工程力学

下　册

材 料 力 学

南京建筑工程学校 主编

中等专业学校试用教材

中国建筑工业出版社

本书内容包括直杆的拉伸和压缩、剪切与挤压、圆轴的扭转、平面图形的几何性质、直梁弯曲时的内力和强度计算、直梁的变形及静不定梁、应力状态和强度理论、组合变形杆件的强度计算、压杆的稳定性、动载荷和交变应力等。书中除列举例题以帮助读者理解基本理论及其应用外，在各章后还附有思考题和习题。

本书可作为中等专业学校建筑机械专业《工程力学》课程《材料力学》部分的试用教材，亦可供其他有关专业及工程技术人员参考。

中等专业学校试用教材

工 程 力 学

下 册

材 料 力 学

南京建筑工程学校 主编

*

中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

*

开本：787×1092毫米 1/16 印张：17½ 字数：423 千字

1980年12月第一版 1980年12月第一次印刷

印数：1—15,530 册 定价：1.30元

统一书号：15040·3817

编 写 说 明

1978年5月在西安召开的建筑类中等专业学校建筑机械专业教材编审座谈会，审订了184学时的《工程力学》教材的编写大纲，并委托南京建筑工程学校主编、四川建筑工程学校协编此书，作为中等专业学校建筑机械专业《工程力学》课程的试用教材。

本书分为上下两册：上册——理论力学；下册——材料力学。

在编写过程中，编者力图将工程力学的基本概念、基本原理和基本方法阐述清楚。为了培养学生分析问题和解决问题的能力，适应实现四个现代化的需要，本书取材较广，并适当地加深了深度，加强了实例分析，配备了一定数量的习题。一些带“*”号的例题和习题，可以作为因材施教的内容。

参加本书下册编写的有：南京建筑工程学校毛希球（引言、第八、九、十章），赵中燕（第一、二、三章），段钦瑜（第四、十一章）；四川建筑工程学校黄壁光（第五、六、七章）。

本书由湖南省建筑学校负责主审。在审定过程中，湖南省建筑学校的领导给予了大力的支持，朱德爵、梁光碧两同志直接参加了审稿工作，提供了许多宝贵的意见，编者特在此表示感谢。限于编者思想水平和业务水平，本书错误之处在所难免，恳切地希望读者指正和批评。

编 者

一九七九年四月

目　录

引　言 …… I

第一章　直杆的拉伸与压缩 …… 6

第一节　概述 …… 6

第二节　拉伸与压缩的内力·截面法 …… 6

第三节　横截面上的正应力 …… 10

第四节　拉伸和压缩时的变形·虎克定律·泊松比 …… 12

第五节　拉伸（或压缩）时的变形位能 …… 17

第六节　拉伸和压缩时的材料机械性质的研究 …… 19

第七节　拉伸和压缩的强度计算 …… 24

第八节　薄圆环的计算 …… 29

第九节　拉伸和压缩的静不定问题 …… 31

思考题 …… 38

习　题 …… 39

第二章　剪切与挤压 …… 44

第一节　剪切概念 …… 44

第二节　剪切时的应力和变形 …… 45

第三节　剪切虎克定律和剪切弹性模量 …… 46

第四节　挤压 …… 47

第五节　剪切和挤压的强度计算 …… 48

思考题 …… 54

习　题 …… 54

第三章　圆轴的扭转 …… 57

第一节　扭转概念 …… 57

第二节　力偶矩、转速和功率间的关系 …… 57

第三节　扭矩、扭矩图 …… 58

第四节　扭转时的应力和变形 …… 60

第五节　圆轴扭转时的强度和刚度计算 …… 64

第六节　扭转时的变形能 …… 68

第七节　圆柱形密圈螺旋弹簧的计算 …… 69

思考题 …… 73

习　题 …… 73

第四章　平面图形的几何性质 …… 77

第一节　概述 …… 77

第二节　平面图形的静矩和形心 …… 77

第三节　平面图形的惯性矩 …… 79

第四节　平面图形的惯性积 …… 81

第五节　惯性矩的平行移轴定理 …… 82

第六节 组合图形的惯性矩……84
第七节 平面图形的主惯性轴和主惯性矩的概念……86
第八节 惯性半径……87
思考题……89
习 题……90
第五章 直梁弯曲时的内力……93
第一节 直梁弯曲的概念……93
第二节 梁的内力——剪力和弯矩……95
第三节 剪力图和弯矩图……97
第四节 弯矩、剪力和载荷集度之间的微分关系……107
第五节 用叠加法绘制剪力图和弯矩图……115
思考题……118
习 题……119
第六章 直梁弯曲时的强度计算……124
第一节 纯弯曲时的正应力……124
第二节 常用截面的抗弯矩……130
第三节 一般梁的强度计算……132
第四节 非纯弯曲时的剪应力……137
第五节 梁的剪应力强度计算……143
第六节 提高梁强度的措施……144
思考题……149
习 题……149
第七章 直梁的变形及静不定梁……154
第一节 梁截面的挠度和转角……154
第二节 弹性曲线的微分方程……155
第三节 积分法求梁的变形……156
第四节 叠加法求梁的变形……160
第五节 梁的刚度计算……166
第六节 简单的静不定梁……169
思考题……178
习 题……178
第八章 应力状态和强度理论……182
第一节 拉伸和压缩时斜截面上的应力……182
第二节 应力状态的概念……185
第三节 二向应力状态……186
第四节 三向应力状态……193
第五节 复杂应力状态下的变形——广义虎克定律……193
第六节 强度理论……196
思考题……200
习 题……201
第九章 组合变形杆件的强度计算……204
第一节 组合变形的概念……204

第二节　弯曲和拉伸（或压缩）的组合变形 ……205
第三节　扭转和拉伸（或压缩）的组合变形 ……211
第四节　弯曲和扭转的组合变形 ……214
思考题 ……222
习　题 ……223
第十章　压杆的稳定性 ……226
第一节　压杆稳定的概念 ……226
第二节　细长压杆的临界力——欧拉公式 ……228
第三节　压杆的临界应力 ……232
第四节　压杆的稳定计算 ……237
第五节　提高压杆稳定性的基本措施 ……244
思考题 ……245
习　题 ……246
第十一章　动载荷和交变应力 ……249
第一节　概述 ……249
第二节　匀变速直线运动构件的应力计算 ……249
第三节　匀速定轴转动构件的应力计算 ……251
第四节　冲击时构件的应力计算 ……252
第五节　交变应力概念与疲劳破坏 ……255
第六节　交变应力的类型 ……257
第七节　持久极限和疲劳实验 ……258
第八节　应力集中概念 ……260
第九节　影响持久极限的因素 ……261
思考题 ……267
习　题 ……267
附　录 ……269

引　言

材料力学是工程力学的第二部分。

一、材料力学的任务及内容

设计、制造任何机械和结构时，必须保证它们在承受载荷的情况下能够安全正常地工作。因此，也必须保证机械的零件和结构的构件能够安全正常地工作。

我们把机械的零件和结构的构件统称为构件。

当机械和结构在载荷作用下工作时，其构件将受到力的作用。理论力学已提供了计算这些作用力的方法。但是构件不是绝对刚体，在力的作用下会产生变形，甚至破坏和丧失工作能力。因此，要保证整个机械和结构安全正常地工作，其构件必须满足几项基本要求：

（1）构件在外力作用下不发生破坏。例如起重机工作时，其吊索不许拉断，齿轮的轮齿不许断裂，传动轴不许扭断等。这就要求构件必须具有足够的强度。所谓强度，是指构件在外力作用下抵抗破坏的能力。

（2）构件在外力作用下，其变形应在允许的范围内。例如机床主轴工作时，即使具有足够的强度而不发生断裂，但若发生过大的弯曲变形，就会影响加工精度并造成轴承的过度磨损。因此，构件的变形必须限制在允许的范围之内。这就要求构件必须具有足够的刚度。所谓刚度，是指构件在外力作用下抵抗变形的能力。

（3）在外力的作用下，构件的平衡状态必须是稳定的。实践证明，受压构件随着外力的增加，有时会突然变弯（这时，构件的平衡状态是不稳定的）而丧失工作能力，这叫做失去稳定。例如发动机的连杆失去稳定就不能正常运转，起重机结构中的压杆失去稳定会导致整个结构的破坏。因此，这类构件的平衡状态必须是稳定的，也即要求它们必须具有足够的稳定性。所谓稳定性，是指构件在外力作用下保持原有平衡状态的能力。

由此可见，构件必须具有足够的强度、刚度和稳定性，才能安全正常地工作。

材料力学的任务，就是要解决工程实际所提出的机械和结构的构件的强度、刚度和稳定性问题。

以上是在设计构件时从安全观点出发向材料力学提出的任务。从另一方面考虑，设计构件时还应保证它在使用期间的适用性和耐久性，同时符合经济性的原则。这就要求设计工作者“多、快、好、省”地全面地考虑问题。

为构件选择合理的材料并充分利用材料的性能，设计出既安全又经济的截面形状和尺寸。因此，材料力学是研究构件的强度、刚度和稳定性的科学。它提供了构件设计时正确地解决安全与经济问题的理论基础和方法。同时，材料力学还为学习一系列的专业课程提供必要的基础。

材料力学的研究方法包括观察、实验、假设、理论分析及实践验证等过程。实验研究

和理论分析同样重要，都是研究材料力学所必须的手段。材料力学既是一门理论的科学，又是一门实验的科学。

二、材料力学的研究对象

材料力学的研究对象是组成机械和结构的构件。根据构件各向尺寸比例的不同，可以把构件简化和归纳为三种类型。

（1）三向尺寸都差不多的构件，称为实体，如图0-1（1）所示。例如设备基础、桥墩等。

（2）一向尺寸比其它两向尺寸小得多的构件，称为壳或板，如图0-1（2）、（3）所示。例如锅炉、油缸和容器等的壁。

（3）一向尺寸比其它两向尺寸大得多的构件，称为杆件，如图0-1（4）、（5）所示。例如车轴、螺钉、柱及桁架的杆件等。杆件的几何形状可以用一条通过杆件截面重心的轴线和与轴线垂直的横截面来表示。杆件的轴线可以是曲线（曲杆），也可以是直线(直杆)；杆件的横截面沿杆件轴线可以是变化的（变截面杆），也可以是不变化的（等截面杆）。

本书的主要研究对象是等截面直杆，因为它是最简单、最基本的。

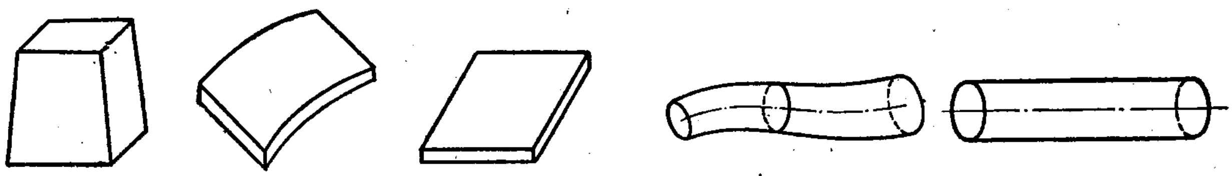


图 0-1

三、变形固体及其基本假设

材料力学所研究的构件的材料都是固体，例如钢、铸铁、有色金属和木材等。固体的性质极为复杂，每一门科学只能从某一个角度来研究某一方面的性质。为了研究方便，需要忽略与问题无关的或关系不大的次要性质，保留它的主要性质，把材料的真实情况理想化。所以在研究中必须采用一些假设。

哪些性质是主要的，哪些是次要的，随某门科学所研究的问题范围而定。例如，理论力学主要是研究物体在外力作用下的平衡与运动的问题，故将物体假设为绝对刚体。而物体的变形与所要研究的问题关系不大，故视为次要性质而忽略不计。在材料力学中，研究的是构件在外力作用下的强度、刚度和稳定性的问题，固体的变形就成为主要性质之一，所以，必须认为一切固体都是变形固体。

材料力学对构件的材料——变形固体——的性质提出下列几个基本假设，作为理论分析的基础。这些基本假设所引出的结果的可靠性已为实验和实践所证实。

（1）均匀连续假设

假定变形固体的性质在各处都是均匀的，而且组成固体的物质毫无空隙地充满了固体的整个几何容积。

实际上，组成固体的微粒（或晶粒）的性质有不同程度的差异，微粒之间均具有不同程度的空隙。但由于材料力学所研究的构件比组成它的微粒要大得多，因此，个别微粒所发生的性质差异和微粒间的空隙可以忽略不计，而认为变形固体是连续均匀的。根据这个假设所得到的理论与实验的结果很符合。

根据这个假设，就可以从变形固体中的任何部分截取微小的六面体来研究其性质，并且可将由较大尺寸的试件通过试验获得的材料性质应用到微六面体上去。

这个假设，对于钢、铜和铸铁等金属材料是适合的；对于木材、混凝土和砖石等则不太合宜，但仍被采用。

（2）各向同性假设

假定变形固体在各个方向都具有相同的机械性质。

组成固体的晶粒的性质是有方向性的，但工程上所用构件的尺寸比晶粒要大得多，而这些晶粒又错综地排列着，因而从统计平均的角度看，它们的性质在各个方向相近。钢、铸铜、玻璃和质量好的混凝土等，都可以认为是各向同性材料。

根据这个假设，在研究固体的机械性质时就不必考虑其方向。

只在一定方向才有相同的机械性质的固体，称为单向同性材料。例如轧制的钢材、钢丝和木材等。

材料力学中，研究各向同性材料所得的结果，可以近似地应用于单向同性材料。

（3）弹性假设

固体在外力作用下会产生变形（包括几何形状和尺寸大小的改变）。如果外力不超过某一限度，则当外力除去后，固体将恢复其原有的形状和尺寸。变形固体能消除由外力所引起的变形的性质，称为弹性。除去外力后能消失的变形，称为弹性变形；不能消失的变形，称为塑性变形或残余变形。变形固体在外力作用下产生的变形，如全部为弹性变形，则该固体称为完全弹性体；如全部变形为塑性变形，则称为完全非弹性体。

在自然界中既没有完全弹性体也没完全非弹性体。一般变形固体的变形包括弹性变形和塑性变形两部分。不过实验指出，象金属、木材等材料，当外力不超过某一限度时，其性质接近于完全弹性体。

材料力学以变形固体的弹性变形阶段作为研究的主要范围，即认为变形固体是完全弹性体（在弹性变形阶段内）。因此，必须注意，根据弹性变形推出的结论，不能随便应用到塑性变形的问题中去。

材料力学还对变形固体受力后的变形，提出小变形假设。即假定固体变形后，其形状和尺寸的改变与其总尺寸相比是很微小的。在工程实际上，一般构件的变形确实很小，因而可以认为是小变形。

根据这个假设，可以大大简化计算。例如图 0-2 所示的梁，计算支座反力时就可以忽略变形的影响。同时，小变形假设也为在材料力学的许多问题中使用叠加原理提供了基础。

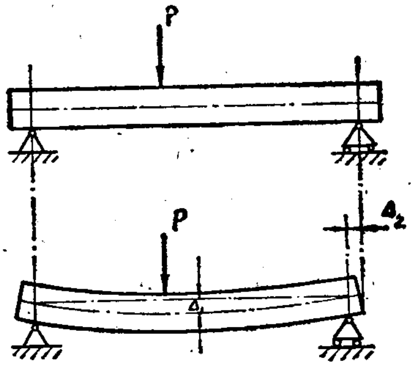


图 0-2

总而言之，材料力学认为构件的材料是均匀连续、各向同性的变形固体，而且主要只研究构件在弹性变形阶段内的微小变形问题。

四、杆件变形的基本形式

为了研究杆件在外力作用下变形的形式，首先应研究外力。作用在杆件上的外力包括载荷及约束反力。载荷按其作用性质可分为静载荷和动载荷。静载荷是指慢慢地由零增加到某一定值，以后就保持不变或变动很少的载荷，如蓄水池所受到的水压力。在静载荷作用下，杆件的各部分不产生加速度或加速度小得可以略去不计，即可以认为杆件的各部分都处于平衡状态中。动载荷是指使杆件的某些部分或各个部分产生相当显著的加速度的载荷。动载荷又分为冲击载荷和交变载荷。冲击载荷是指在极短的时间内，以很大的加速度突然作用到杆件上的载荷，如锻压机作用于铁砧上的载荷；交变载荷是指随时间而作周期性变化的载荷，如作用在发动机连杆上的载荷。在动载荷作用下，杆件的某些部分或各个部分将产生相当显著的加速度，故必须应用动力学原理进行计算。

必须指出，在静载荷与动载荷作用下，材料的性能很不相同。

本书主要研究静载荷对杆件的作用，其次研究动载荷对杆件的作用。

杆件在外力作用下所产生的变形，有下列四种基本形式。

（1）拉伸和压缩，如图0-3（1）和（2）所示。

（2）剪切，如图0-3（3）所示。

（3）扭转，如图0-3（4）所示。

（4）弯曲，如图0-3（5）所示。

杆件的复杂变形可由上述几种基本变形组合而成。

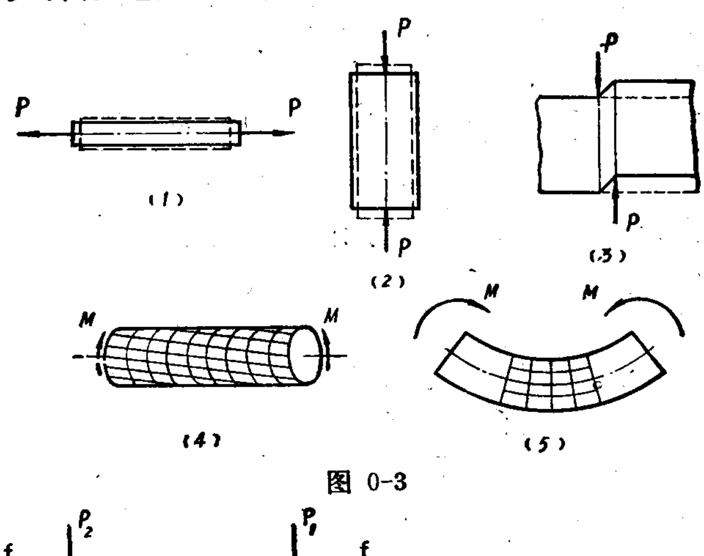
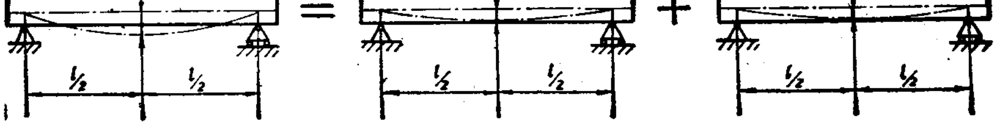


图 0-3



$$f = f_1 + f_2$$

图 0-4

大部分复杂变形的问题可以根据叠加原理来处理，所谓叠加原理就是把杆件上的各个外力或横截面上各个内力因素的作用分别地单独处理，而后将所得的各个结果叠加起来求出总的结果（图 0-4）。这样可使问题的求解大大简化。但应用叠加原理必须满足两个条件：变形很小；载荷与变形和应力之间为线性关系。

思 考 题

0-1 材料力学的任务和内容是什么？

0-2 学习材料力学的目的是什么？

0-3 材料力学的研究对象是什么？

0-4 在材料力学中作了哪些基本假设？为什么要作这些假设？其根据是什么？

0-5 试就日常生活所见，举出静载荷和动载荷的实例。

0-6 杆件变形有哪些基本形式？

0-7 何谓叠加原理？应用叠加原理须满足什么条件？

第一章　直杆的拉伸与压缩

第一节　概　　述

在工程实际中，经常遇到一些受轴向拉伸或压缩的构件。例如图 1-1 所示的悬臂吊车中，吊杆AD和斜杆AB都受拉力，横杆 AC 则受压力；图 1-2 所示的螺旋压力机工作时，两根立柱都受拉力，螺杆则受压力；图1-3的活塞杆在图示位置时受压力。

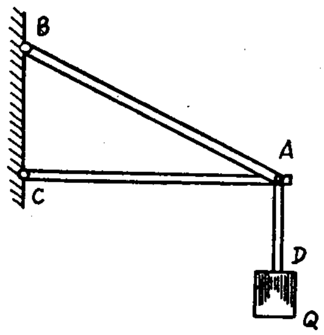


图 1-1

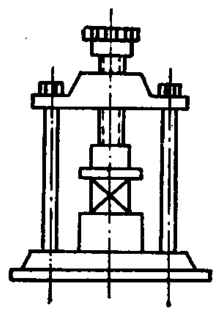


图 1-2

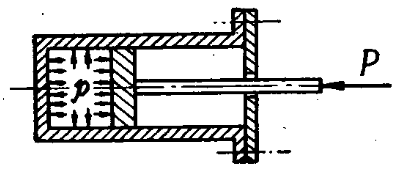


图 1-3

从以上的例子可以看出，各杆件尽管用处不同，形状各异，但它们受力的共同特点是：作用在直杆两端的力大小相等、方向相反，且力的作用线与其轴线相重合。若二力向外则产生拉伸变形；反之，则产生压缩变形。通常用图 1-4 所示的受力简图来代替实际的工作杆件。

作用于杆件上的外力包括载荷和约束反力。当载荷已知时，约束反力可根据静力平衡条件来求出。

(1)　　(2)

图 1-4

第二节　拉伸与压缩的内力·截面法

杆件在受到外力作用而变形时，其内部各质点间的相对位置将发生变化。在材料力学中所研究的内力就是指这种引起内部各质点间相对位置发生变化的力的改变量。通常我们把这种力的改变量称为内力。

杆件的内力与杆件的强度和刚度问题有密切的关系。因而首先要解决如何确定内力大小的问题。

截面法是求内力的基本方法，即假想地用一个截面将杆件截成两部分，并对截开后的

两部分中之一建立平衡方程式以确定截面上的内力。例如要确定杆件AB（图1-5）在外力P作用下发生拉伸变形时任意横截面上的内力，可以用一假想的截面在$m—m$处把杆件截成左右两部分来研究。由于整个杆件在P力作用下是平衡的，则其中的任何一部分也必然处于平衡状态。于是在被截开的截面上必然有内力存在。由左边部分的平衡条件

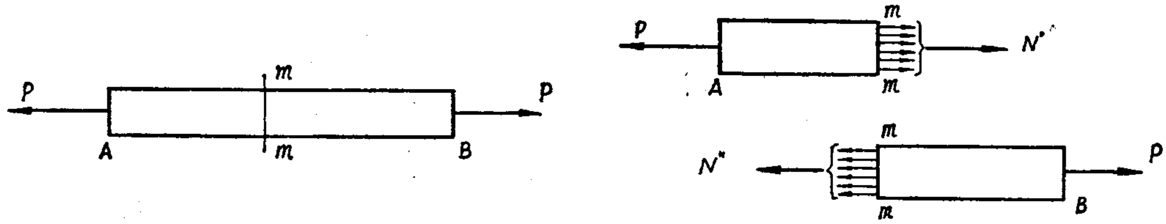


图 1-5

$$\Sigma P_x = 0$$

可以得到：

$$N' = P$$

显然，N'就是右边部分对左边部分的作用力。同理，由右边部分的平衡条件也可得到：

$$N'' = P$$

N''是左边部分对右边部分的作用力。这说明，在同一截面上，左右两部分相互作用的内力是大小相等、方向相反的。

截面法求内力的过程可归纳为如下的三个步骤：

（1）假想地用一个横截面将杆截成两部分，并弃去其中一部分；

（2）将弃去部分对留下部分的作用以内力来代替；

（3）对留下部分建立平衡方程式，根据已知载荷及支反力来确定未知的内力。

应当指出，所谓作用于杆件横截面上的内力，对整个杆件而言，它是被截开的两部分之间的相互作用力，分布在横截面的各点上，而用截面法所求出的内力，则是它们的合力（图1-5）。按照二力平衡条件，这个合力必须与轴向外力共线，即与杆件的轴线重合，所以轴向变形时截面内力又叫"轴力"。

在这种两端受力的杆件（图1-5）中，因$m—m$为任意截面，所以杆件内的任何横截面上的内力都相等。但是，当杆件不仅受到加在它两端的外力作用，而且还受到加在它中间各截面上的外力作用时，则各段截面上的内力是不相等的。现以图1-6（1）所示的AD杆为例说明各段截面上的内力的计算方法。

为了求得杆各段内力，仍采用上述的截面法。在各段中取任意截面，如保留左边部分，则列出左边部分的平衡方程，可求得：

AB段：

由 $$\Sigma P_x = 0 \quad N_1 - 3P = 0$$

得 $$N_1 = 3P \text{（拉力）}$$

如图1-6（2）所示。

BC段：

由 $$\Sigma P_x = 0 \quad N_2 + 4P - 3P = 0$$

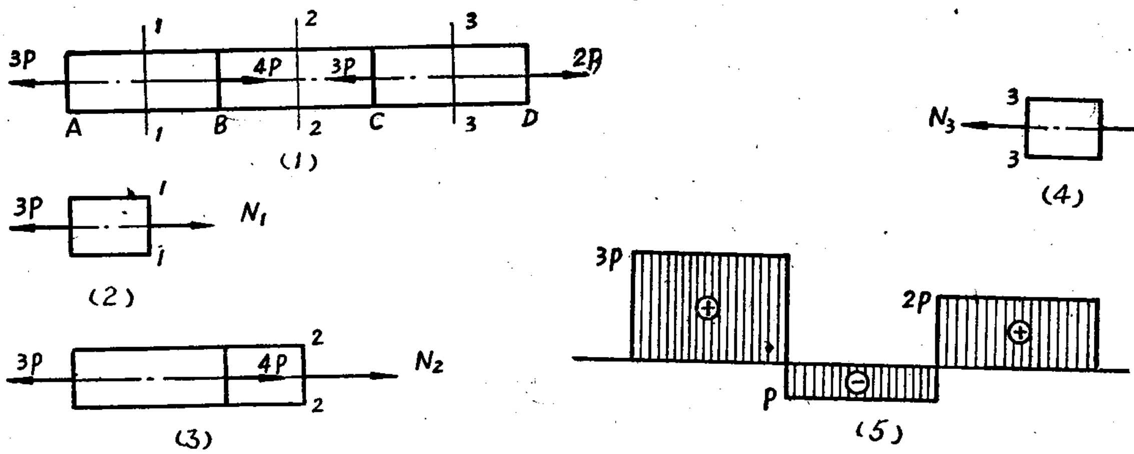


图 1-6

得 $$N_2=-P\text{(压力)}$$
如图1-6(3)所示。

*CD*段:

由 $$\Sigma P_x=0 \quad -N_3+2P=0$$
得 $$N_3=2P\text{(拉力)}$$
如图1-6(4)所示。

上例结果表明：杆内任何截面上的内力N在数值上均等于截面一侧杆上各外力的代数和。

为了以后计算的方便，内力均假定为正值(拉伸)，如计算结果得负，则为压缩。

为了直观地看出轴力沿杆轴变化的情形，从而确定最大轴力及其所在截面的位置，常绘出杆的轴力图。沿杆轴的方向取坐标(x轴)，表示截面的位置，在其垂直方向取另一坐标，表示轴力的大小，按比例绘出的表示轴力与截面位置关系的图线，即为轴力图。习惯上将正的轴力画在x轴的上侧，负的画在x轴的下侧。

根据上面求得的结果，可绘制图1-6(1)中AD杆的轴力图如图1-6(5)所示。由图可见最大轴力N_{max}发生在AB一段杆的各横截面上，其值为$3P$。

例 1-1 一铆钉板受力如图1-7(1)所示，试绘其轴力图。

解 将图1-7(1)简化成图1-7(2)。

在各段中取任意截面，如保留右边部分，则列出右边部分的平衡方程，可求得：

Ⅰ段内各截面上的内力

由 $$\Sigma P_x=0 \quad P-N_{\text{I}}=0$$
得 $$N_{\text{I}}=P\text{(拉力)}$$

Ⅱ段内各截面上的内力

由 $$\Sigma P_x=0 \quad P-\frac{P}{4}-N_{\text{II}}=0$$
得 $$N_{\text{II}}=P-\frac{P}{4}=\frac{3}{4}P\text{(拉力)}$$

Ⅲ段内各截面上的内力

由 $$\Sigma P_x = 0 \qquad P - \frac{P}{4} - \frac{P}{2} - N_{\text{Ⅲ}} = 0$$

得 $$N_{\text{Ⅲ}} = P - \frac{P}{4} - \frac{P}{2} = \frac{P}{4}\ (\text{拉力})$$

根据以上求得的内力，可绘制出铆钉板的轴力图如图1-7（3）所示。

例 1-2 起重运输用提升机，如图1-8（1）所示。每个料斗的总重量为200公斤，斗与斗之间用钢链条联接，试求各段链条上的内力及绘制整个AB段链条的轴力图。

解 提升机的链条，AB 部分可视为一悬杆，B 点吊住，A 点悬空。中间有四个各为200公斤的力作用着，如图1-8（2）所示。

首先根据AB杆的整体平衡，求出支反力R。

由 $$\Sigma P_x = 0 \qquad R - 200 - 200 - 200 - 200 = 0$$

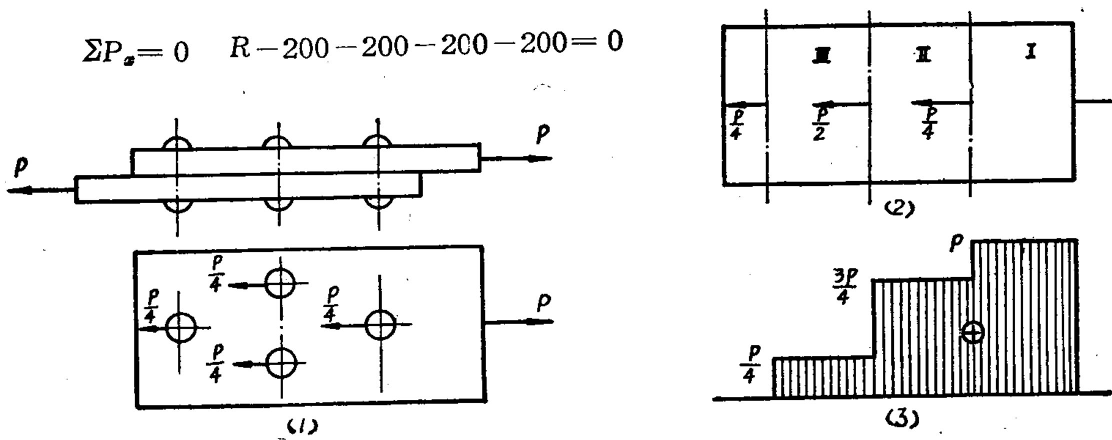


图 1-7

得：
$$R = 800\text{公斤}$$

现以图中EF段1-1截面上的内力为例进行计算。

取1-1截面以上部分，如图1-8（3）所示。根据平衡方程

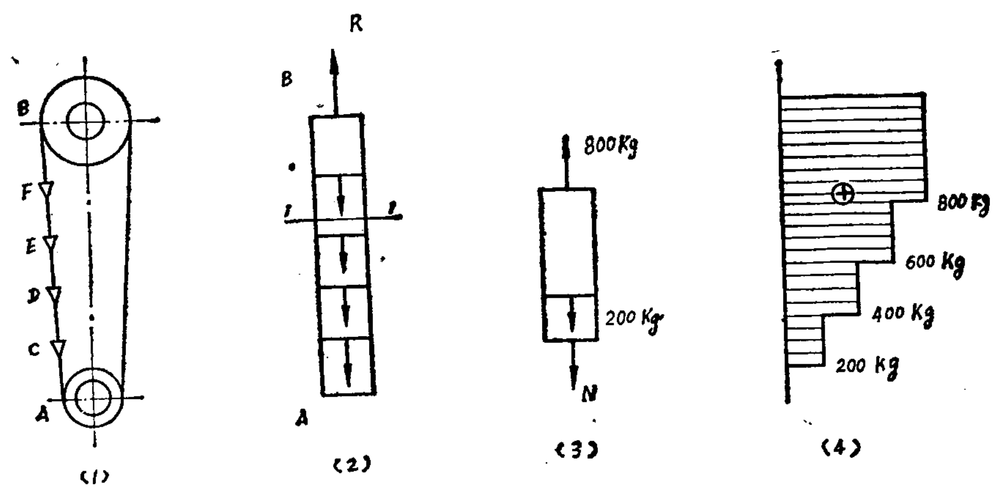


图 1-8

$$\Sigma P_x = 0 \qquad R - 200 - N_1 = 0$$

求得：

$$N_1=R-200=800-200=600\text{公斤（拉力）}$$

同理，可求得CD段的内力均为200公斤，DE段的内力均为400公斤，FB段的内力均为800公斤，AC段内力为零。

其轴力图如图1-8(4)所示。

第三节　横截面上的正应力

求出横截面上内力的合力后，还不能判断杆件的强度。今以图1-9为例说明这个问题。图中1、2杆件的材料相同，且都受同样大小的外力P，但横截面面积$F_2>F_1$。由截面法可知，这两个杆件的内力N都等于P。但是，当外力增加时，显然是细的杆件首先发生破坏。这是因为，内力是分布在杆件横截面的各点上。横截面面积大的杆件，单位面积上受的力小；横截面面积小的杆件，单位面积上受的力大。因此，为了判断和比较杆件受外力后的危险程度，从而为解决杆件的强度问题提供条件，我们引入“应力”的概念。所谓应力，就是单位面积上的内力。因内力N与横截面垂直，故相应的应力也与横截面垂直。这种与横截面垂直的应力叫正应力。

欲求横截面上任意一点的正应力，不仅需要知道截面上的内力N，而且还必须知道横截面上内力分布的规律。现就实验所观察到的现象进行分析研究。

取一等截面的直杆。为了便于观察实验中杆的变形现象，在杆未受力之前，先在其侧面画出表示横截面的直线ab和cd及平行于杆轴线的纵向直线（可以想象为纤维）qr和st，如图1-10所示。当杆受到外力而产生简单拉伸（或简单压缩）变形后，可以看到：纵向直线qr和st，移至q_1r_1和s_1t_1，并仍与杆轴线保持平行，其伸长相等。而代表横截面的直线ab和cd则平移至a_1b_1和c_1d_1，仍保持直线。

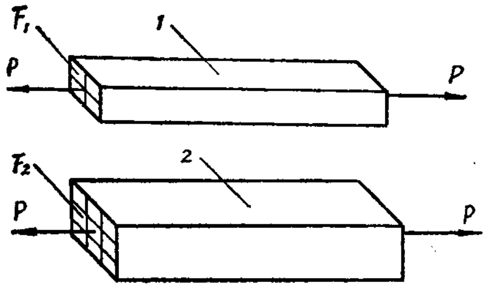


图 1-9

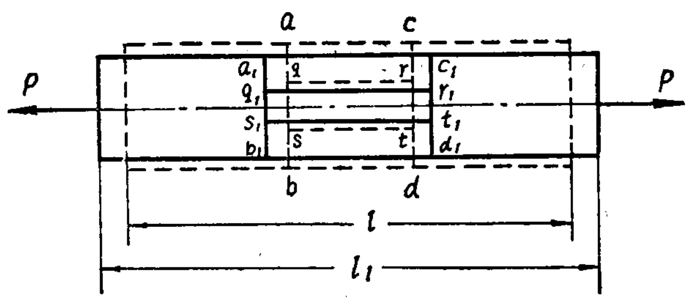


图 1-10

从上述现象可以作出一个重要假设，即：杆件变形前的平面横截面，在杆件变形后仍为平面——平面截面假设。

根据上述现象与假设，可以认为：受简单拉伸或压缩的杆件在横截面上的各点只产生正应力，并且大小相等，即正应力在横截面上是均匀分布的。

图1-11所示为一受简单拉伸的杆，拉力为P，截面面积为F。现从截面上取一任意微面积dF，设其上的正应力为σ，则该微面积上的内力$dN=\sigma dF$。整个截面上的内力

$$N=\int_F \sigma dF$$

由于截面上各点的正应力相等，σ为一常数，可提到积分符号外面，故

$$N=\sigma\int_F dF=\sigma F$$

则
$$\sigma=\frac{N}{F} \tag{1-1}$$

公式（1-1）也适用于杆件受简单压缩时的情况。不同的只是N和σ的值均用负号表示。即正号表示拉应力，负号表示压应力。有时也采用σ_l表示拉应力，σ_y表示压应力。

应力的单位通常用公斤/厘米^2(kg/cm^2)❶表示，有时也用公斤/毫米^2（kg/mm^2）表示。

例 1-3 图1-12(1)所示起重机机架ABC，承受载荷$Q=2$吨，若杆1的截面面积$F_1=3$厘米^2，杆2的截面面积$F_2=5$厘米^2，试求杆1和杆2的应力。

解 首先求杆1和杆2的内力N_1，N_2。为此，取B点为研究对象，画出受力图，如图1-12(2)所示。根据平衡条件

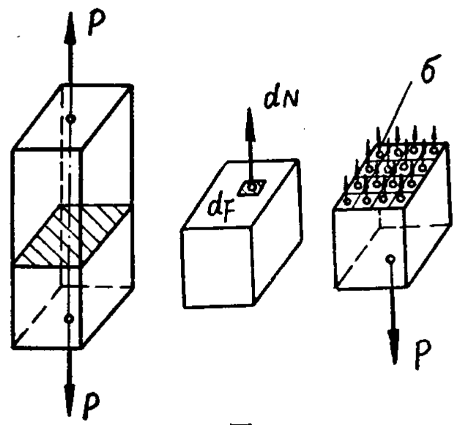


图 1-11

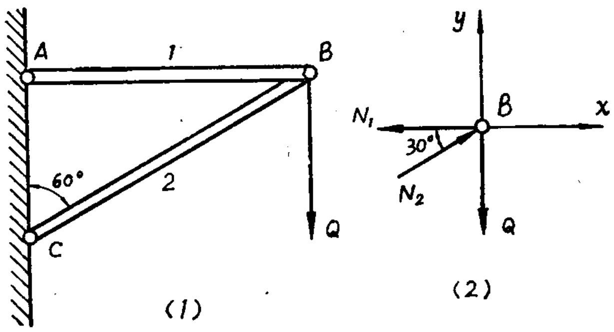


图 1-12

$$\Sigma P_x=0 \qquad N_2\cos30°-N_1=0$$
$$\Sigma P_y=0 \qquad N_2\sin30°-Q=0$$

解得
$$N_2=\frac{Q}{\sin30°}=2Q=4000\text{公斤}$$
$$N_1=N_2\cos30°=4000\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3464\text{公斤}$$

根据作用与反作用原理可知，1杆受拉，拉力与N_1大小相等；2杆受压，压力与N_2大小相等。代入公式（1-1）得：
$$\sigma_1=\frac{N_1}{F_1}=\frac{3464}{3}=1154\text{公斤/厘米}^2$$
$$\sigma_2=\frac{N_2}{F_2}=\frac{-4000}{5}=-800\text{公斤/厘米}^2$$

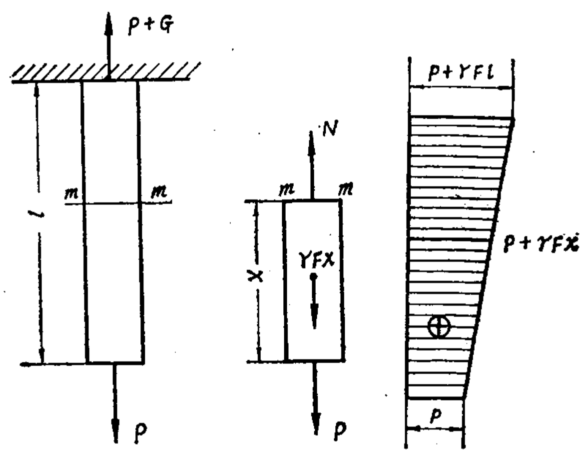


图 1-13

例 1-4 一垂直悬挂的正方形钢杆，如图1-13所示，其横截面为边长$a=5$厘米的正方形，长$l=10$米。拉力$P=15$吨。重度（比重）$\gamma=0.0078$公斤/厘米^3。若考虑杆的自

❶ 在国际单位制(代号为SI)中，应力的名称为帕斯卡(代号为Pa)，简称为帕，单位为N/m^2。也可用N/cm^{2}表示国际单位制中应力的单位。这时，与本书采用的单位kg/cm^{2}的关系为1 kg/cm^2=9.8N/cm^2。