



数学分析题集

邝荣雨 杨新华 林 莉 编著

教育科学出版社

数学分析题集

邝荣雨 杨新华 林 莉 编著

教育科学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学分析题集/邝荣雨等编著. -北京:教育科学出版社,1997. 7
ISBN 7-5041-1652-1

I. 数… II. 邝… III. 数学分析-习题 IV. 017-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 21874 号

责任编辑 郑桂泉

责任印制 尹朋好

责任校对 赵连杰

教育科学出版社出版、发行

(北京·北太平庄·北三环中路 46 号)

邮编 100088 电话 (010)62013803

各地新华书店经销

中国农业出版社印刷厂印装

开本:850 毫米×1168 毫米 1/32 印张:16.25 字数:460 千

1997 年 7 月第 1 版 1997 年 7 月第 1 次印刷

印数:00 001—5 000 册 定价:18.00 元

序

这是一本很有特色的数学分析习题集,除了一般习题集中常见的练习题(计算题,证明题)外,还增添了一部分不同难度的新题,并将一些难度较大的题目分解改编为较易的系列题,特别是作者新编了300多道新颖的思考题和近470道客观型题(填空题,选择题与改错题)。这些题目不落俗套,对启发学生思维,正确理解概念,正确运用理论和加强解题方法的训练很有好处;对于教师和学生都是很好的教学参考资料。

目前,这类题集尚属少见。本书对数学分析课程的教学必有帮助,宜置于案头,时时参阅。

王梓坤

1996.3.28

本书记号与约定

N —自然数集; Z —整数集; Q —有理数集; $R = (-\infty, +\infty)$ —实数集; $R \cup \{-\infty, +\infty\} = [-\infty, +\infty]$ —广义实数集.

$U(a; \delta)$ —点 $a \in R$ 的 δ -邻域; $\dot{U}(a; \delta)$ —点 $a \in R$ 的 δ -空心邻域.

$C(D)$ —集 D 上一切连续函数之集; $C^k(D)$ —集 D 上一切有连续的 k 阶导数(或偏导数)的函数之集; $C^\infty(D)$ —集 D 上一切有任意阶导数(或偏导数)的函数之集.

$\mathcal{R}[a, b]$ —有界闭区间 $[a, b]$ 上一切黎曼可积函数之集.

在函数或导函数的自变量变化范围已给定, 且不致引起混淆时, 我们常省去自变量及其变化域, 而写成 $f = 0, f > 0, f' > 0$ 等等. 我们用“ $f \neq g$ ”表示 f 恒不等于 g ; 用“ $f \not\equiv g$ ”表示 f 不恒等于 g . 函数 f 单调增(严格增)与单调减(严格减), 有时简记作 $f \nearrow (f \nearrow (\text{严})); f \searrow (f \searrow (\text{严}))$.

所谓数列 $\{x_n\}$ 的聚点 a , 是指点 a 的任一邻域 $U(a)$ 内总含有异于 a 的数列的项, 我们约定, 不同的足码对应着不同的项.

本书称下凸(上凸)函数为凸(凹)函数; 称曲线 $y = f(x)$ 上拐点的横坐标为函数 f 的拐点; 称曲线 $y = f(x)$ 的渐近线为函数 f 的渐近线.

本书以集合 $\Omega = \{a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b\}$ 表示 $[a, b]$ 的一个分法; 用 $\|\Omega\| = \max_{1 \leq i \leq n} \{\Delta x_i = x_i - x_{i-1}\}$ 表示分法 Ω 的模; $\omega_i(\Omega) = M_i(\Omega) - m_i(\Omega)$ 表示 f 在 $I_i = [x_{i-1}, x_i]$ 上的振幅; $\bar{S}(\Omega)$

与 $\underline{S}(\Omega)$ 分别表示 f 在 $[a, b]$ 上关于 Ω 的达布上和与下和; $\bar{J} =$

$\int_a^b f(x) d(x)$ 与 $\underline{J} = \int_a^b f(x) dx$ 分别表示 f 在 $[a, b]$ 上的黎曼上积分

与下积分.

本书用式子 $f(x_0 + h) - f(x_0) = L_{x_0}(h) + o(h)$ ($h \rightarrow 0$) 表示向量值函数 $f: \mathbf{R}^n \supset D \rightarrow \mathbf{R}^n$ 在 $x_0 \in D^0$ 可微, 其中线性变换 L_{x_0} 称为 f 在 x_0 的导数 (Frechet 导数), 记作 $f'(x_0)$.

本书用式子 (如果存在的话)

$$f'_v(x_0) = \frac{\partial f}{\partial v}(x_0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + tv) - f(x_0)}{t}$$

定义实值函数 $f(x)$ 在 $x_0 \in \mathbf{R}^n$ 沿方向 v 的方向导数 ($\mathbf{R}^n$ 中任一单位向量 $v = (\cos \theta_1, \dots, \cos \theta_n) \in \mathbf{R}^n$ 叫做方向).

本书偏导数记号为 $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = f_{xy} = f_{12}$ 等等.

本书球坐标系采用 $x = r \sin \varphi \cos \theta$, $y = r \sin \varphi \sin \theta$, $z = r \cos \varphi$, 其中 $0 < r < +\infty$, $0 < \varphi < \pi$, $0 < \theta < 2\pi$.

目 录

本书记号与约定

— I — 填空题与选择题

- 1— 分析基础(函数、极限、连续、实数) (1)
 填空题(1) 选择题(6)
- 2— 一元微积分 (16)
 填空题(16) 选择题(20)
- 3— 收敛理论(数项级数、广义积分、函数项级数、
 含参变量积分)..... (31)
 填空题(31) 选择题(36)
- 4— 多元微积分 (47)
 填空题(47) 选择题(53)

— I — 思考题与练习题

- 1— 函数 (66)
 思考题(66) 绝对值与不等式(67) 函数、复合函数与反函数(68) 函
 数的几种特性(70) 综合题(72)
- 2— 极限 (74)
 思考题(74) 极限与广义极限概念(78) 极限计算(80) 极限证明初
 步(84) 极限不存在(87) 综合题(87)
- 3— 连续 (91)
 思考题(91) 连续与间断(93) 连续函数局部性质(96) 利用连续性
 求极限(97) 连续函数整体性质——零值性与介值性(97) 连续函数
 整体性质——有界性与最值性(98) 连续函数整体性质——一致连续
 性(100) 综合题(102)

—4—	实数理论.....	(104)
	思考题(104) 确界原理与闭区间套原理(108) 极限存在准则(单调收敛原理、柯西收敛原理)(112) 列紧性原理与紧性原理(115) 上、下极限(118) 综合题(120)	
—5—	导数与微分.....	(123)
	思考题(123) 导数概念(125) 显函数的导数(127) 参数式与隐函数的导数(130) 微分与高阶导数(131) 导数的初步应用(134) 综合题(135)	
—6—	一元微分学理论与应用.....	(139)
	思考题(139) 微分中值定理(142) 展函数为泰勒公式(145) 未定式极限(146) 函数性态、图象与应用(148) 用微分学方法证明不等式(152) 函数单调性与极值的证明题(153) 洛必达法则与泰勒公式的证明题(155) 凸函数(156) 综合题(158)	
—7—	不定积分.....	(162)
	思考题(162) 简单积分法(163) 第一换元法(凑微分法)(164) 第二换元法(166) 分部积分法(167) 特殊类型函数积分法(168) 综合题(170)	
—8—	定积分.....	(173)
	思考题(173) 定积分概念与性质(178) 可积准则与可积函数类(180) 定积分计算(182) 变限积分(185) 定积分的几何应用(188) 定积分的物理应用(190) 定积分计算与证明杂题(191) 积分的极限(196) 积分不等式与估值(197) 综合题(200)	
—9—	数项级数.....	(203)
	思考题(203) 级数概念与性质(206) 正项级数(209) 任意项级数(214) 收敛级数的代数性质(217) 综合题(218)	
—10—	广义积分.....	(222)
	思考题(222) 广义积分计算(224) 非负函数的广义积分(226) 任意函数的广义积分(229) 综合题(231)	
—11—	函数项级数.....	(234)
	思考题(234) 函数列的一致收敛性(239) 函数项级数的一致收敛性(243) 和函数的分析性质(248) 幂级数(251) 泰勒级数(254) 综合题(256)	

- 12- 傅里叶级数 (260)
 思考题(260) 傅氏级数概念(261) 傅氏级数的收敛定理(263) 傅氏级数的分析性质(264)
- 13- $\mathbf{R}^n$ 空间与多元函数 (267)
 思考题(267) $\mathbf{R}^n$ 空间与映射(270) 点集与点列(273) $\mathbf{R}^2$ 的重要性质(275) 多元函数极限(276) 多元连续函数(278) 综合题(281)
- 14- 多元函数微分学 (284)
 思考题(284) 偏导数与全微分(286) 方向导数(289) 复合函数的微分法则(291) 高阶偏导数(294) 微分中值定理与泰勒公式(296) 多元函数的导数(Frechet 导数)(299)
- 15- 隐函数,反函数与微分学应用 (302)
 思考题(302) 隐函数及其微分法(303) 反函数及其微分法(309) 换元法(311) 几何应用(313) 普通极值(315) 条件极值(317)
- 16- 含参变量积分 (319)
 思考题(319) 含参变量常义积分(320) 含参变量广义积分的一致收敛性(323) 含参变量广义积分的分析性质(326) 欧拉积分(330) 综合题(332)
- 17- 重积分 (337)
 思考题(337) 重积分概念与性质(338) 二重积分计算(342) 三重积分计算(347) 重积分的几何与物理应用(351) 综合题(353)
- 18- 曲线积分与曲面积分 (357)
 思考题(357) 曲线积分计算(359) 曲面积分计算(361) 格林公式、高斯公式与斯托克斯公式(363) 曲线积分与路径无关性(366) 曲线、曲面积分的应用(367) 综合题(368)

答案与提示

- I - 填空题与选择题

- 1 - (372) - 2 - (374) - 3 - (376) - 4 - (378)

- II - 思考题与练习题

- 1 - (381) - 2 - (384) - 3 - (390) - 4 - (396)

- 5 - (400) - 6 - (407) - 7 - (418) - 8 - (427)

— **9** — (440) — **10** — (449) — **11** — (454) — **12** — (465)
— **13** — (468) — **14** — (474) — **15** — (481) — **16** — (489)
— **17** — (497) — **18** — (500)

— I — 填空题与选择题

— 1 — 分析基础

(函数、极限、连续、实数)

填空题(I.1.1 ~ I.1.61)

I.1.1 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 3]$, 则 $f(x^2)$ 的定义域为 _____.

I.1.2 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$, 则 $f(\cos x)$ 的定义域为 _____.

I.1.3 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 4]$, 则 $f(x+1) + f(x-1)$ 的定义域为 _____.

I.1.4 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x > 0, \\ x-1, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f^{-1}(x)$ 的定义域为 _____.

I.1.5 设 $f(x) = (|x| + x)(1 - x)$, 则

(1) 满足 $f(x) = 0$ 的 x 值为 _____.

(2) 满足 $f(x) < 0$ 的 x 值为 _____.

I.1.6 设 $f(x+1) = x^2 + 3x + 5$, 则 $f(x) =$ _____;
 $f(x-1) =$ _____.

I.1.7 设 $f(x + \frac{1}{x}) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, 则 $f(x) =$ _____.

I.1.8 (1) 当 $x = \frac{1}{k}$ 时 ($k \in \mathbf{Z}, k \neq 0$), $[\frac{1}{x}] =$ _____;

(2) 当 $\frac{1}{k+1} < x < \frac{1}{k}$ 时 ($k \in \mathbf{Z}, k \neq 0, -1$),

$$\left[\frac{1}{x}\right] = \underline{\hspace{2cm}};$$

(3) 当 $x > 1$ 时, $\left[\frac{1}{x}\right] = \underline{\hspace{2cm}};$

(4) 当 $x < -1$ 时, $\left[\frac{1}{x}\right] = \underline{\hspace{2cm}}.$

I. 1. 9 设 $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} g(x) = \begin{cases} x+1, & x < 1, \\ x, & x \geq 1, \end{cases}$
则 $f(x) + g(x) = \underline{\hspace{2cm}}; f(x) - g(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

I. 1. 10 设 $f(x) = x - |x - 2|, g(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq 2, \\ x^2, & x > 2, \end{cases}$
则 $f(x) + g(x) = \underline{\hspace{2cm}}; f(x) - g(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

I. 1. 11 设 $f(x) = ax + b$, 当 $a = \underline{\hspace{2cm}}, b$ 为任意数时,
 $f(f(x)) = x.$

I. 1. 12 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases} g(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & |x| \leq 2, \\ 2, & |x| > 2, \end{cases}$
则 $f(g(x)) = \underline{\hspace{2cm}}.$

I. 1. 13 设 $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$, 则 $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

I. 1. 14 设 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1, \\ 3-x, & 1 \leq x \leq 2, \end{cases}$
则 $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

I. 1. 15 设 $f(x)$ 满足等式 $f^2(\ln x) - 2xf(\ln x) + x^2 \ln x = 0$,
($0 < x \leq e$), 且 $f(0) = 0$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

I. 1. 16 $f(x) = e^x$ 可表为一个偶函数 $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 与一个
奇函数 $h(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 之和.

I. 1. 17 任何 $f(x)$ 可表为一个偶函数 $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 与一个
奇函数 $h(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 之和.

I. 1. 18 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \neq A$ 的肯定语句是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

I. 1. 19 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \neq +\infty$ 的肯定语句是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

I. 1. 20 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, 当 $0 < |x - a| < \delta$ 时, 有 $f(x) > 0$, 则 A _____.

I. 1. 21 设 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$, 则 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 存在的条件是 _____.

I. 1. 22 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} =$ _____; $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} =$ _____;
 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x)^{\frac{1}{x}} =$ _____; $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} =$ _____.

I. 1. 23 设 $x_{2n-1} = \frac{2^n - 1}{2^n}, x_{2n} = \frac{2^n + 1}{2^n} \quad (n \in \mathbf{N})$, 则

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n =$ _____;

(2) 要使 $|x_n - 1| < 10^{-4}$, 只要 $n \geq$ _____.

I. 1. 24 设 $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - f(0)) = 0$,

则 $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x) - f(-x)| =$ _____.

I. 1. 25 (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{1+x^2} - x) =$ _____;

(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{1+x^2} + x) =$ _____.

I. 1. 26 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - ax + 3}{x - 1} = b$, 则 $a =$ _____;
 $b =$ _____.

I. 1. 27 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} - 1}{x^{2n} + 1} \quad (x \neq 0)$,

则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ _____.

I. 1. 28 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + x^{2n}}$, 则 $f(x) =$ _____.

I. 1. 29 设 $f(u) = \begin{cases} 0, & u \neq 0, \\ 1, & u = 0, \end{cases} \quad u = g(x) = 0, x \in \mathbf{R},$

则 $\lim_{u \rightarrow 0} f(u) =$ _____; $\lim_{x \rightarrow 0} f(g(x)) =$ _____.

I. 1. 30 $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{k})^+} [\frac{1}{x}] =$ _____; $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{k})^-} [\frac{1}{x}] =$ _____.

(其中 $k \in \mathbf{Z}, k \neq 0$).

$$I. 1.31 \quad \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{k})^+} \left(\frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x} \right] \right) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{k})^-} \left(\frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x} \right] \right) = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (其中 } k \in \mathbb{Z}, k \neq 0 \text{)}.$$

$$I. 1.32 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[x]}{x} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{[x]}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$I. 1.33 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

- $I. 1.34$ (1) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $o(x) - o(x) = \underline{\hspace{2cm}};$
 (2) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $n \geq m, o(x^n) \pm o(x^m) = \underline{\hspace{2cm}};$
 (3) 当 $x \rightarrow \infty$ 时, $n \geq m, o(x^n) \pm o(x^m) = \underline{\hspace{2cm}}.$

- $I. 1.35$ (1) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+x) \sim \underline{\hspace{2cm}};$
 (2) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $e^x - 1 \sim \underline{\hspace{2cm}};$
 (3) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $(1+x)^a - 1 \sim \underline{\hspace{2cm}}.$

- $I. 1.36$ (1) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} \sim \underline{\hspace{2cm}};$
 (2) 当 $x \rightarrow +\infty$ 时, $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} \sim \underline{\hspace{2cm}}.$

- $I. 1.37$ 函数 f 在 (a, b) 上不连续的肯定语句是 .

- $I. 1.38$ 若函数 f 在 x_0 连续, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)) = \underline{\hspace{2cm}}.$

- $I. 1.39$ 设函数 f 在 $x=0$ 连续, $\forall x \neq 0$, 有 $f(x) = (1-2x)^{\frac{1}{x}}$, 则 $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}.$

- $I. 1.40$ 已知 $f(x) = \begin{cases} x+a, & x \leq 0, \\ \ln(x+e), & x > 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 连续, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

- $I. 1.41$ 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \arctan(1+x^n)$, 则 f 的定义域为 , f 的间断点为 .

- $I. 1.42$ 设 $f(x) = \begin{cases} x^a \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \\ e^x + \beta, & x \leq 0, \end{cases}$ 则

- (1) 当 α _____; β _____ 时, f 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续;
 (2) 当 $\alpha \leq 0$ 时, f 在 _____ 上连续.
- I. 1.43 设 $f(x) = \operatorname{sgn} x, g(x) = \sin x$, 则
 (1) $f(g(x))$ 在 _____ 上连续;
 (2) $g(f(x))$ 在 _____ 上连续.
- I. 1.44 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{\pi \sqrt[n]{n}}{2}\right) =$ _____.
- I. 1.45 设函数 f 在 $x = 1$ 连续, 且 $f(1) = 1$,
 则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln[1 + f(x^{\frac{1}{x}})] =$ _____.
- I. 1.46 函数 f 在 (a, b) 上不一致连续的肯定语句是 _____.
- I. 1.47 设函数 $f \in C[a, b]$, 且 $\forall r \in \mathbf{Q} \cap [a, b]$, 有 $f(r) = 1$,
 则 $\forall x \in [a, b], f(x) =$ _____.
- I. 1.48 设函数 $f \in C[0, 2], \forall x \in [0, 2], f(x)$ 皆为有理数, 且
 $f(1) = 2$, 则 $\forall x \in [0, 2], f(x) =$ _____.
- I. 1.49 设 $E_1 = \{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}, E_2 = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$, 则 $\sup E_1 =$ _____; $\inf E_1 =$ _____;
 $\sup E_2 =$ _____; $\inf E_2 =$ _____.
- I. 1.50 设 $x_n = \sqrt[n]{n}$, 则 $\{x_n\}$ 的聚点是 _____; $\sup\{x_n\} =$ _____; $\inf\{x_n\} =$ _____.
- I. 1.51 设 $\emptyset \neq E \subset \mathbf{R}$, 数 α 是 E 的下界但不是 E 的下确界的肯定叙述是 _____.
- I. 1.52 设 E 是非空有上界数集, F 是 E 的所有上界组成的集, 记 $\beta = \min F$, 则 $\sup E$ _____ β .
- I. 1.53 设 $E = \{x | x \in (0, 1) \text{ 中的无理数}\}$, 则
 $\sup E =$ _____; $\inf E =$ _____; E 的聚点是 _____.
- I. 1.54 设 $E = \{x | x^2 < 2\} \subset \mathbf{R}$, 则
 $\sup E =$ _____; $\inf E$ _____; E 的聚是 _____.

I. 1.55 设 $x_n = \sqrt[n]{|\cos \frac{n\pi}{3}|}$, 则 $\{x_n\}$ 的最大的聚点是_____;
最小的聚点是_____.

I. 1.56 设 $x_n = n^{(-1)^n}$, 它有一个收敛子列是_____.

I. 1.57 设 $x_n = \frac{2n}{n+1} \sin \frac{n\pi}{2}$, 它有三个收敛子列, 分别是
_____; _____; _____.

I. 1.58 设 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$, $x \in \mathbf{R}$, 则
 $\sup\{f(x) | x \in \mathbf{R}\} =$ _____; $\inf\{f(x) | x \in \mathbf{R}\} =$ _____;
 $\max\{f(x) | x \in \mathbf{R}\} =$ _____; $\min\{f(x) | x \in \mathbf{R}\} =$ _____.

I. 1.59 设开区间 $I = (0, \frac{1}{2})$, 开区间族 $\mathcal{S} = \left\{ \left(\frac{1}{n+2}, \frac{1}{n} \right), \left(-\frac{1}{6}, \frac{1}{6} \right) \mid n \in \mathbf{N} \right\}$, 则 I 的有限子覆盖是_____.

I. 1.60 设 $x_n = (-1)^{n-1} \left(2 + \frac{3}{n} \right)$, 则 $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n =$ _____;
 $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n =$ _____.

I. 1.61 设 $x_n = \sqrt{1 + 2^{(-1)^n n}}$, 则 $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n =$ _____;
 $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n =$ _____.

选择题 (I. 1.62 ~ I. 1.120)

I. 1.62 设 f, g 在 $(-\infty, +\infty)$ 上分别是奇、偶函数, 则
 $f(g(x))$ 与 $g(f(x))$ ()

- (A) 都是偶函数; (B) 都是奇函数;
(C) 一是奇函数, 一是偶函数; (D) 都是非奇非偶函数.

I. 1.63 设 f, g 在 $(-\infty, +\infty)$ 上都是奇函数, 则 $g(f(x))$ 与
 $f(g(x))$ ()

- (A) 都是偶函数; (B) 都是奇函数;

(C) 一是奇函数,一是偶函数;(D) 都是非奇、非偶函数.

I. 1.64 设 f 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是奇函数,且在 $(0, +\infty)$ 上严格增,则 f 在 $(-\infty, 0)$ 上 ()

(A) 严格减; (B) 严格增;

(C) 既非严格增,也非严格减;

(D) 可能严格增,也可能严格减.

I. 1.65 设 f 在 $[-a, a]$ 上是偶函数,则 $f(-x)$ 在 $[-a, a]$ 上是 ()

(A) 奇函数; (B) 偶函数;

(C) 非奇、非偶函数; (D) 可能是奇函数,也可能是偶函数.

I. 1.66 设 f 在 $[a, b]$ 上无界,且 $f(x) \neq 0$,

则 $\frac{1}{f(x)}$ 在 $[a, b]$ 上 ()

(A) 无界; (B) 有界;

(C) 有上界或有下界; (D) 可能有界,也可能无界.

I. 1.67 若 f 存在反函数,则反函数 f^{-1} ()

(A) 是单调函数; (B) 是严格单调函数;

(C) 不是单调函数; (D) 不一定是单调函数.

I. 1.68 设 f 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是奇函数,且存在反函数 f^{-1} ,则 f^{-1} ()

(A) 是奇函数; (B) 是偶函数;

(C) 是非奇、非偶函数;

(D) 可能是奇函数,也可能是偶函数.

I. 1.69 $\forall x \in (-\infty, +\infty)$,若函数 f 满足 $f(f(x)) = x$,则满足上述条件的 f ()

(A) 只有一个; (B) 一个都没有;

(C) 有有限个; (D) 有无穷多个.

I. 1.70 $y = \sin x$ 在 $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ 上的反函数是 ()

(A) $x = \arcsin y$; (B) $x = \pi - \arcsin y$;