

SMP

英国中学数学教科书



G 册

英国中学数学教科书

S M P

G 册

上海师范大学数学系翻译组译

上海教育出版社

The School Mathematics Project
Book G
Cambridge University Press

英国中学数学教科书

S M P

G 册

上海师范大学数学系翻译组译

(原上海人民版)

上海教育出版社出版

(上海永福路123号)

新华书店上海发行所发行 上海市印刷六厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 6 字数 130,000

1974年12月第1版 1978年4月第1版 1978年4月第1次印刷

统一书号: 7150·1814 定价: 0.39元

内部发行

序

这套教科书共八册，本书是其中的第七册。这套书是为适合于一种革新数学教学大纲的 C. S. E. 考试所需内容而编写的。对于应考普通水平的学生，作者正在为他们写三册补充教科书，接在 G 册之后学习（从而组成一套共十册的教科书）。这样一套教科书，包括了“S. M. P. 数学”的普通水平教学大纲的全部内容。

由于已经解释过的理由，我们直到本阶段才介绍使用工厂制造的计算尺。计算尺一章放在本册的前部分讲，为以后各章提供进一步练习计算尺的机会。这些章是“圆”（其中引进 π ，是 E 册中有关章的继续），“公式”和“三角”。“三角”一章，除了计算较难外，还讨论不在第一象限的三角形。在第 10 章“波”中，讨论大于 90° 的角的正弦和余弦。

“动点所经过的路线”一章，完全是实验性的。它是由一系列经过细致设计的讨论构成的。第 5 章“切变”，也尽量使它具有实验性的内容。第 8 章再讲切变问题，而且和在 F 册中的其它变换一样，切变亦可利用矩阵来作代数的描述。这一章也用考虑逆变换的方法，来考察某些矩阵对乘法的逆矩阵。

本册的最后一章包含了概率的通俗内容，并用了树图方法。A~H 这一套书关于方程的解法和公式的最后一部分内容，分别在本册的第 7 章和第 11 章中叙述。在“公式”一章中，将以前关于求公式的值和使用公式作进一步的讨论，并给出建立简单公式的方法，从而为 H 册的“线性规划”一章作好准备。（下略）

目 录

序曲——计算	1
方法, 1; 工具, 4; 除法, 8.	
1. 动点所经过的路线	10
联动装置, 10; 在重力作用下, 13; 物体滚动, 15; 三角形, 16; 曲线, 19; 曲线(续), 21.	
2. 计算尺	23
乘法, 23; 除法, 25; 两个以上数的乘法, 26; K 尺, 30; 讨论: $1/x$ 尺, 32.	
3. 概率	33
复习, 33; 联合事件, 35; 树图, 40; 树图(续), 49.	
4. 圆	54
数 π , 54; 圆的面积, 56; 扇形, 57; 圆柱体, 60.	
插曲	66
复习题	68
5. 切变	75
讨论, 75; 切变的性质, 80.	
6. 三角	85
复习, 85; 任意位置的三角形, 88; 计算尺的应用, 91; 比例因子, 92.	
7. 公式	98
写出公式, 98; 解决实际问题的公式, 100; 科学上的一些公式, 104.	

8. 矩阵和变换	107
变换, 107; 逆变换, 112; 矩阵和面积, 116.	
插曲	118
复习题	121
9. 百分数	129
复习, 129; 求钞票总数的百分数的值, 131; 百分数的 实际应用, 132; 求百分数, 138.	
10. 波	141
正弦曲线, 141; 波, 146.	
11. 方程的解法	150
负数, 150; 映射和它们的逆映射, 151; 形如 $\frac{6}{x}=3$ 的 方程, 152; 形如 $\frac{6}{x}+1=3$ 和 $\frac{14}{3x}=2$ 的方程, 153; 形 如 $12-\frac{6}{x}=9$ 的方程, 155; 各种类型的方程, 157.	
12. 统计	160
累计, 160; 累计图, 162; 累积频数表, 164; 累积频数 曲线, 165.	
思考题	172
复习题	175

枯燥的方法来进行计算。

常用的方法是：

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 37 \\ \hline 252 \\ 1080 \\ \hline 1332 \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} 36 \\ \times 37 \\ \hline 1080 \\ 252 \\ \hline 1332 \end{array}$$

在这两种方法中，都是 36 先后和 7、30 相乘，然后加起来。

试先用你自己的一些方法来进行计算，然后再读下去。

1.1 其它方法

$$\begin{array}{r} \text{(a)} \quad 36 \times 40 = 1440 \\ - 36 \times 3 = -108 \\ \hline 1332 \end{array}$$

这里，我们实际上先算出三十六个四十，然后减去三十六个三。

$$\begin{array}{r} \text{(b)} \quad 36 \times 10 = 360 \\ 36 \times 10 = 360 \\ 36 \times 10 = 360 \\ 36 \times 5 = 180 \\ 36 \times 2 = 72 \\ \hline 1332 \end{array}$$

这个方法是很简单的，并且和常用的方法一样迅速。

(c) 你能理解下面的算法吗？

$$36 \times 37$$

可以写成

$$18 \times 74,$$

而这又可写成

$$9 \times 148,$$

9×148 就可以给出

$$1332.$$

(d) 看图 1.

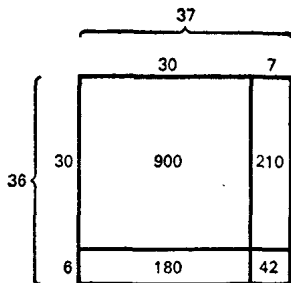


图 1

矩形面积是 36×37 ，如果把它分成几部分来考虑，则有

$$\begin{array}{r}
 30 \times 30 = 900 \\
 30 \times 7 = 210 \\
 6 \times 30 = 180 \\
 6 \times 7 = 42 \\
 \hline
 \text{总 计} = 1332
 \end{array}$$

我们可以把上式写成：

$$\begin{aligned}
 (30+6) \times (30+7) &= (30 \times 30) + (30 \times 7) + (6 \times 30) + (6 \times 7) \\
 &= 900 + 210 + 180 + 42 \\
 &= 1332.
 \end{aligned}$$

(e) 使用台式计算机。它有没有利用上面提到的方法？

(f) 使用计算尺。它有没有利用上面提到的方法？

试试看，你能否再想出其它方法？

利用上面讲的几种方法，计算：

(i) 32×24 ; (ii) 128×49 ; (iii) 83×56 .

很早之前，人们就试图寻找快速计算方法和设计机器，来提高计算速度。

最初的数系，没有或者很少用到位置值，这就是说，数字并不写在个位、十位和百位上。这使计算比现在更困难。据

说, 埃及人曾用加倍的方法来进行所有的乘法计算。例如:

$$13 \times 7 \text{ 可以写成}$$

1	7
2	14
4	28
8	56
<hr/>	<hr/>
13	91

为什么划去 2 和 14, 你理解吗?

抄下以下的例子, 把你不需要的数字划去, 然后计算第二列的结果。

$$35 \times 34 \text{ 可以写成}$$

1	34
2	68
4	136
8	272
16	544
32	1088
<hr/>	<hr/>
35	

你觉得这一方法怎么样? 试和另一位同学一起计算 17×32 。一位用埃及人的方法, 另一位用常用的方法, 看谁快。事实上, 你要试乘许多对的数后, 才能对这个方法作出有价值的判断。

2. 工具

2.1 固定刻度尺

在本课程里, 你将会制造自己的计算尺。图 2 表示一对可以用来进行乘法运算的刻度尺。带有箭头的粗线, 表明 $3 \times 4 = 12$ 的乘法运算。

用这对刻度尺进行乘法运算: 在 A 尺上找到第一个数, 然后联结 B 尺上的 1。下一步, 在 B 尺找到第二个数, 从它画一条线平行于第一条线。第二条线和 A 尺的交点就是答案。

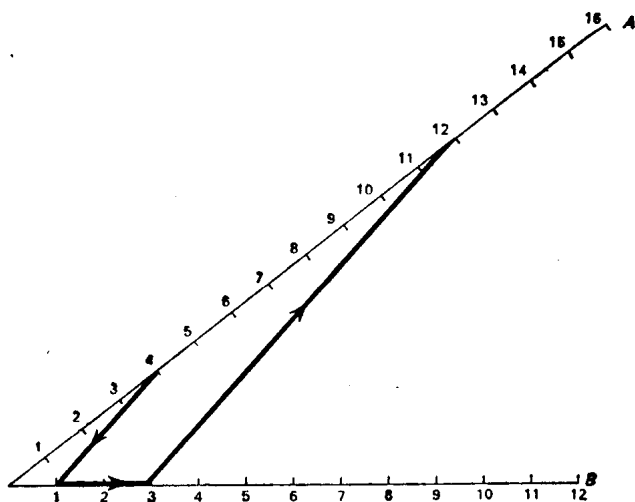


图 2

这两尺上刻度的划分, 和计算尺上刻度的划分有何差别? 两尺之间的角度有没有关系? 两尺是不是一定要在 16 和 12 地方终止? 两尺上的格子是否需要一样? 中间小刻度可以标出吗?

在回答上述所有问题之后, 你自己画一对大而精确的刻度尺。

你如何来保证所画的线平行呢?

办法之一, 是用一块三角板或任何一种只要有两条相邻直边的东西沿着一直尺滑动(图 3)。图中, 平行线用粗线表示。

对于图 2 中的刻度尺和计算尺, 比较它们的用处。

固定刻度尺用到了放大原理。在所选例子中, 哪一个三角形被放大了三倍?

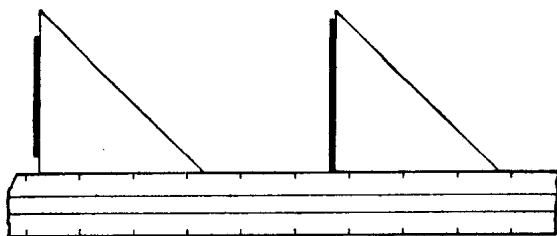


图 3

2.2 耐普尔骨牌法

把图 4 画在硬纸板上, 然后剪下. 这样, 就有一条索引卡片, 和十条头上标有 0, 1, ..., 9 的卡片.

索引

1	0/0	0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6	0/7	0/8	0/9
2	0/0	0/2	0/4	0/6	0/8	1/0	1/2	1/4	1/6	1/8
3	0/0	0/3	0/6	0/9	1/2	1/5	1/8	2/1	2/4	2/7
4	0/0	0/4	0/8	1/2	1/6	2/0	2/4	2/8	3/2	3/6
5	0/0	0/5	1/0	1/5	2/0	2/5	3/0	3/5	4/0	4/5
6	0/0	0/6	1/2	1/8	2/4	3/0	3/6	4/2	4/8	5/4
7	0/0	0/7	1/4	2/1	2/8	3/5	4/2	4/9	5/6	6/3
8	0/0	0/8	1/6	2/4	3/2	4/0	4/8	5/6	6/4	7/2
9	0/0	0/9	1/8	2/7	3/6	4/5	5/4	6/3	7/2	8/1

图 4

这些卡片可作为耐普尔骨牌模型. 耐普尔骨牌是于 1617 年由约翰·耐普尔提出的.

图 5 表明, 如何拼排卡片, 以进行 3×65 的运算.

$$3 \times 65 = 195.$$

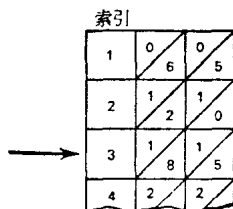


图 5

你能看出答案是如何求出来的吗?

试做下列各题:

(a) 2×32 ;

(b) 7×76 ;

(c) 5×65 ;

(d) 6×307 ;

(e) 23×56 ; (提示: $23 = 20 + 3$)

(f) 47×64 ;

(g) 326×458 .

如果要进行如 3×655 的运算, 还需要什么?

2.3 格子乘法

在十五世纪到十七世纪, 使用格子乘法非常普遍.

研究图 6 中格子, 试想一下如何求出 $34 \times 45 = 1530$.

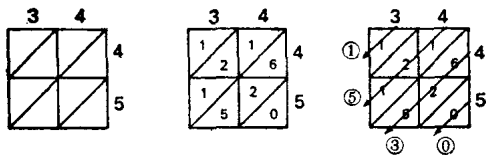


图 6

你是否能看出, 这些数字是怎样从耐普尔骨牌的一部分中得到的?

画出并完成下面的格子：

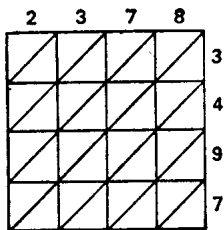


图 7

画出有关的格子，进行下述运算：

(a) 52×67 ;

(b) 27×321 ;

(c) 306×520 ;

(d) 7642×5638 .

3. 除法

在这以前，序曲中所做的是关于乘法的工作，对于除法又怎么样呢？是不是可以把用于乘法的方法倒过来作除法呢？

第一页所用到的第一种乘法，实际上是连加法。计算 $24 \div 6$ 可以通过连减法来进行：

$$\begin{array}{r}
 24 \\
 - 6 \\
 \hline
 18 \\
 - 6 \\
 \hline
 12 \\
 - 6 \\
 \hline
 6 \\
 - 6 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

6 被减去了四次，所以 $24 \div 6$ 的答案是 4。

想一想，你还可以找到其它什么方法，来进行除法运算。耐普尔骨牌法和格子法可以用来进行除法运算吗？

练习

1. 用连加法, 求 27×17 .
2. 用简捷方法, 求 183×99 .
3. 用面积图解, 求 56×73 .
4. 用埃及人方法, 计算 23×45 .
5. 用耐普尔骨牌法, 求:
(a) 8×567 ; (b) 25×73 ; (c) 108×369 .
6. 画出格子, 求:
(a) 46×77 ; (b) 62×523 ; (c) 4357×12584 .
7. 用连减法, 求:
(a) $256 \div 16$; (b) $157 \div 24$.

1. 动点所经过的路线

1. 联动装置

这里，我们需要一些厚纸条，也可以是塑料条或金属条（如儿童玩的金属建筑模型），以及一些可以用来固定它们的工具，如书钉、图钉、螺帽和螺钉。

讨论 1

取约 20 厘米的长条。把一端掀牢在制图板上的纸上（见图 1）。把铅笔尖放在另一端小孔里。使长条绕图钉旋转，铅笔尖所经过的路线是什么？

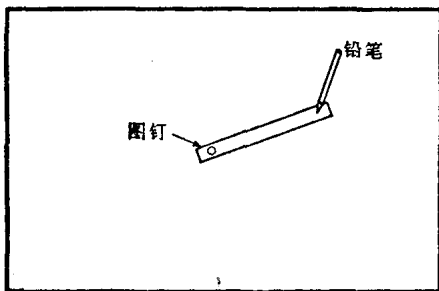


图 1

讨论 2

取两条一样长的长条，和一条约两倍长的长条。

按图 2 所示，固定好这些长条。在 A 和 B 用图钉把它们固定在制图板上。在 C 和 D 用书钉（或螺钉、螺帽）把长条联接起来。

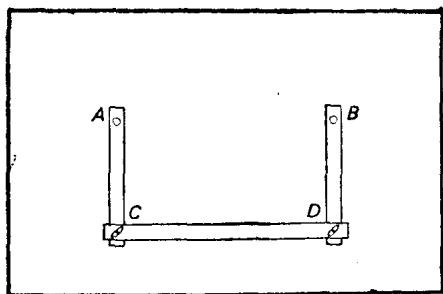


图 2

(a) 在 CD 的中点开一小孔, 然后把铅笔尖放在孔里。

移动长条, 使得 CD 一直平行于 AB 。铅笔尖所经过的路线是什么?

再在 CD 上其它不是中点的地方, 试试看。

(b) 移动 A 和 B 的图钉, 使它们之间的距离大于 CD (见图 3)。把铅笔尖放在中间, 然后求出它所描出的路线。

再把铅笔放在其它小孔中, 试一试。

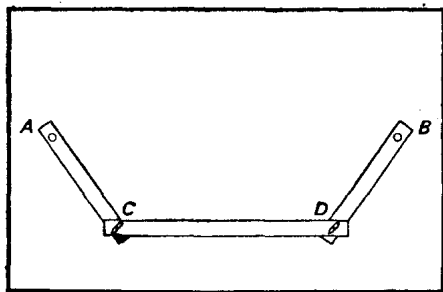


图 3

(c) 移动长条, 使 CD 不平行于 AB (见图 4)。用铅笔找出 CD 上一些点所描出的路线。