材料力学

苏翼林 主编
王燕群 赵志岗 亢一澜 副主编

CAILIAO LIXUE

天津大学出版社

材 料 力 学

苏翼林 主 编
王燕群 赵志岗 亢一澜 副主编

天 津 大 学 出 版 社

内 容 提 要

本书的第一、二两版分别于1988年和1992年获得国家教育委员会颁发的优秀教材奖。本次出版的该书是在第二版的基础上，根据国家教委审订的高等工业学校“材料力学课程教学基本要求”进一步修订而成的。

与第二版相比，本书把弯曲中几个较深入的问题，包括非对称弯曲、薄壁截面构件的剪应力、剪切中心、异质材料叠层梁另设一章。对应力和应变分析、能量方法等章节作了修改和补充，并加入复合材料力学简介一章。

全书包括22章，它们是绪论，轴向拉伸与压缩，材料的力学性质，拉、压超静定问题，扭转，弯曲内力，弯曲应力，弯曲变形，弯曲补充问题，应力应变分析，强度理论，组合变形时的强度计算，剪切与承压，能量方法，超静定系统，动载荷，交变应力，压杆稳定，厚壁筒、考虑材料塑性时的强度计算，断裂力学简介，复合材料力学简介和平面图形的几何性质。章后列有习题，书后还列有三个有实用价值的附录及习题答案。

本书可作为高等工业学校机械类、土建类等专业的教材，也可作为有关工程技术人员的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

材料力学/苏翼林主编．天津：天津大学出版社．2001.6

ISBN 7－5618－1423－2

Ⅰ．材…　Ⅱ．苏…　Ⅲ．材料力学　Ⅳ．TB301

中国版本图书馆CIP数据核字（2001）第027623号

出版发行　天津大学出版社
出 版 人　杨风和
地　　址　天津市卫津路92号天津大学内（邮编：300072）
电　　话　发行部：022—27403647　邮购部：022—27402742
印　　刷　天津大学印刷厂
经　　销　全国各地新华书店
开　　本　787mm×1092mm　1/16
印　　张　22.75
字　　数　585千
版　　次　2001年6月第1版
印　　次　2001年6月第1次
印　　数　1－4 000
定　　价　29.00元

第三版前言

本书是根据国家教育委员会工科材料力学教学指导委员会审订的“材料力学课程教学基本要求”在第二版的基础上进行修订的。

本书在保持原有的基本概念、基本理论和基本方法的严谨性和完整性的同时，对主要内容作了调整和补充：把弯曲中几个比较深入的问题另设“弯曲补充问题”一章，包括非对称截面梁的弯曲、薄壁截面梁的剪应力、剪切中心和异质材料叠层梁；在弯曲变形一章增加了剪力对梁变形的影响和有限差分法；在应力应变分析一章增加了三向应力分析；在强度理论一章增加了我国学者俞茂宏教授提出的双剪应力强度理论；在组合变形一章增加了截面核心；在能量方法一章以虚功原理为基础，由它导出了单位载荷法、卡氏定理、互等定理及最小势能原理。由于复合材料具有很多优点并获得一定范围的应用，本书增加了复合材料力学简介一章。本书所包括的选学内容比第二版有所增加，以适应不同专业和不同层次的读者的需求。另有一些比较深入的内容以解答的形式在习题中做了介绍，全书共有习题 460 道，书后还附有附录供读者参考。书中所采用的名词以力学名词审定委员会编、1993 年科学出版社出版的《力学名词》一书为根据。

全书由苏翼林主编。参加本书修订工作的有赵志岗（第 6 章到第 9 章及附录 A)，亢一澜（第 12 章，第 16、17 章），王燕群（第 1 章到第 5 章及第 21 章），苏翼林（其余各章）。

本书虽经多次修改，但仍会有不足和欠妥之处，望同行及读者批评指正。

编　者

2001 年 5 月

目　录

第1章　绪　　论

第1节　材料力学的任务

各种机械或工程结构都是由许多零件或结构元件所组成，这些不可再拆卸的零件或结构元件统称为构件。在正常工作中，每一构件都受到一定的外力，例如提升重物的钢丝绳承受重物的拉力，桥墩要承受桥梁及桥上物体的重力等。这些加在物体上的外力统称为载荷。为保证机械或工程结构能正常工作，每一构件在载荷作用下都必须满足以下要求。

(1) 足够的强度　构件的强度是指构件抵抗破坏的能力。构件在一定外力作用下不能发生破坏，例如提升重物的钢丝绳，不允许被重物拉断。

(2) 必要的刚度　构件的刚度是指构件抵抗变形的能力。在外力作用下，构件要发生变形，某些构件的变形要加以限制。如桥式吊车梁，工作时不允许过大的弹性下垂，才能平稳地工作；机床的主轴，工作时如变形过大，则要影响到零件加工精度。

(3) 足够的稳定性　构件的稳定性是指构件维持其原有平衡形式的能力。有些构件在特定载荷作用下有可能出现不能保持它原有平衡形式的现象。如受压的细长直杆，在压力达到或超过某一临界值后，会发生突然变弯的现象，这时它也就丧失了工作能力。

构件的强度、刚度和稳定性，统称为构件的承载能力。提高构件的承载能力，往往需要用优质材料并加大截面尺寸，这与降低材料消耗、减轻质量和节省资金有矛盾。为使构件既能满足强度、刚度、稳定性的要求，又能达到节省材料和减轻质量的目的，需要选择适宜的材料，确定合理的截面形状和尺寸。材料力学的任务，就是为此提供必要的基础理论和计算方法。为此，材料力学必须研究构件在外力作用下变形和破坏的规律，研究材料的力学性质，研究构件截面形状和尺寸与其承载能力之间的关系。

第2节　材料力学的基本假设

材料力学要研究构件在外力作用下的变形和破坏，为此须将物体视为可变形固体，并采用以下假设对其加以简化：

1. 连续均匀假设

认为物体在其整个体积内毫无空隙地充满了物质，各点处的力学性质是完全相同的。由于构件的尺寸远远大于物质的基本粒子及粒子之间的间隙，这些间隙的存在以及由此而引起的性质上的差异，在宏观讨论中完全可以略去。

2. 各向同性假设

认为物体沿各个方向的力学性质是相同的。实际物体例如金属是由晶粒组成，沿不同方向晶粒的性质并不相同。但由于构件中包含的晶粒极多，晶粒排列又无规则，在宏观研究

中，物体的性质并不显示出方向的差别，因此可以看成是各向同性的。当然，某些情况，如含有碳素纤维的复合材料等，就需要按各向异性来考虑。

连续均匀、各向同性的可变形固体，是对实际物体的一种科学抽象。实践表明，在此假设下建立的材料力学理论，基本上符合真实构件在外力作用下的表现，因此假设得以成立。

3. 小变形假设

认为物体几何形状和尺寸的改变量与原始尺寸相比是非常小的。工程中的大多数构件正常工作中均满足此假设，所以在考察这些构件的平衡问题时，可将变形略去，仍按变形前的原始尺寸来考虑，这样可极大地简化计算过程，而计算精度足可以满足工程要求。工程中也有些构件变形过大，须按变形后的形状和尺寸来考虑，这属于大变形问题，不在本书讨论范围之内。

第3节　内力和截面法及应力

材料力学在讨论强度和刚度等问题时，总是以某一构件作为研究对象，其他构件对此构件的作用力，就是它所受到的外力。当构件受到外力作用，例如受一对拉力作用时，相邻各质点间沿力作用方向的相对位置要远离，使整个构件伸长，这时构件各质点之间产生附加内力（简称内力），其作用是力图使各质点恢复其原来位置。所以，内力是由于外力而引起的；如果外力增加，将引起构件的进一步伸长，因之内力也随之增加。对任何一个构件，内力的增加总有一定限度（决定于构件材料、尺寸等因素），达到此限度时，构件就要破坏。材料力学研究构件的变形和破坏问题，离不开讨论内力与外力的关系以及内力的限度。

为了显示和计算构件的内力，必须假想地用截面把构件切开成两部分，这样内力就转化为外力而显示出来，并可用静力平衡条件将它求出，这种方法称为截面法。

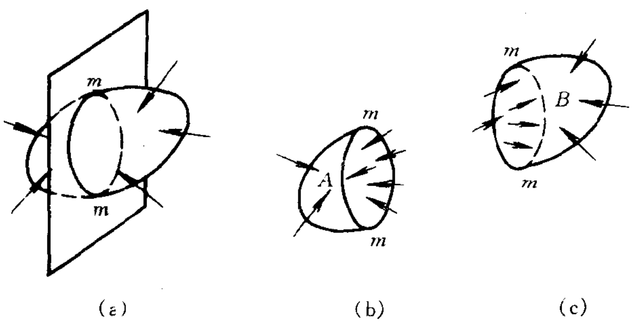

图 1－1

例如图 1－1（a）所示物体受多个外力作用，处于平衡状态。若求任一截面 $m-m$ 的内力，可以将物体假想地用 $m-m$ 平面截分为 A、B 两部分（图 1－1(b)，(c)），此时 A 部分的 $m-m$ 截面上将作用着 B 部分对它的作用力。这种作用力是以分布形式布满 $m-m$ 截面上，利用 A 部分的平衡可以求出这种分布内力的合力。同样，如果以 B 为研究对象，也可以求出 A 部分对其作用的内力合力。根据力的作用与反作用原理，这两组内力合力等值而反向。这种截面上分布形式的内力合力简称为内力。上述运用截面法的过程可归纳如下：①在需要求内力的截面处，将构件假想切开成两部分；②留下一部分、弃去另一部分，并以内力代替弃去部分对留下部分的作用；③根据留下部分的平衡条件求出该截面的内力。截面法是材料力学中研究内力的一个基本方法。根据连续性假设，内力连续分布于整个被截表面上。一般地说，截面上不同点处分布内力的大小和方向都不同。如图 1－2 所示，a 点周围微面积 ΔA 上内力的总和是 ΔP，当面积 ΔA 大小发生变化时，ΔP 的大小和方向均可能变化。现将 ΔP 沿截面的法线和切线方向分解为分量 ΔN 和 ΔT，再把

它们分别除以面积 ΔA，并以 σ_m 和 τ_m 表示其商，即

$$\sigma_m = \frac{\Delta N}{\Delta A}, \qquad \tau_m = \frac{\Delta T}{\Delta A}$$

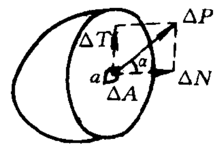

图 1－2

这里 σ_m 和 τ_m 分别代表 ΔA 面积内法向分布内力和切向分布内力的平均强弱，分别称为 ΔA 面积内的平均法向应力和平均剪应力。如果让 ΔA 缩小而趋于零，则 σ_m 和 τ_m 所趋近的极限值即分别代表该截面上 a 点处法向分布内力和切向分布内力的集度，它们分别称为该截面 a 点处的法向应力（简称正应力）σ 和剪应力 τ，即

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta A}, \qquad \tau = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta T}{\Delta A} \tag{1-1}$$

应力的国际单位为 Pa（帕斯卡（Pascal），简称帕），1 Pa = 1 N/m^2（牛顿/米^2）。由于此单位较小，材料力学上常用 MPa（兆帕）或 GPa（吉帕）。1 MPa = 10^6 Pa，1 GPa = 10^9 Pa。注意到

$$1\ \text{MPa} = 1 \times 10^6\ \text{N/m}^2 = 1 \times 10^6\ \text{N}/(1 \times 10^6\ \text{mm}^2) = 1\ \text{N/mm}^2 \tag{1-2}$$

故 1 MPa 与 1 N/mm^2 是相当的。国际单位与公制单位的换算见书末附录 C。

第 4 节　构件的分类及杆件变形的基本形式

构件的几何形状是各种各样的，大致可以归纳为四类，即杆、板、壳和块体（图 1－3）。

凡是一个方向的尺寸（长度）远大于其他两个方向尺寸（宽度和高度）的构件称为杆。垂直于杆件长度方向的截面，称为横截面，横截面中心的连线，叫做杆的轴线[①]。如果杆的轴线是直线，称为直杆；轴线为曲线，称为曲杆。各横截面尺寸不变的杆，叫等截面杆，否则，为变截面杆。工程中比较常见的是等截面直杆，简称等直杆，它是材料力学的主要研究对象。

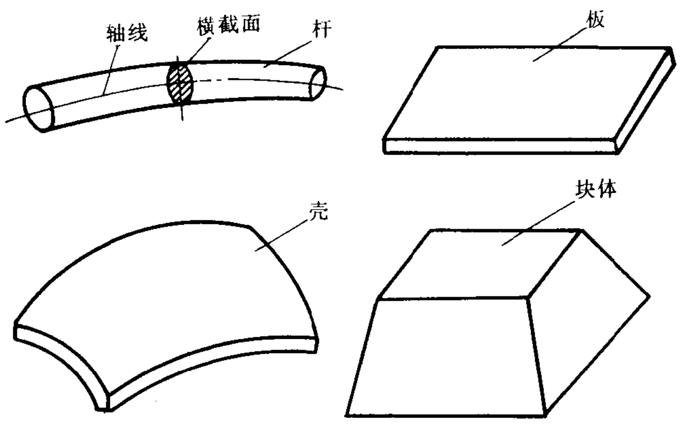

图 1－3

如果构件一个方向的尺寸（厚度）远小于其他两个方向的尺寸，就把平分这种构件厚度的面称为中面。中面为平面的称为板（或平板），中面为曲面的则称为壳。板和壳在石油、化工容器、船舶、飞机和现代建筑中用得很多。

三个方向（长、宽和高）尺寸相差不多（属同量级）的构件，称为块体，如机械上的短粗铸件。

杆件受外力作用后发生的变形也是多种多样的，但最基本的是拉伸（或压缩）、剪切、扭转和弯曲四种。其他一些复杂的变形都可以由以上四种变形组合而成，故拉压、剪切、扭转、弯曲即是杆件变形的基本形式。图 1－4 给出了这四种基本变形的一些实例：图(a)为拉

① 杆轴线应是横截面形心的连线，这一点后面讨论。

伸，图(b)为压缩，图(c)为剪切，图(d)为弯曲，图(e)为扭转。

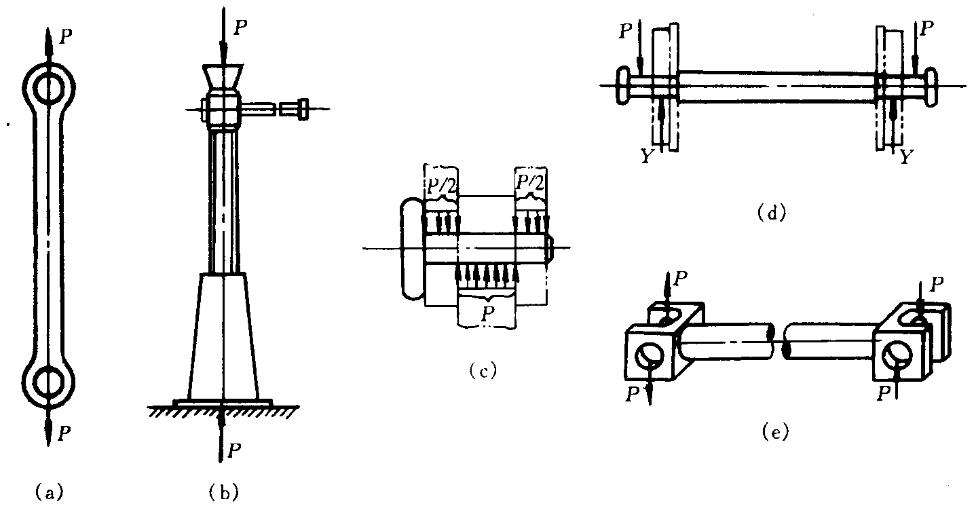

图 1－4

第 2 章　轴向拉伸与压缩

第 1 节　直杆的轴向拉伸与压缩

在工程结构和机械中，发生轴向拉伸或压缩变形的构件是很常见的，例如拧紧的螺栓、油缸的活塞杆、张紧的钢索、桁架中的杆件等均是承受拉伸或压缩的实例。这类构件的受力简图如图2－1(a)，(b)所示，沿杆的轴线受到向外或向内的外力作用，杆件发生轴向伸长或缩短。这种直杆的受力称为直杆的轴向拉伸或压缩。

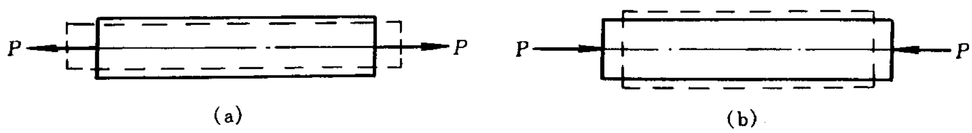

图 2－1

第 2 节　轴力和轴力图

首先研究直杆在轴向拉伸或压缩时的内力，以两端受力 P 的轴向拉伸直杆（图2－2）为例，求 $m-m$ 截面的内力。为此假想用一平面在 $m-m$ 截面处将杆截开，取左半部分为研究对象(图 2－2(b))。由于直杆原来处于平衡状态，切开后各部分仍应保持平衡。由平衡条件知 $m-m$ 截面上必有一个作用线与杆轴重合的内力 N，并且 $N=P$。如果以右半部分为研究对象(图 2－2(c))，可得内力 $N'=P$。

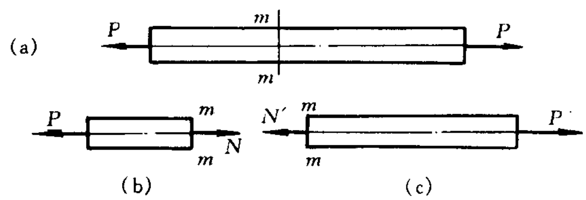

图 2－2

截面内力 N 及 N' 的作用线与轴线重合，称为轴力，并且规定当杆件受拉，轴力 N 背离截面时为正号；反之，当杆件受压，N 指向截面时为负号。这样，无论以截面哪一侧为研究对象，求得的轴力符号都相同。因此，以后讨论中不必再区别 N 与 N'，一律用 N 表示。

图 2－2(a)的直杆只在两端受拉力，每个截面上的轴力 N 都等于P。如果直杆承受多于两个外力时，直杆的不同段上将有不同的轴力。为了表示轴力随截面位置的变化，最好画出轴力沿杆轴线方向变化的图形，即轴力图，见下面例题。

例 2－1　试画出图2－3(a)直杆的轴力图。

解： 此直杆在 A、B、C、D 点承受轴向外力。先求 AB 段轴力。在段内用任一截面1－1截开，考察左段(图 2－3(b))，在截面上设出正的轴力 N_1。由此段的平衡方程$\sum X=0$ 得

$$N_1-6=0,\qquad N_1=+6\ \text{kN}$$

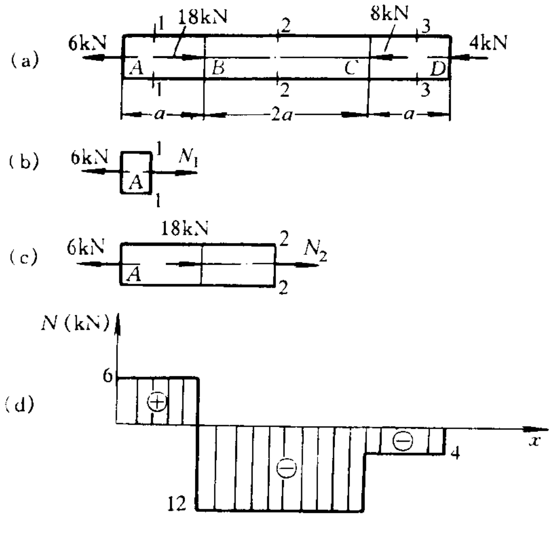

图 2－3

N_1 得正号说明原先假设拉力是正确的，同时也就表明轴力是正的。AB 段内任一截面的轴力都等于 $+6$ kN。再求 BC 段轴力，在 BC 段内用任一截面 2－2 截开，仍考察左段（图 2－3(c)），在截面上仍设正的轴力 N_2，由 $\Sigma X=0$ 得

$$-6+18+N_2=0, \quad N_2=-12\ \mathrm{kN}$$

N_2 得负号说明原先假设拉力是不对的（应为压力），用时又表明轴力 N_2 是负的。BC 段内任一截面的轴力都等于 -12 kN。同理得 CD 段内任一截面的轴力都是 -4 kN。然后以杆轴 x 表示截面的位置，以垂直杆轴的坐标表示对应截面的轴力，即可按选定的比例尺画出轴力图（简称 N 图），如图2－3(d)。由此图可知数值最大的轴力发生在 BC 段内。

由上例可看出，利用截面法画轴力图时，在切开的截面上总是设出正轴力 N，然后由 $\Sigma X=0$ 求出 N，如 N 得正说明是正轴力（拉力），得负则说明是负轴力（压力）。

第 3 节　横截面上的应力

应用截面法，可求得轴向拉压时任一横截面上的轴力。欲求各点处分布内力的集度——应力，则须知该截面上的内力分布规律。先取一等直杆，在其表面画出许多与轴线平行的纵线和与它垂直的横线，如图 2－4(a)。在两端施加轴向拉力 P 后，杆件发生变形，如图中虚

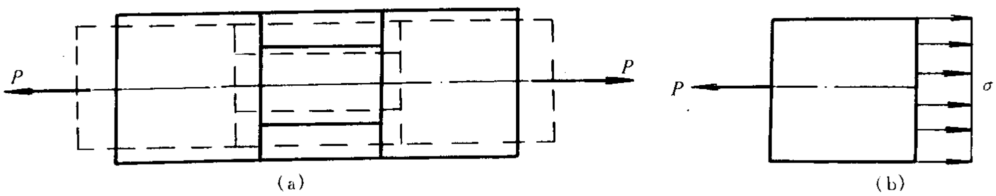

图 2－4

线所示。我们发现所有纵线的伸长都相等，而横线保持为直线，并仍与纵线垂直。如果把杆设想为由无数纵向纤维组成，根据各纤维的伸长都相同，可知它们所受的力也相等，如图 2－4(b)。于是可做出平截面假设：直杆在轴向拉压时横截面仍保持为平面。据此可知，在横截面上作用着均匀分布的正应力 σ。若杆轴力为 N，横截面面积为 A，$\sigma A=N$，于是

$$\sigma=N/A \qquad (2-1)$$

当轴力为正号（拉伸）时，正应力也得正号，称为拉应力；当轴力为负号（压缩）时，正应力得负号，称为压应力。用（2－1）式计算应力时可只用轴力绝对值代入，而根据观察判断正应力的正负号。

至于杆端加力方式对杆件横截面上的影响，研究表明，只要拉力的大小一样，杆端加力方式的不同，只对杆端附近截面的应力分布有影响，受影响的长度不超出杆的横向尺寸。上述论断，称为圣文南（Saint-Venant）原理，即杆端有不同的外力作用时，只要它们是静力

等效，则对于离开杆端稍远截面上的应力分布没有影响。这一原理对于其他变形形式也适用。至于加力点附近的应力分布情况比较复杂，必须另行讨论。

第4节　许用应力和强度条件

以上得到了直杆拉伸时横截面上的应力，当外力增加时这一应力也随之增长。对于某一种材料，应力的增长是有限度的，超过这一限度，材料就要破坏，这个限度称为该种材料的极限应力 $\sigma_{\lim}$，其值要通过材料的力学性能试验来测定（见第3章）。将测定的 $\sigma_{\lim}$ 作适当降低，作为杆件能安全工作的应力最大值，这就是许用应力 $[\sigma]$。表2-1给出了常用材料许用应力的约值。在拉压问题中为了满足安全工作的要求，杆件必须符合如下的强度条件

$$\sigma = N/A \leqslant [\sigma] \tag{2-2}$$

表2-1　常用材料的许用应力值（适用于常温、静载和一般工作条件）

材料名称	牌　号	应力种类（MPa）		
		$[\sigma_t]$	$[\sigma_c]$	$[\tau]$
普通碳钢	Q215（A2）	137～152	137～152	84～93
普通碳钢	Q235（A3）	152～167	152～167	93～98
优质碳钢	45	216～238	216～238	128～142
低碳合金钢	16Mn	211～238	211～238	127～142
灰铸铁		28～78	18～147	—
铜		29～118	29～118	—
铝		29～78	29～78	—
松木（顺纹）		6.9～9.8	8.6～12	0.98～1.27
混凝土		0.098～0.69	0.98～8.8	—

注：(1) $[\sigma_t]$ 为许用拉应力，$[\sigma_c]$ 为许用压应力，$[\tau]$ 为许用剪应力。
(2) 材料质量较好，厚度或直径较小时取上限；材料质量较差，尺寸较大时取下限。其详细规定可参阅有关设计规范。
(3) 本书所有关于应力的数据多取自现行的工程手册，并采用国际单位，以后不再一一注明。

应用强度条件式（2-2）可以解决以下三类问题：

(1) 强度校核　已知构件横截面面积 A、材料的许用应力 $[\sigma]$ 以及所受载荷，校核式（2-2）是否满足从而检验构件是否安全；

(2) 设计截面　已知载荷及许用应力 $[\sigma]$，根据强度条件设计截面尺寸；

(3) 确定许可载荷　已知截面面积 A 和许用应力 $[\sigma]$ 根据强度条件确定许可载荷。

例2-2　某冲压机的曲柄滑块机构如图2-5(a)。冲压时连杆 AB 接近水平，冲压力 $P=3.78$ MN（1 MN $=10^6$ N）。连杆横截面为矩形，高与宽之比 $h/b=1.4$，材料为45钢，许用应力 $[\sigma]=90$ MPa。试设计截面尺寸。

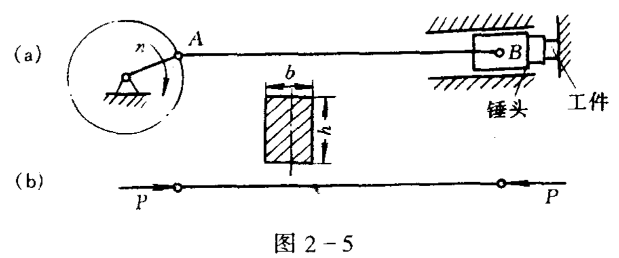

图2-5

解：由于冲压时连杆近于水平，连杆所受压力近似等于 P，轴力 $N=3.78$ MN。由强

度条件式（2－2）有 $A \geqslant N/[\sigma] = 3.78 \times 10^6/90 = 42000\ \mathrm{mm}^2$

在运算中力的单位用N(牛)，应力的单位为 MPa（即 $\mathrm{N/mm^2}$），故得到的面积单位就是 mm^2。

$$A = bh = 1.4b^2 = 4.2 \times 10^4$$

$$b = 173.2\ \mathrm{mm},\quad h = 1.4b = 242\ \mathrm{mm}$$

在强度计算中，原始数据多为三位有效数字，故计算结果一般也为三位有效数字（当第一位为 1 时，按有效数字计算规则，可取四位）。在实际中求得的尺寸应圆整为整数，如上例取 $b = 175$ mm，$h = 245$ mm。又本例的许用应力较低，这主要是考虑工作时有比较强烈的冲击作用。

例 2－3 某张紧器（图 2－6）承受的最大张力 $P = 30$ kN（1 kN $= 10^3$ N），套筒和拉杆的材料均为 Q235 钢，$[\sigma] = 160$ MPa。试校核其强度。

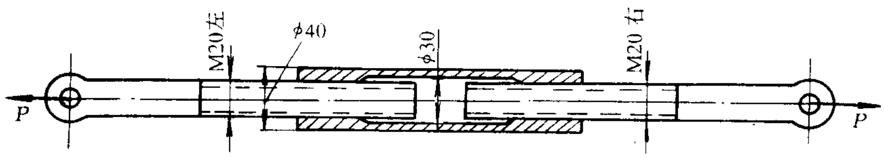

图 2－6

解： 此张紧器的套筒与拉杆均受拉伸，轴力 $N = P = 30$ kN。先比较套筒与拉杆的横截面面积，拉杆按 M20 螺纹内径 $d_1 = 17.29$ mm 计算，$A_1 = 235\ \mathrm{mm}^2$；套筒按内径 $d_2 = 30$ mm，外径 $D_2 = 40$ mm 计算，$A_2 = 550\ \mathrm{mm}^2$。故最大拉应力

$$\sigma_{max} = N/A_{min} = 30 \times 10^3/235 = 127.7\ \mathrm{MPa} < [\sigma]$$

因而强度足够。注意在计算应力时，力的单位用 N，尺寸单位用 mm，故由式（1－2）可知算得的应力单位就是 MPa。本书在计算应力时均采用这种办法，以后就不再说明了。

例 2－4 一个三角架(图 2－7(a))，$\alpha = 30°$，斜杆由两根 $80 \times 80 \times 7$ 等边角钢组成，横杆由两根 10 号槽钢组成，材料均为 Q235 钢，许用应力 $[\sigma] = 120$ MPa。求许可载荷 P。

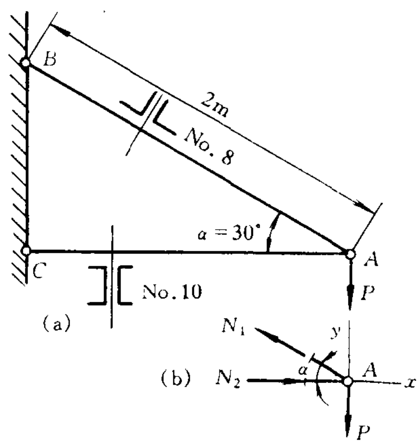

图 2－7

解： 1. 受力分析

围绕 A 点将 AB、AC 两杆截开得分离体，如图2－7(b)。在这里假设 N_1 为拉力，N_2 为压力。由平衡条件

$$\sum Y = 0 \qquad N_1 = \frac{P}{\sin 30°} = 2P \tag{a}$$

$$\sum X = 0 \qquad N_2 = N_1 \cos 30° = 2P\cos 30° = 1.732\ P \tag{b}$$

2. 计算许可轴力 $[N]$

由书末附录B的型钢表查得斜杆横截面面积 $A_1 = 10.86 \times 2 \times 10^2 = 2172\ \mathrm{mm}^2$，横杆横截面面积 $A_2 = 12.74 \times 2 \times 10^2 = 2548\ \mathrm{mm}^2$，由式（2－2）得许可轴力 $N = A[\sigma]$，于是

$$[N_1] = 2.172 \times 10^3 \times 120 = 260.6\ \mathrm{kN}$$

$$[N_2] = 2.548 \times 10^3 \times 120 = 305.8\ \mathrm{kN}$$