技工学校商品经营专业教改教材

商业数学

中国劳动出版社

（京）新登字 144 号

图书在版编目（CIP）数据

商业数学/刘殿绅编．—北京：中国劳动出版社，1994
本书由劳动部教材办公室组织编写
ISBN 7-5045-1540-X

Ⅰ．商… Ⅱ．刘… Ⅲ．商业经济学-经济数学 Ⅳ．F224
中国版本图书馆 CIP 数据核字（94）第 11622 号

商 业 数 学
劳动部教材办公室组织编写
责任编辑：王栋梁
中国劳动出版社出版
（100029　北京市惠新东街 1 号）
北京地质印刷厂印刷　新华书店总店北京发行所发行
1994 年 10 月第 1 版　1994 年 10 月北京第 1 次印刷
开本：850×1168 毫米 1/32　印张：10.375
字数：256　千字　印数：11000 册
定价：7.90 元

前　言

大力发展职业教育是我国长期的战略性任务。最近颁布的《中华人民共和国劳动法》规定："国家通过各种途径，采取各种措施，发展职业培训事业，开发劳动者的职业技能，提高劳动者素质，增强劳动者的就业能力和工作能力"。我们要树立这样的目标，即要逐步做到使大多数新生劳动力基本上能够受到适应从业岗位需要的、最基本的职业技术训练，从事技术工种的劳动者，上岗前必须经过培训。技工学校是培养工人后备力量的专门学校，是职业技术教育的重要组成部分。我国工人队伍中的骨干力量，大多是技工学校培养的。因此，技工学校的办学质量，直接影响我国工人队伍的素质。教材作为办学的基本要素，对提高学生素质有着重要的影响。随着职业教育的发展，教材建设的任务十分繁重。为了更好地完成这一任务，需要制订出近期和长远的规划，要逐步建成适合技工学校使用的、品种多、配套全的教材系列，为发展我国技工教育服务。

加快发展第三产业，是我国社会主义经济发展过程中的一项具有重大战略意义的决策。加快第三产业的发展，是生产力提高和社会进步的必然结果；加快第三产业的发展，可以促进市场充分发育，是适应社会主义市场经济的需要；加快第三产业的发展，是缓解经济生活中深层次矛盾和促进经济发展的有效途径；加快第三产业的发展，是缓解我国日益严峻的就业压力的重要出路；加快第三产业的发展，可以促进社会主义物质和精神文明建设。技

工学校为了贯彻中央加快发展第三产业的决定，纷纷调整专业方向。中国劳动出版社为了适应这一新形势，及时调整了出版力量，不失时机地组织编写了商品经营、中式烹调、饭店服务等三个专业的教材。这批教材的问世，对技工学校的专业调整，无疑是一个有力的支持。

90 年代，我国每年都将有大批新成长的劳动力和从第一、第二产业转移出来的劳动力需要安置。第三产业行业多，门类广，劳动密集、技术密集、知识密集行业并存，能够吸纳大量的劳动力。为了使大批劳动者能够适应第三产业的各个行业需要，必须大力发展有关的各种职业技术教育。除大力兴办技工学校外，还要举办短期和中长期的专业培训。我们应当适应这种形势，大力开发第三产业的教材，充分满足各种培训的需要。这是出版为劳动工作服务的最佳形式。

教材建设，必须始终注重质量，要牢固树立质量第一的观念，要严格按照新闻出版署的质量标准，以严肃认真的态度，抓好教材质量。要搞出高质量的教材，决非一朝一夕所能做到的，必须下苦功夫，常抓不懈。中国劳动出版社应当集中力量，有计划、有步骤地编写出一批内容好、质量高的技校教材，以满足技工学校教学的需要。

编写技工学校教材，要特别注意对广大技工学校学生加强党的基本路线教育，爱国主义教育、集体主义和社会主义思想教育，近代史、现代史教育和国情教育，引导学生运用马克思主义的立场、观点、方法认识现实问题。要注意改革教育内容和教学方法，要按照现代科学技术文化发展的新成果和社会主义现代化建设的实际需要，更新教学内容，调整课程结构，加强基本知识、基本理论和基本技能的培养和训练，重视培养学生分析问题和解决问题的能力，注重职业道德和实际能力的培养。这些原则是评价教材质量的重要依据。

开发职业培训教材，是关系到提高劳动者素质的大事。十多年来，中国劳动出版社已出版了数百种各类职业培训教材，对发展我国职业培训事业起了积极的作用，得到了社会的承认。希望今后能开发更多的、符合我国国情的、适用性强的、受大家欢迎的新教材。在此，对参加这批教材编审工作的同志顺致谢意。

中华人民共和国劳动部副部长　张左己

1994.7.14

目　录

第一章　集合与不等式

§1-1　集合的概念

集合论是现代数学的一个重要分支，它的基本知识已应用于数学的各个领域，是现代数学的基础概念之一。学习好有关集合的初步知识对进一步学好数学有着重要作用。

一、集合与元素

人们为了需要和研究，经常要抓住一类事物的共同本质，把具有某种共同性质的事物联系在同一个整体内加以考察，这就产生了集合的概念

我们考察下面的几个例子。

(1) 某商业技校的全体学生；

(2) 某工厂的所有机器；

(3) 某地区的所有食品商店；

(4) 所有的偶数；

(5) 方程 $x^2=1$ 的根的全体；

(6) 所有的锐角三角形；

(7) 到线段 AB 两端距离相等的点。

从上面的例子可知，每个例子讲的对象都组成一个整体，都有一定的范围，确定的对象，且都具有自己的某种特定性质。

一般讲，一组确定的对象的全体就组成一个**集合**（有时简称为**集**）。集合里的每一个对象都叫做这个集合的**元素**。如例（1）中

的每一个同学，都是组成“某商业技校的全体学生”这个集合里的一个元素。例（4）中，每一个偶数都是“所有的偶数”这个集合里的一个元素。

组成集合的元素，可以是数、图形、物体及其它事物等等。

从习惯上，我们一般用大写的拉丁字母 A、B、C 等表示集合，而用小写的 a、b、c 等表示集合里的元素。

如果 a 是集合 A 里的一个元素，就说 a 属于 A，记为 $a\in A$，读“a 属于 A”。

如果 a 不是集合 A 里的元素，就记为 $a\notin A$ 或 $(a\overline{\in} A)$，读“a 不属于 A。”

每给定一个集合，集合里的元素的特性、**范围都是确定**的。这就是说，任何一个对象或者是这个集合的元素，或者不是这个集合里的元素，都应能准确的加认确定，而不能模棱两可，这样才可以区别于其它集合，如

大数的全体；

高个子人的全体；

等等，这都不能说是集合。因为它们属于这个“全体”的范围都不确定。如十万是个大数，还是百万是个大数，这些都不清楚。如高个子，到底是1.75m的算高个子，还是1.80m算高个子也都不清楚。

集合的确定性，就是给出一个集合，对于任何一个对象都能确定是否为这个集合里的元素。

如：A 表示的集合是整数的集合

则 $2\in A$；　　$\sqrt{2}\notin A$。

对于给定的集合，集合里的元素必须是**互异**的，就是说集合里任何两个元素都不能表示一个对象，表示相同对象的元素，无论是多少都表示一个元素。即集合里的元素不能重复出现。

对于给定的集合中各元素之间**没有顺序关系**。

集合中的元素可以是各种各样的具体事物或抽象事物。但我们要研究的主要是数的集合（简称**数集**）或点的集合（简称为**点集**）。常见的数集与符号如下表所示。

数　集	自然数集	整数集	有理数集	实数集
符号	N	Z	Q	R

在表中字母右上角标以“＋”或“－”表示集合中的数字都是正数或负数。如 Z^+ 表示正整数，R^+ 表示正实数，Q^- 表示负有理数。

回过头来再看一下集合的分类。前面的例子中（1）、（2）、（3）、（5）的表示的集合里，元素的个数都是有限的，这样的集合叫做**有限集合**。而（4）、（6）、（7）所表示的集合里含有的元素的个数是无限的多，这样的集合叫做**无限集合**。

若集合中不含有任何元素，这样的集合叫着**空集**，记作｛　｝或 Φ

如，在实数范围内方程 $x^2+1=0$ 的解的集合就是空集。

至少有一个元素的集合叫做**非空集合**。

二、集合的表示方法

表示一个集合，常用的方法是**列举法**和**描述法**。

1. 列举法

把属于某一集合的元素一一列举出来，彼此之间用逗号分开，每个元素只写一次，不考虑其顺序，写在一个大花括号｛　｝内，这种表示集合的方法，叫做列举法。

例 1-1　用列举法写出下列集合：

（1）一年中有 31 天月份的集合；

（2）我国古代四大发明的集合；

(3) 小于 8 的自然数平方的集合；

(4) 方程 $x^2-3x+2=0$ 的解的集合。

解 (1) 设一年中有 31 天月份的集合为 A

$A=$ {1 月、3 月、5 月、7 月、8 月、10 月、12 月}

(2) 设我国古代的四大发明的集合为 B

$B=$ {火药、指南针、造纸术、印刷术}

(3) 设小于 8 的自然数的平方数的集合为 C

$C=\{1、4、9、16、25、36、49\}$

(4) 设方程 $x^2-3x+2=0$ 的解的集合为 D：

$$D=\{1,2\}$$

用列举法表示集合，当集合的元素很多，不需要或不可能一一列举出来时，也可以只写出其中的几个元素，使其有规律的表示出来，使读者能领会出其它的元素是什么，而其它的元素用省略号表示。

如用列举法表示正偶数的集合，设正偶数的集合为 A，则

$$A=\{2, 4, 6\cdots 2n\cdots, n\in N\}$$

2. 描述法

把属于一个集合中的公共属性描述出来写在花括号内表示集合的方法叫做**描述法**。

描述法有两种表示方法：

(1) 一种是在花括号内，先写出这个集合元素的一般形式，再划一道竖线，在竖线右边列出它的元素的公共属性。如大于 3 的实数的集合，写成描述法为

$$\{x|x>3, x\in R\}$$

方程 $x^2-3x+2=0$ 的解集写成描述法为

$$\{x|x^2-3x+2=0\}$$

(2) 描述法的另一种表示方法为，把集合中的元素公共属性直接写在花括号内。如前面表示大于 3 的实数的集合又可写成

{大于 3 的实数}。

方程 $x^2-3x+2=0$ 的解集写成

$$\{方程\ x^2-3x+2=0\ 的解\}。$$

例 1-2　用描述法表示下列集合：

(1) 水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星；

(2) 所有的正奇数；

(3) 所有的三角形。

解　(1) 水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星组成的集合为

{太阳系的九大行星}。

(2) 所有正奇数的集合为

$$\{x \mid x=2n-1,\ n\in N\}。$$

(3) 直线 $y=kx+b$ 所有点的集合为

$$\{(x,\ y) \mid y=kx+b\}。$$

(4) 所有的三角形的集合为

{三角形}。

我们前面讲过空集用 Φ 表示，也可以用 {　} 表示。这里应注意的是空集用 {　} 表示。不能用 {0} 表示，因为它们是有不同意义的。

{0} 是表示一个集合，这个集合里只有一个元素，它是 0。所以它不是空集，而是一个单元素集合。

而 {　} 表示一个集合，这个集合里什么也没有。

习　题　一

1. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空：

1 ____ N；O ____ N；0.5 ____ N；$\sqrt{2}$ ____ N

2 ____ Z；-3 ____ Z；0.1 ____ Z；$\sqrt{3}$ ____ Z

3 ____ Q；0 ____ Q；0.2 ____ Q；$\sqrt{5}$ ____ Q

4 ____ R；0 ____ R；0.3 ____ R；$\sqrt{7}$ ____ R

2. 试指出下面各例是否可构成一个集合：

(1) 方程 $x^2-9=0$ 的解的全体；

(2) 某学校的好学生；

(3) 某中学的三好学生；

(4) 小的正方形的全体；　；

(5) 正方形的全体；

(6) 很小正数的全体；

(7) 大的偶数的全体；

(8) 漂亮衣服的全体。

3. 用列举法表示出下列的集合：

(1) 大于 4 且小于 10 的偶数的集合；

(2) 方程 $x^2-5x+6=0$ 的解集；

(3) 绝对值是 3 的数的集合；

(4) 我国的直辖市；

(5) 自然数中小于 20 的质数；

(6) 平方后等于 9 的数。

4. 用描述法表示下列的集合：

(1) 正偶数的集合；

(2) 大于 0 小于 4 的实数的集合；

(3) 直线 $y=3x+2$ 上的所有点的集合；

(4) 方程 $x^2+5x+6=0$ 解的集合。

5. 设 $A=\{x|1<x<8,\ x\in N\}$，

(1) 写出 A 的任意三个元素；

(2) 把这个集合在数轴上表示出来。

6. 指出下列集合哪些是有限集，哪些是无限集，哪些是空集。

(1) $\{x|x+5=0\quad x\in R\}$；

(2) $\{x|x^2+x+1=0 \quad x\in R\}$；

(3) $\{(x、y)\ |y=x+1 \quad x、y\in R\}$；

(4) $\{x|x>5$ 且 $x<4\}$；

(5) $\{x|1<x<2 \quad x\in R\}$；

(6) {平方后小于 100 的正整数}。

7. (1) $\{0\}$ 与 0 相等吗？为什么？

(2) $\{0\}$ 与 Φ 相等吗？为什么？

(3) $0\in\Phi$ 正确吗？为什么？

(4) $3\in\{x|x^2-9=0\}$ 正确吗？为什么？

§1-2 集合之间的关系

一、子　　集

1. 子集

A={某市商业技校的全体学生}；

B= {某市商业技校的全体三好学生}。

显然，某市商业技校的全体三好学生，都是某市商业技校的学生。即集合 B 里的每一个元素（每个三好学生）都是集合 A 里的一个元素（技校的学生）。

一般讲，对于两个集合 A 和 B，如果 B 里的每一个元素都是集合 A 里的元素，那么，集合 B 叫做集合 A 的**子集**。记作

$$B\subseteq A \quad 或 \quad A\supseteq B$$

读做“B 包含于 A”（或读做“A 含 B”）。

例如　$A=\{a, b, c, d\}$

$B=\{a, b, c\}$

$C=\{c, d\}$

$D=\{d\}$

就有　$B\subseteq A$　$C\subseteq B$　$D\subseteq C$

因而有　$D\subseteq C\subseteq B\subseteq A$

若有三个集合 A，B，C，且

$$B\subseteq A \qquad C\subseteq B$$

则有

$$C\subseteq A$$

对于任何一个非空集合 A，因为它的每一个元素都是集合 A 里的元素，所以

$$A\subseteq A$$

也就是说，任何一个集合都是它自身的子集。

由于空集不含有任何元素，所以规定，空集是任何集合的子集，即对于任何集合 A，都有

$$\Phi\subseteq A$$

例 1-3　写出集合 $\{a、b、c\}$ 的所有子集

解　集合 $\{a、b、c\}$ 的所有子集是：

Φ，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a，b\}$，$\{a，c\}$，$\{b、c\}$，$\{a，b、c\}$。

2. 真子集

如果集合 B 是集合 A 的子集。且在 A 中至少有一个元素不属于 B，则称集合 B 是集合 A 的**真子集**，记为

$$B\subset A \quad \text{或} \quad A\supset B$$

若一个集合 B 是集合 A 的真子集，则它一定是 A 的子集。

显然，空集不但是任何非空集合的子集，也是任何非空集合的真子集。

在数集中，显然有

$$N\subset Z\subset Q\subset R$$

为了直观而形象地表示集合，并说明集合之间的关系。我们用一条封闭曲线表示一个集合，封闭曲线内部的点，表示该集合的元素。如图 1-1、图 1-2，表示 B 是 A 的真子集。而图 1-3 表示 B 不是 A 的子集。

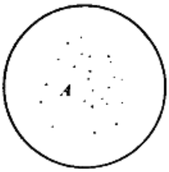

图 1-1

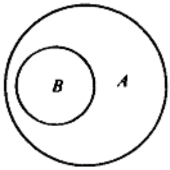

图 1-2

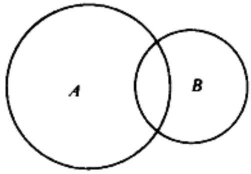

图 1-3

前面讲过，若集合 B 是 A 的子集，记为

$$A \supseteq B \quad 或 \quad B \subseteq A$$

若 B 不是 A 的子集，则记为

$$A \nsupseteq B \quad 或 \quad B \nsubseteq A$$

读做“A 不包含 B”或“B 不包含于 A”。

若 B 是 A 的真子集，记做

$$A \supset B \quad 或 \quad B \subset A$$

若 B 不是 A 的真子集，则记为

$$B \not\subset A \quad 或 \quad A \not\supset B$$

例如

自然数集是整数集的子集，且又是整数集的真子集。即

$$N \subseteq Z \quad 且 \quad N \subset Z$$

自然数集是自然数集的子集，但自然数集不是自然数集的真子集：

$$N \subseteq N \qquad N \not\subset N$$

例 1-4　讨论集合 $A=\{x|x>3\quad x\in R\}$ 与集合 $B=\{x|x>-2, x\in R\}$ 的包含关系。

解　因为集合 A 表示 $x>3$ 的实数的集合，而集合 B 表示 $x>-2$ 的集合。

从图 1-4 知，集合 A 里的元素都是集合 B 里的元素，即集合 A 是集合 B 的真子集。

$$B \supset A$$

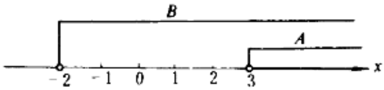

图 1-4

3. 集合的相等

对于两个集合 A 和 B。如果 $A \subseteq B$，且又 $B \subseteq A$，则称集合 A 和集合 B 相等，记为

$$A = B$$

读做"A 等于 B"。

若两个集合相等，则表示这两个集合里的元素完全相同。

如 $\{1、2、7、8\} = \{7、8、2、1\}$

例 1-5　设集合 $A = \{x \mid x^2 - 9 = 0\}$，集合 $B = \{-3、3\}$

求证　$A = B$

证明　解方程

$$x^2 - 9 = 0 \quad 则$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = -3$$

因此　$A = \{3, -3\}$　　$B = \{-3, 3\}$

$$\therefore A = B$$

通过上面的例子，可以知道，两个集合相等，说明同一个集合可以有不同的表示方法，这反映了集合里元素的无序性。

二、交　　集

期末复习，星期一复习了市场学、商品学、外语、经济法。星期二复习了外语、数学、商品学、物价学。问两天都复习过的学科有哪些？

设星期一复习的学科的集合为 A，则

$A = \{$市场学、商品学、外语、经济法$\}$。