JING JI GUAN LI
SHU XUE
JING JI GUAN LI SHU XUE
JING JI GUAN LI SHU XUE

经济管理数学

（上册）

佘介正 黄在中 主编

湖南科学技术出版社

湘新登字 004 号

经济管理数学

（上册）

余介正　黄在中主编

责任编辑：胡海清

*

湖南科学技术出版社出版发行

（长沙市展览馆路 3 号）

湖南省新华印刷二厂印刷

（印装质量问题请直接与本厂联系）

*

1994 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

开本：787×1092 毫米　1/32　印张：8.25　字数：181,000

印数：1—6,100

ISBN 7—5357—1571—0
O·124　定价：7.60 元

地科 155—053

前　言

我国改革开放的深入发展，要求我们培养大量的适应社会主义市场经济需要的经济、贸易、财税和金融等财经类专业的专门人才和管理人才。经济管理数学是财经类各专业十分重要的基础课。这不仅是因为经济管理数学是学习各门专业课的必备的基础，更重要的是经济管理数学的基本理论和方法已广泛地渗透到了经济管理的实际工作中。各类成人高等学校由于在学制、招生对象和教学要求等方面与普通高等学校有一定的区别，因此，成人高等学校经济管理数学课的教学也应有自己的特点。为了适应各类成人高等学校财经类各专业的教学要求以及广大经济管理人员的培训和自学的需要，我们编写了这本《经济管理数学》。

本书的编写遵循简明性、实用性、适应性和科学性的原则。力求做到内容适当、重点突出、叙述简明、通俗易懂，紧密结合经济管理的实际。特别要求在编写中注意突出成人学习的特点，使读者易学、会用。

本书适合作各类成人高等学校经济、贸易、财税和金融等财经类专业（大专）的教材或教学参考书，以及各种管理人员的培训教材和自学参考书，也可以作为普通高等学校相关专业的教学参考书。

本书第一篇微积分第一、二章由薛庆龄编写，第三、四章由李石明编写，第五、九章由余介正编写，第六、七章由李国

平编写，第八章由熊志良编写；第二篇线性代数第一、二章由王淬成编写，第三、四章由鲁印伦编写；第三篇概率论与数理统计第一、二、三章及附录（排列与组合）由钱荣湘编写，第四、五、六、七、八章及前言由黄在中编写。本书分为上、下两册。全书由黄在中、余介正主编。余介正主要负责上册主编工作。黄在中主要负责下册主编工作及全书的总纂。全书的图由欧阳新绘制。

本书的编写工作是在侯振挺教授的指导下进行的。侯振挺教授和李石明副教授担任本书的主审，在此谨表示衷心的感谢。

我们期望本书的出版能对广大读者学习经济管理数学有所帮助。但由于编者水平有限，加之时间仓促，本书难免存在不少缺点和不当之处，恳请读者批评指正。

编　者

1994 年 5 月

目　　录

第一篇　微积分

第一章　函　　数

§1.1　集　　合

（一）**集合的基本概念**　在某些工作中，我们经常需要研究下列问题：

（1）某学院的全体学员；　　（2）某运输公司的所有汽车；

（3）全体自然数；　　（4）所有的一元二次方程；

（5）所有的直角三角形；

（6）与一个角的两边距离相等的所有点.

它们分别由一些数、点、图形、式子、人或物组成，每组对象都具有某种特定的性质. 我们把这种具有某种特定性质的对象的全体叫做**集合**，简称**集**.

集合里的各个对象称为该集合的**元素**. 例如，某学院的全体学员组成一个集合，这个学院的任何一个学员都是该集合的元素.

对于一个给定的集合，集合中的元素具有**确定性**. 也就是说，当集合给定后，任何一个对象，或者是这个集合的元素，或者不是这个集合的元素，不可模棱两可.

对于一个给定的集合，集合的元素具有**互异性**. 也就是说，集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归入一个集合时，只能算作这个集合的一个元素.

含有有限个元素的集合称**有限集合**，含有无限个元素的集合称**无限集合**.

例1 下列各句中所指的对象是否形成集合，并说明理由.

(1) 大于100的自然数；　　(2) 某班成绩好的学生；

(3) 某农场的所有拖拉机；　　(4) 某省利润高的企业.

解 (1) 和 (3) 是集合. 因为它们都有确定的对象，对于每一对象是否为集合的元素都有确定的标准.

(2) 和 (4) 不是集合. 因为成绩的“好”与“差”，利润的“高”与“低”界限模糊，不明确.

(二) 集合的表示法 常用的有列举法和描述法.

1. 列举法 把集合的元素一一列举出来，写在大括号{ }内，这种表示集合的方法叫做**列举法**.

用列举法表示集合时，每个元素只写一次，元素的先后次序无关紧要，即集合的元素具有**无序性**. 例如，由1，2，3，4组成的集合可以写成 {1，2，3，4} 或 {1，4，3，2} 等.

2. 描述法 把集合中元素所具有的共同性质描述出来，写在大括号{ }内，这种表示集合的方法叫做**描述法**.

例如， 由不等式 $2x+1>0$ 的所有解组成的集合可表示为 $\{x|2x+1>0\}$；

又如，所有直角三角形组成的集合可表示为 {直角三角形}.

前者是将元素的共同性质用数学式子表达出来，后者是将元素的共同性质用文字叙述出来.

通常用大写字母 A、B、C……表示集合，用小写字母 a、b、c……表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素，就记为 $a\in A$，读作“a 属于 A”，如果 a 不是集合 A 的元素，就记为 $a\notin A$（或 $a\overline{\in}A$），读作“a 不属于 A”.

例如：$A=\{-1,0,1\}$，则有 $0\in A$，$2\notin A$.

没有任何元素的集合称为**空集**，用$\varnothing$表示. 如 $x^2+1=0$ 的

实数根集合就是空集$\varnothing$.

注意 1 a 与 $\{a\}$ 不同，a 表示一个元素，而 $\{a\}$ 表示只有一个元素 a 的集合. $a\in\{a\}$.

注意 2 $\varnothing$与 $\{o\}$ 不同，$\varnothing$中没有元素，$\{0\}$ 是有一个元素 0 的集合；空集$\varnothing$不能写作 $\{\varnothing\}$.

几种常见的数集有特定的记号：

N：全体自然数集合；Z：全体整数集合；

Q：全体有理数集合；R：全体实数集合；C：全体复数集合.

为了方便，有时还用 Q^+ 表示正有理数集合，Q^- 表示负有理数集合，R^+ 表示正实数集合，R^- 表示负实数集合.

平面上的点需要用一个有序数组 (x, y) 来表示，如果把一个有序数对看成一个元素，则集合 $\{(1, 2), (1, 0), (2, 1)\}$ 中有三个元素.

集合可以用图形表示，如图 1.1，集合内的元素以图中的点表示.

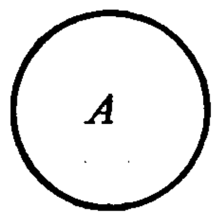


图 1.1

例 2 用适当方法表示下列集合：

(1) 不大于 10 的质数；　　(2) 大于 3 小于 11 的偶数；

(3) 方程组 $\begin{cases}x+y=7\\xy=12\end{cases}$ 的解集；(4) 平面直角坐标轴上的点.

解 (1) $\{2, 3, 5, 7\}$. (2) $\{4, 6, 8, 10\}$ 或 $\{x\,|\,3<x<11,\ x=2k,\ k\in Z\}$. (3) 由方程组解得 $\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$，所以方程组的解集为 $\{(3, 4), (4, 3)\}$. (4) x 轴上的点 $y=0$，y 轴上的点 $x=0$，故有 $xy=0$，所以坐标轴上的点可表示为 $\{(x,y)\,|\,xy=0,\ x,\ y\in R\}$.

有时，一个集合可用列举法表示，也可用描述法表示，如例 2 中的 (2)，一般视方便程度选择一种表示法.

（三）集合间的关系和运算

1. 集合间的关系　两个集合之间的关系，其中最重要的

就是包含关系，其次是互补关系.

(1) 包含关系

考察集合 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{3,4\}$.

集合 B 中的所有元素都是 A 中的元素，这时，就说 A 包含 B，称 B 是 A 的子集.

定义 1.1 对于两个集合 A 和 B，如果 B 中任何一个元素都是集合 A 的元素，那么，集合 B 就叫做集合 A 的子集，记作 $B\subseteq A$（或 $A\supseteq B$），读作“B 包含于 A”（或“A 包含 B”）.

两个集合间的这种关系称为包含关系.

根据定义有如下结论：

①对于任意集合 A，有 $A\subseteq A$，$\varnothing\subseteq A$.

②如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$.

真子集 如果集合 B 是集合 A 的子集，且 A 中至少有一个元素不属于 B，则称 B 是 A 的真子集，记作 $A\supset B$ 或 $B\subset A$.

对非空集合 A，有$\varnothing\subset A$. 常见的几种数集有如下关系：

$N\subset Z$，$Z\subset Q$，$Q\subset R$，$R\subset C$.

集合间的包含关系也可以用图形来表示，如图 1.2.

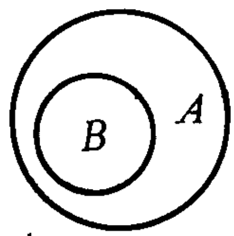


图 1.2

集合相等 对于两个集合 A 和 B，如果 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则说这两个集合相等，记作 $A=B$.

注意 符号“$\in$”与“$\subseteq$”不同，前者表示元素与集合间的从属关系，后者表示集合与集合间的包含关系. 例如，$A=\{0,1,2\}$，$2\in A$，$\{2\}\subseteq A$，而不能写成 $2\subseteq A$，$\{2\}\in A$.

例 3 写出集合 $\{0,5,10\}$ 的所有子集和真子集.

解 所有子集有：$\varnothing$，$\{0\}$，$\{5\}$，$\{10\}$，$\{0,5\}$，$\{0,10\}$，$\{5,10\}$，$\{0,5,10\}$；前七个均为真子集.

（2）互补关系

全集　由所研究的全部对象所组成的集合称为全集，记为 I.

全集是相对的，一个集合在某一研究的问题中是全集，而在另一研究的问题中就不一定是全集. 例如，所研究的问题是以全班同学为对象，则全班同学所组成的集合就是全集，如果所研究的问题是以全校同学为对象，那么，全班同学所组成的集合就不是全集而是子集了.

考察集合　$I=\{$某班全体学员$\}$，$A=\{$该班全体女同学$\}$，$B=\{$该班全体男同学$\}$.

I 是全集，A，B 均为 I 的子集，班上任何一个学员，如果不属于 A 就一定属于 B，如果属于 A 就一定不属于 B. 这时，我们就说 A 和 B 有互补关系.

定义 1. 2　设 I 为全集，集合 $A\subseteq I$，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合叫做集合 A 在 I 中的补集，记作 $\overline{A}$（读作"A 补"）. 即

$$\overline{A}=\{x\mid x\in I \text{ 且 } x\notin A\}.$$

图 1.3 中，长方形内表示全集 I，圆内表示集合 A，阴影部分表示集合 A 在集合 I 中的补集 $\overline{A}$. 显然 $\overline{\overline{A}}=A$.

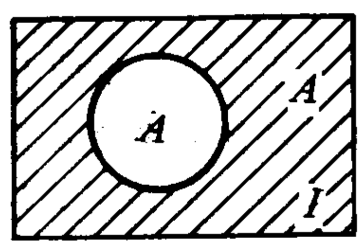


图 1.3

例 4　设 $I=R=\{$实数$\}$，$A=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$，求 $\overline{A}$.

解　$\overline{A}=\{x\mid x\leqslant -1 \text{ 或 } x>3\}$.

2. 集合的运算　关于集合的运算，我们介绍并、交、差三种.

（1）并集

考察集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,4\}$，$C=\{1,2,3,4\}$.

集合 C 是由集合 A 和 B 中的元素合并起来组成的集合，我们称 C 为 A 和 B 的并集.

定义 1. 3 设 A 和 B 是两个集合，由 A 和 B 的所有元素构成的集合，叫做 A 和 B 的并集，记作 $A\cup B$（读作"A 并 B"），即

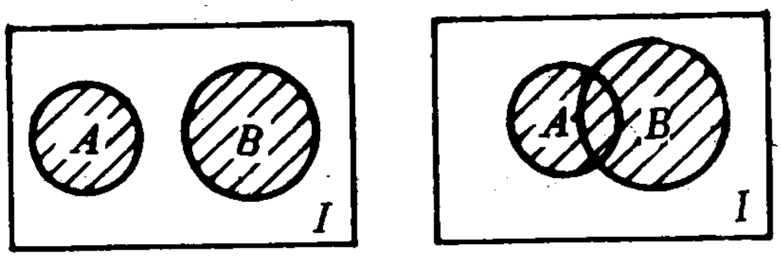
$$A\cup B=\{x|x\in A \text{ 或 } x\in B\}.$$

前面的例子可记为

$$A\cup B=\{1,2,3\}\cup\{2,4\}=\{1,2,3,4\}=C.$$

由于集合的元素具有互异性，所以如果 A 和 B 中有相同的元素，在并集中只写一次，作为一个元素.

图 1.4 中的阴影部分表示 $A\cup B$.



(a)　　(b)

图 1.4

由定义可得如下结论：

对任意集合 A 有

$$A\cup A=A，A\cup\varnothing=A，A\cup\overline{A}=I.$$

例 5 设 $A=\{x|x>5\}$，$B=\{x|2<x\leqslant 10\}$，求 $A\cup B$.

解 $A\cup B=\{x|x>5\}\cup\{x|2<x\leqslant 10\}=\{x|x>2\}$.

(2) 交集

考察集合 $A=\{1,2,3,6\}$，$B=\{1,2,5,9\}$，$C=\{1,2\}$.

集合 C 中的元素既属于 A 又属于 B，即 C 是由同属于集合 A 和 B 的元素组成的集合，我们称 C 为 A 和 B 的交集.

定义 1.4 设 A 和 B 是两个集合，由 A 和 B 的所有公共元素构成的集合叫做 A 和 B 的交集，记作 $A\cap B$（读作"A 交 B"），即

$$A \cap B = \{x|x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$

前面的例子可记为

$$A \cap B = \{1,2,3,4\} \cap \{1,2,5,9\} = \{1.2\} = C.$$

图 1.5 中阴影部分表示 $A\cap B$.

由定义可得如下结论：

对任意集合 A，有 $A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap\overline{A}=\varnothing$.

(3) 差集

定义 1.5 设 A 和 B 是两个集合，属于 A 而不属于 B 的所有元素构成的集合，称为 A 和 B 的差，记作 $A-B$，即

$$A - B = \{x|x \in A \text{ 且 } x \notin B\}.$$

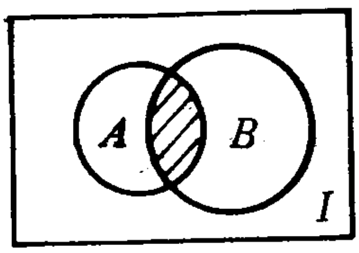


图 1.5

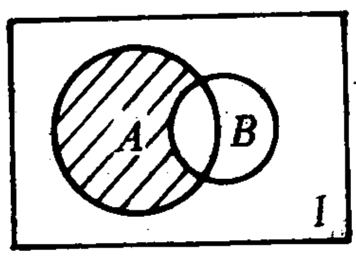


图 1.6

图 1.6 中的阴影部分表示 $A-B$. 从图中还可看出

$$A-B=A\cap\overline{B}.$$

例 6 已知 $A = \{1,2,3,4\}, B = \{1,3,6,9\}$ 求 $A - B$.

解 $A - B = \{1,2,3,4\} - \{1,3,6,9\} = \{2,4\}$.

例 7 已知 $I = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}, A = \{3,4,5\}, B = \{4,7,8\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$，$A-B$，$\overline{A}$，$\overline{B}$，$\overline{A}\cap\overline{B}$.

解 $A \cup B = \{3,4,5\} \cup \{4,7,8\} = \{3,4,5,7,8\}$.

$A \cap B = \{3,4,5\} \cap \{4,7,8\} = \{4\}$.

$A - B = \{3,4,5\} - \{4,7,8\} = \{3,5\}$.

$\overline{A} = \{1,2,6,7,8\}, \overline{B} = \{1,2,3,5,6\}, \overline{A} \cap \overline{B} = \{1,2,6\}$.

(4) 集合运算律

①交换律 $A \cup B = B \cup A$，$A \cap B = B \cap A$.

②结合律 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$,

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

③ 分配律 $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$,

$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.

④ 对偶律 $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

§1. 2 函数的概念

函数是微积分学研究的主要对象. 它描述了在同一变化过程中，变量与变量之间相互依赖、相互制约的关系. 当今，数学已渗透到经济领域的各个方面，经济变量间的关系也常用函数来表示.

(一) 函数的定义 在许多实际问题中，变量往往不是孤立存在的，变量之间常常互相关联，彼此依赖. 我们来讨论两个变量之间的依赖关系. 例如

(1) 某种衣服每件 45 元，它的销售数量 q（件）与销售收入 R（元）之间有关系式 $R=45q$.

(2)某种产品年产量平均每年比上一年增长 10%，经过 t 年后，年产量是原来年产量的 y 倍，则 y 与 t 之间有关系式

$$y = (1 + 10\%)^t.$$

(3) 在国内投寄外埠平信，按规定，每封信每 20 克付邮资 20 分，不足 20 克者以 20 克计资，总重量不得超过 2000 克，信件重量 x(克) 与邮资 y(分) 之 间有如下关系：

$$y=\begin{cases}20, & 0<x\leqslant 20;\\ 40, & 20<x\leqslant 40;\\ 60, & 40<x\leqslant 60;\\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \\ 2000, & 1980<x\leqslant 2000.\end{cases}$$

在这三个例子中，我们抽去各个问题的具体意义，分析它们的共同点：都含有两个变量，当一个变量在某一范围内取定一值时，另一变量有唯一确定的值与之对应. 这时，我们就说这两个变量之间具有函数关系.

定义 1. 6 在某一变化过程中，有两个变量 x，y，如果对于 x 在某一实数集 D 中的每一个数值，按照一定的对应法则 f，y 都有唯一确定的实数值与之对应，则称 y 是 x 的函数，记作

$$y=f(x),\qquad x\in D.$$

其中 x 叫做**自变量**，y 叫做**因变量**，f 为对应法则，D 为自变量的变化范围，称为函数的**定义域**.

函数记号除 $f(x)$ 外，还可用 $g(x)$，$\psi(x)$，$F(x)$ 等，但在同一问题中，不同的函数要用不同的记号.

如果自变量 x 取某一数值 x_0 时，函数有确定的值和它对应，则称函数在 x_0 处有定义. 所对应的函数值记为 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$，所有函数值的集合称为函数的**值域**，记作 M.

确定函数关系有**两个要素**：一是定义域，定义域实际上就是使函数有定义的点的集合. 二是对应法则“f”，它表示由 x 确定 y 的方法，如 $f(x)=2x+3$，对应法则“f”表示：自变量 x 乘以 2 再加 3，如 $f(3)=2\times 3+3=9$.

两个函数只有当两个要素完全相同时，才能认为是**相同的函数**. 例如

$$y=x+1 \text{ 和 } y=\frac{x^2-1}{x-1},$$

前者的定义域为全体实数，而后者的定义域为 $x\neq 1$ 的实数，它们的定义域不同，故为不同的函数. 又如

$$y=x \text{ 和 } y=\sqrt{x^2}.$$

它们的定义域均为全体实数，即定义域相同，但

$$y=\sqrt{x^2}=\begin{cases} x, & x\geqslant 0; \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

它们的对应法则不同，故为不同的函数.

如果两个函数的定义域和对应法则都相同，但表示自变量和因变量的字母不同，如 $y=x^2$ 和 $u=v^2$，它们仍然是两个相同的函数.

（二）函数的表示法

1. 表格法　在实际应用中，常把一系列自变量的值及其对应的函数值列成表，用表格来表示函数关系.

例 1　1980 年到 1984 年我国全民所有制工业企业数（单位：万个）如表 1·1 所示.

表 1·1

年　份 t	1980	1981	1982	1983	1984
企业数　y	8.34	8.42	8.60	8.71	8.41

表 1·1 的第一行指出了函数的定义域，第二行指出了与自变量所对应的唯一的函数值，因而完整地表达了 y 与 t 之间的函数关系.

2. 图象法　图象法就是将自变量 x 的取值作为横坐标，对应的函数值 y 作为纵坐标，在平面直角坐标系中作出一系列点所形成的图形来表示函数关系.

例 2　某工厂 1989 年总产值计划执行进度如图 1.7 中的实线所示. t 轴上的区间 $[0, 12]$ 是函数的定义域. 任取 $t_0\in[0,12]$，过 t_0 作平行于 y 轴的直线与曲线有唯一交点 M_0，M_0 的纵坐标 y_0 即为 t_0 所对应的函数