



实用市场经济数学模型

赵怀章 周森棠 汤兵勇 编著



同济大学出版社

实用市场经济数学模型

赵怀章 周森棠 汤兵勇 编著

同济大学出版社

内 容 提 要

本书从应用角度出发,较系统地介绍了适合于我国国情的一些实用市场经济数学模型。内容主要包括经济分析、投入产出、市场预测、投资数学、管理决策、层次分析、最优控制、市场供求、市场消费、竞争对策等模型。本书力求先进性与通俗性的统一,深入浅出,简单易懂,着重讲清基本模型结构和使用方法,并配有大量实例。具有大专以上文化或略有高等数学基础的读者均能看懂掌握。

本书可作为各级各部门经济、管理干部的培训教材或普及读物,也可作为高等院校管理工程、经济类专业与其他有关专业以及各类党政管理干部院校的教材或教学参考书。

责任编辑 吴味隆

封面设计 吴建明

实 用 市 场 经 济 数 学 模 型

赵怀章 周森棠 汤兵勇 编著

同济大学出版社出版

(上海四平路1239号)

新华书店上海发行所发行

上海市印刷七厂印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 11 字数: 288千字

1997年5月第1版 1997年11月第1次印刷

印数: 1~2000 定价: 25.00元

ISBN 7-5608-1853-6 G·198

前 言

随着当代科学技术的飞速发展，以及社会主义市场经济体制的建立与完善，传统的经济管理方式已经与不断变化发展的经济形势不相适应，要求各级管理工作者在定性分析的基础上，进行定量分析，以便更有效地认识和利用市场经济规律，推动我国的四个现代化进程。

在管理中应用的数学模型称之为管理数学模型，它以社会经济活动为内容，以数学方法为工具，把各经济因素间的数量关系抽象为数学表达式，以再现被研究的某些经济现象。目前管理数学方法正广泛应用于经济管理，使得管理数学模型日益完善。运用管理数学模型（特别是其中的一些市场经济模型）对经济活动进行定量分析，可以为实现管理定量化提供手段，为科学决策提供依据，对于促进现代化管理，加速四化建设，起到十分重要的作用。

为了提高我国的现代化管理水平，适应广大管理干部在市场经济新形势下的工作需要，我们特编著了本书，以供各级各部门管理工作者学习掌握使用。本书从实际角度出发，介绍了适合于我国国情的一些较简单的实用市场经济模型，主要包括经济分析、投入产出、市场预测、投资数学、管理决策、层次分析、最优控制、市场供求、市场消费、竞争对策等模型。本书既注意到先进性（尽可能介绍最新的市场经济模型），又照顾到通俗性（在叙述时，力求深入浅出，简单易懂）为了便于广大管理工作

者阅读与应用，略去了繁琐的理论证明推导和技术细节，着重于讲清基本模型结构和使用方法，并配有大量应用实例，其中相当一部分是我们自己的科研成果。一般具有大专以上文化或略有高等数学基础的各级干部均能看懂掌握本书的内容，部分读者欲深入探讨，可参阅有关参考文献。

本书的第一、二章及第九～十六章由赵怀章撰写；第三～六章由周森棠撰写；第七、八章由汤兵勇撰写，并负责全书的策划与统稿。在本书的形成过程中，得到管理数学界的专家学者及各有关部门领导、管理干部的大力支持和指导；国家级有突出贡献的科技专家韩志刚教授的认真审稿和修改，使我们受益匪浅，在此一并表示衷心感谢。由于市场经济数学模型正在探索之中，许多内容还不够明确，有待于在以后市场经济的实践中不断修改、补充和完善；再加之我们的水平有限，书中的不当之处，恳请读者们批评指正。

编著者

1996年10月

目 录

前 言	(1)
第一章 经济分析模型	(1)
§ 1.1 盈亏分析模型	(1)
§ 1.2 工程经济分析模型	(6)
§ 1.3 价值分析模型	(11)
§ 1.4 生产函数模型	(15)
第二章 投入产出模型	(21)
§ 2.1 引 言	(21)
§ 2.2 投入产出的基本表式	(23)
§ 2.3 投入产出模型的基本公式	(29)
§ 2.4 投入产出模型的应用	(34)
第三章 市场预测模型	(38)
§ 3.1 常用的水平型预测模型	(38)
§ 3.2 线性趋向型预测模型	(40)
§ 3.3 一类季节性模型	(44)
§ 3.4 多元回归预测模型	(47)
§ 3.5 多层递阶预测模型	(50)
§ 3.6 具有引导变量的预测模型	(58)
第四章 线性规划模型	(61)
§ 4.1 线性规划模型的一般形式	(61)

§ 4.2	运输问题模型	(65)
§ 4.3	分配问题模型	(68)
§ 4.4	整数规划模型	(70)
第五章	管理决策模型	(74)
§ 5.1	管理决策问题的数学模型	(74)
§ 5.2	确定型决策模型	(77)
§ 5.3	随机型决策模型	(79)
§ 5.4	不确定型决策模型	(81)
第六章	层次分析模型	(86)
§ 6.1	层次分析的结构模型与基本步聚	(86)
§ 6.2	选择科研课题的层次分析模型	(93)
§ 6.3	分析效益与低价的层次分析模型	(98)
§ 6.4	评价企业经济效益的层次分析模型	(100)
第七章	最优控制模型	(104)
§ 7.1	控制模型的基本图示和公式	(104)
§ 7.2	经济控制模型	(108)
§ 7.3	最大值原理及其在管理中的应用	(112)
§ 7.4	国民经济最估积累率的控制模型	(117)
第八章	动态规划模型	(122)
§ 8.1	动态规划的基本原理与模型	(122)
§ 8.2	生产——库存管理系统的动态规划模型 ...	(128)
§ 8.3	企业生产管理问题的动态规划模型	(132)
§ 8.4	投资分配问题的动态规划模型	(135)
第九章	模糊数学模型	(140)
§ 9.1	模糊数学基本知识	(140)
§ 9.2	模糊决策模型	(144)
§ 9.3	模糊聚类分析模型	(150)

§ 9.4	模糊模式识别模型	(158)
第十章	灰色系统模型	(165)
§ 10.1	灰色系统和管理决策中的作用	(165)
§ 10.2	灰色系统基本知识	(168)
§ 10.3	灰色模块	(171)
§ 10.4	典型的灰色系统模型	(179)
第十一章	投资数学模型	(185)
§ 11.1	资金时间价值的基本模型	(185)
§ 11.2	偿还债务模型	(194)
§ 11.3	还本销售模型	(201)
§ 11.4	债券收益模型	(205)
第十二章	竞争对策模型	(211)
§ 12.1	概 述	(211)
§ 12.2	矩阵对策模型	(216)
§ 12.3	合作对策模型	(225)
§ 12.4	多人市场竞争模型	(232)
第十三章	市场供求模型	(239)
§ 13.1	市场供求的基本概念	(239)
§ 13.2	需求函数及其特性	(242)
§ 13.3	静态市场模型	(248)
§ 13.4	动态市场模型与蛛网模型	(252)
第十四章	厂商均衡模型	(260)
§ 14.1	厂商均衡的基本原则	(260)
§ 14.2	完全竞争下的厂商均衡模型	(264)
§ 14.3	完全垄断下的厂商均衡模型	(266)
§ 14.4	垄断竞争下的厂商均衡模型	(271)
第十五章	市场消费模型	(274)

§ 15.1	市场消费曲线概述	(274)
§ 15.2	几种消费函数	(278)
§ 15.3	动态消费函数	(284)
§ 15.4	凯恩斯消费函数和灵活偏好函数	(285)
第十六章	可靠性管理模型	(290)
§ 16.1	产品寿命分布曲线	(290)
§ 16.2	可靠性及其尺度	(295)
§ 16.3	维修性及其尺度	(300)
§ 16.4	故障诊断模型	(304)
参考文献		(311)

第一章 经济分析模型

本章从经济分析角度出发，介绍几个较为简单的模型。模型的结构虽然简单，却都有较强的实际背景，容易掌握使用，实用价值较大。

§ 1.1 盈亏分析模型

盈亏分析，又称量、本、利分析（即数量—成本—利润分析）或损益平衡分析等，是技术经济分析的一项重要内容，也是企业经济管理中应用范围很广的一种有效方法。通过分析，找出产量（或销售量）、成本、利润三者结合的最佳点，使利润最大，成本最低，提高企业的经济效益。

一、基本模型

1. 成本模型

产品成本是企业为生产和销售产品而支付的一切费用的总和，一般可分为三类：

(1) 固定费用 即为在一定条件下不随产量变化而变化的费用，如固定资产折旧费、管理费用、基本工资等。

(2) 可变费用 即为与产量按比例增加的费用，如原材料、

辅助材料、燃料、动力等费用。

(3) 混合费用 即为介于固定费用与可变费用之间的费用。也就是说, 当产量增加时, 费用亦需增加, 但在一定限度内可以相对不变, 如维修费、旅差费及物料消耗等。

为了进行盈亏分析, 要把混合费用分解后并入固定费用与可变费用 (分解方法常有直接法、高低点法、散布图法和回归分析法等, 此处不予赘述)。于是, 若设 F 代表固定费用, V 代表可变费用, C 代表总费用, 则有:

$$C = F + V \quad (1.1)$$

如图 1.1 所示。

以每件产品的单位成本来看, 应为单位固定成本与单位可变成本之和。但单位成本的特性与总成本正好相反。由于固定费用在总成本中是相对不变的, 因此随着产量的增加, 摊入每件产品的固定成本将减少; 同理, 可变成本在表现总成本中是按比例变动的, 表现在单位成本中却是常数。

设 C_F 为单位固定成本, C_V 表示单位可变成本, X 为产量, 则:

$$C_F = \frac{F}{X} \quad (\text{即 } C_F \text{ 将随 } X \text{ 增大而变小})$$

$$C_V = \frac{V}{X} = \frac{V_1}{X_1} = \frac{V_2}{X_2} = \cdots = \frac{V_n}{X_n} \quad (\text{由于分子与分母均按相}$$

同的比例增加或减少, 故 C_V 是一常数)

将 $C_V X = V$ 代入式 (1.1) 得:

$$C = F + C_V X \quad (1.2)$$

这是一个表示线性成本函数的直线方程 (参见图 1.2), F 为截距, C_V 为斜率, 总费用 C 随着产量 X 的变化而变化。

2. 销售收入模型

销售收入在需求稳定、价格不变的条件下, 是随着产量的增加而按比例增加的。

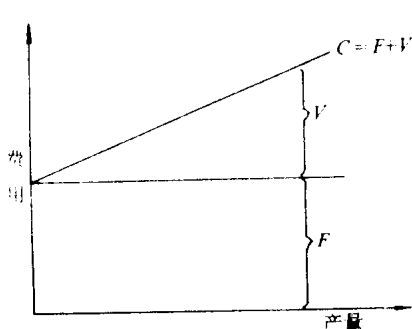


图 1.1 成本构成图

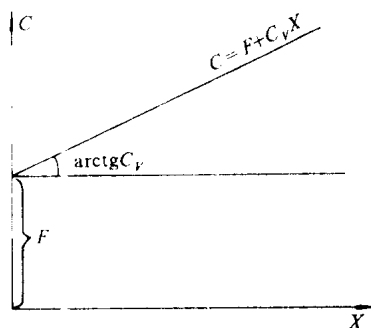


图 1.2 线性成本函数

设 W 为单位产品的价格, S 为销售收入, 则有:

$$S = WX \quad (1.3)$$

如图 1.3 所示, 它是一条过原点向上递增的直线。

3. 利润模型

设 P 为利润, 则销售收入、产量、成本与利润之间的关系可用以下模型表示:

$$P = S - F - C_v X \quad (1.4)$$

将图 1.2 与图 1.3 重合放在同一直角坐标系上, 可得图 1.4。图中的 O 点为盈亏平衡点, X_0 为盈亏平衡点的相应产量。盈亏平衡点也称损益转折点或保本点, 它的含义是销售收入与成本相等, 即此时 $P=0$ 或 $S=C$ 。

当 $X > X_0$ 时, $S > C$, 有盈利;

当 $X = X_0$ 时, $S = C$, 保本;

当 $X < X_0$ 时, $S < C$, 出现亏损。

二、盈亏分析的实用模型

1. 用于确定盈亏平衡点

(1) 用于确定盈亏平衡产量 (销售) X_0 (因为此时 $S=C$, 代入相应模型, 整理即得):

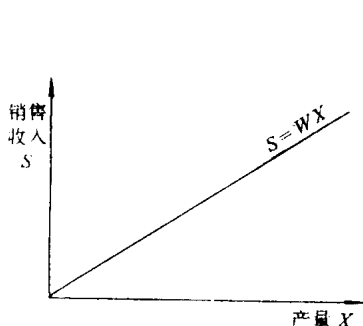


图 1.3 销售收入模型

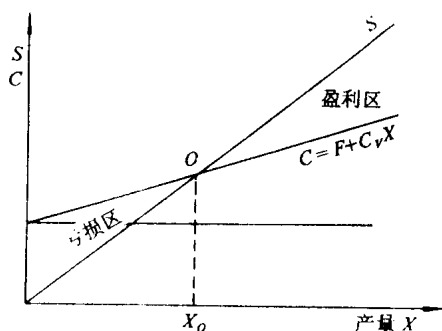


图 1.4 盈亏平衡图

$$X_0 = \frac{F}{W - C_v} \quad (1.5)$$

【例 1.1】某厂大量生产一种产品，预计该产品的市场单价为 16 元，单件可变成本为 12 元，该厂固定成本总额为 200000 元，求该企业的保本销量 X_0 。

解：按上述条件，代入 (1.5) 式即得：

$$X_0 = \frac{F}{W - C_v} = 200000 / (16 - 12) = 50000 \text{ (件)}$$

(2) 用于确定盈亏平衡销售额 S_0 ：

$$S_0 = \frac{F}{m} = \frac{F}{1 - \frac{C_v}{W}} \quad (1.6)$$

其中， m 为临界收益率，且有 $m = \frac{M}{S}$ (M 为临界收益，且 $M = S - V = F + P$)。

【例 1.2】某厂销售办公桌，单位可变成本为 60 元，固定成本总额为 20000 元，单位销价为 100 元（假设已剔除销售税金因素），求保本销售金额。

解：按上述条件，有：

$$M = S - V = 100 - 60 = 40 \text{ (元)}$$

$$m = \frac{M}{S} = \frac{40}{100} = 40\%$$

由式 (1.6), 故有:

$$S_0 = \frac{F}{m} = \frac{20000}{40\%} = 50000 \text{ (元)}$$

2. 用于目标利润规划

根据目标利润的要求, 用盈亏分析方法, 可计算出必须达到的销售量和销售额, 以保证目标利润的实现。计算模型如下:

$$X = \frac{F + P}{W - C_v} \quad (1.7)$$

【例 1.3】 某企业固定成本总额 $F = 4200$ 元, 产品单件售价 $W = 2$ 元, 单件变动成本 $C_v = 1.20$ 元, 利润目标 700 元, 求实现 700 元利润的最低的销量。

解: 由上述条件, 代入式 (1.7), 便得:

$$X = \frac{F + P}{W - C_v} = \frac{4200 + 700}{2 - 1.2} = 6125 \text{ (件)}$$

3. 用于成本预测, 确定目标成本

在目标利润已经确定, 但根据市场预测的销售量, 尚不足达到目标利润的要求, 而固定成本不能降低, 销售单价也不能提高的情况下, 唯一途径是降低单位产品的可变成本, 以保证目标利润的实现。用盈亏分析方法, 可求得单位产品可变成本必须达到的目标, 所用的模型如下:

$$C_v = W - \frac{F + P}{X} \quad (1.8)$$

【例 1.4】 某厂生产的一种产品, 销售单价每件 50 元, 固定成本 6000 元, 目标利润 2000 元, 预测销售量为 400 件, 求目标成本。

解: 据已知条件, 代入式 (1.8), 得:

$$C_v = W - \frac{F + P}{X} = 50 - \frac{6000 + 2000}{400} = 30 \text{ (元)}$$

上述的一些实用模型，较适用于单品种大批量生产类型。对它们稍加整理，还可用于短期决策分析、工艺方案选择、价格的确定等，这里不一一列举。

§ 1.2 工程经济分析模型

工程经济分析模型可以分为静态和动态两类，其根本区别在于前者没有考虑货币的时间价值。下面分别予以介绍。

一、静态分析模型

1. 单位产品投资额

计算公式为：
$$\phi = \frac{K}{M} \quad (1.9)$$

式中 K ——工程项目的投资总额；

M ——项目投产后产品的产量；

ϕ ——单位产品投资额。

在衡量同一类企业的投资效果时，可采用这个指标，做个大概比较，但不能做衡量投资效果的准则。因为各工程条件差别较大，而且未考虑建厂年限及投资占用时间。

2. 投资偿还期（投资回收期或返本期）

是指一项工程建成投产后，从投入生产的时间起，到把全部建设投资收回所需要的时间。这个时间一般以年为计算单位，并从建设开始算起。

计算公式为：

$$N = \frac{K}{P} \quad (1.10)$$

式中 N ——投资偿还期（年）；

K ——总投资额，指全部基建投资加流动资金；

P ——企业的年纯收入，即利润加折旧。

【例 1.5】 某企业总投资 81.21 亿元，总经营费 10.24 亿元，总成本 17.45 亿元，总产值 20.69 亿元，另外：

折旧（按 20 年计算） $81.21 / 20 = 4.06$ 亿元

利息 $81.21 \times 7.75\% \times 1 / 2 = 3.15$ 亿元

利润 3.24 亿元

于是

$$N = \frac{K}{P} = \frac{81.21}{3.24 + 4.06} = 11.12 \text{ (年)}$$

这个指标未考虑建厂年限，所以要把建厂投资和年纯收入折算成现值，才有可比性。

3. 投资效果系数（静态投资收益率）

投资效果系数是投资偿还年限的倒数，即工程项目建成后每年获得的净收入和建设投资额之比。一般用百分数表示，其计算公式为：

$$E = \frac{P}{K} \times 100\% \quad (1.11)$$

式中 E ——投资效果系数。

其他符号同前。

这个指标对于分析比较不同建设规模和不同产品的生产建设项目的投资效果，有实用意义。

二、动态分析模型

1. 年费用模型

这是一种简便的计算模型，在设计中进行方案比较或对企业进行投资效果定性时，可以采用年费用模型。在计算中是建立在工程投资一年中支出，每年经营费不变的基础上。

计算公式为：

$$C = KC_{if} + S \quad (1.12)$$

式中 C ——年费用（万元）；

K ——基建投资，如有有息贷款还要加上利息（万元）；

S ——运行费用（万元/年）；

C_{rf} ——资本回收因子。

【例 1.6】一段输水道有两个比较方案。方案 A 采用隧洞，方案 B 采用一段衬砌渠道和一段钢槽，其费用如表 1.1 所示。年利率采用 6%，寿命期 100 年，残余价值忽略不计。问应选择哪个方案？

表 1.1 两个比较方案的费用表

方案 A	方案 B
基建投资 45 万美元	基建投资 26 万美元
年维修费 0.4 万美元	渠道（不包括衬砌）12 万美元
估算寿命期 100 年	寿命期 100 年
	渠道衬砌 5 万美元
	寿命期 20 年
	钢 槽 9 万美元
	寿命期 50 年
	年维修费用 1.05 万美元

解：两个方案的年费用计算如下：

方案 A：

隧洞的资本回收费用

$$450000 \times 0.06018 = 27081 \text{ 美元}$$

年维修费用 4000 美元

年费用 $C_1 = 31081$ 美元

方案 B：

渠道的资本回收费用

$$120000 \times 0.06018 = 7222 \text{ 美元}$$

渠道衬砌的资本回收费用

$$50000 \times 0.08718 = 4359 \text{ 美元}$$

槽的资本回收费用