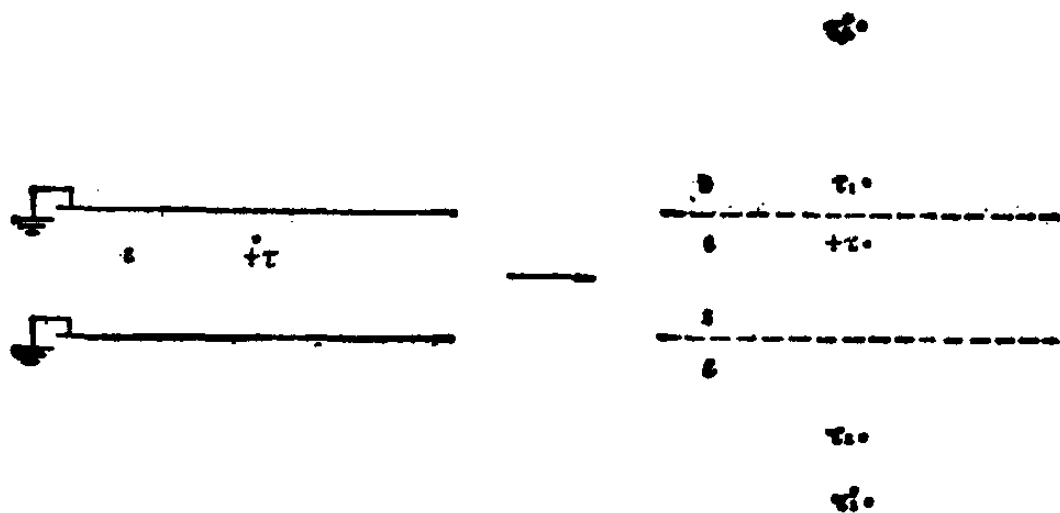


图 1-7

作为连续镜象法, 其镜象电荷量与位置均由解析式给定, 但实际应用中又仅取有限个集中的镜象电荷来等值替代电极表面未知分布的面电荷, 因此, 它是一种解析与近似计算相结合的方法。毫无疑问, 镜象法、连续镜象法不仅如同上述可用来计算电场, 而且也可用于计算类似的磁场问题。

* § 1-3 模拟电荷法

镜象法的基本思想是用离散分布在待求场域外的简单电荷(点、线电荷)来等值替代电极表面不均匀而连续分布的电荷所产生的电场。对图(1-1)——(1-4)所示的各种电场情况, 均能根据电极表面等位线形状, 通过解析表达式求出各镜象电荷的量值和位置。对于图(1-5)所示的系统, 虽然二