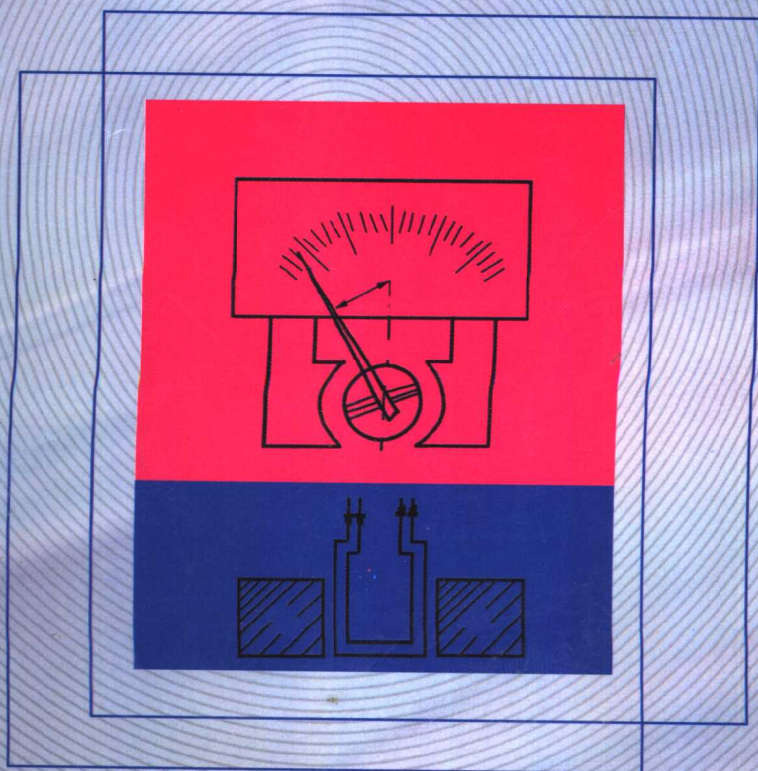


机 电 工 程 系 列 教 材

现代机电工程 测试技术

辛淑华 施 卫 编



华南理工大学出版社

机电工程系列教材

现代机电工程测试技术

辛淑华 施 卫 编

岑汉钊 审校

华南理工大学出版社

·广州·

图书在版编目(CIP)数据

现代机电工程测试技术/辛淑华,施卫编.—广州:华南理工大学出版社,2001.2
(机电工程系列教材)
ISBN 7-5623-1651-1

- I. 现…
- II. ①辛…②施…
- III. 机电设备-工程测量-高等学校-教材
- IV. TB22

华南理工大学出版社出版发行

(广州五山 邮编 510640)

责任编辑 王魁葵

各地新华书店经销

华南理工大学印刷厂印装

*

2001年2月第1版 2001年2月第1次印刷

开本:787×1092 1/16 印张:12.625 字数:315千

印数:1—2000册

定价:22.00元

前 言

随着现代科学技术的发展,机电测试技术作为技术基础课列入机械类专业的教学计划,使测试技术在高等教育中的作用和地位有了提高。由于测试技术课在培养学生、改造专业及促进学科交叉发展等方面的作用受到广泛的重视,许多高校将该课程列为本科教学中的主干课程和研究生的学位课程,并在加强师资和改善实验条件以提高教学质量方面作了许多实质性的努力。近年来,微型计算机在工业测控中的应用越来越广泛,微机应用已成为评价工业自动化程度的重要标志之一。相应地,对工业过程参数测量信号的处理技术也提出了更高的要求,促使传感器技术向着集成化、多功能化、智能化的方向发展,检测信号处理电路日趋集成化、规范化及多样化,以适合与微型计算机和单片机接口。为了加强相关专业课程建设和教材建设的发展,《现代机电工程测试技术》就应运而生了。

本书共 11 章,前 6 章着重介绍从事测试工作,尤其是进行动态测试工作所必需的基础知识。这部分内容包括:测试信号的描述、分析和处理,测试装置的静、动态特性的评价方法,测量误差理论与数据处理,常用传感器以及中间变换电路的工作原理及其特性。后 5 章介绍了几种典型参数的测试方法和应用,不同的专业可根据教学要求有选择地进行讲授。值得一提的是,本书的“微型计算机在测试技术中的应用”一章,是根据近年来,微机已广泛用于科研和教学中,在充分考虑计算机在测试技术中的应用的实际、教学的要求,征求过许多教师的意见的基础上进行编写的,希望以此推动计算机技术和测试技术的结合。

本书由华南理工大学辛淑华、施卫主编。由华南理工大学岑汉钊教授审定。岑汉钊教授对全书进行了全面、认真、细致的审读工作,提出了许多宝贵意见,编者在此表示深切谢意。

在编写过程中,编者参阅了大量文献,尤其是书后所列的文献,从中受益匪浅,在此特向有关作者致谢。

本书的出版得到华南理工大学教务处、交通学院和工业装备及控制系的大力支持,借此表示感谢。

由于编者的水平有限,时间仓促,错误及欠妥之处,恳切希望读者批评指正。

编 者

2000 年 10 月

目 录

绪论	(1)
第一节 测试技术与自动化科学技术的关系	(1)
第二节 测量系统的组成	(2)
第一章 信号及其描述	(5)
第一节 信号的分类与描述	(5)
第二节 周期信号与离散频谱	(8)
第三节 瞬变非周期信号与连续频谱	(13)
第四节 随机信号	(21)
第二章 测试装置的基本特性	(26)
第一节 概述	(26)
第二节 测试装置的静态特性	(28)
第三节 测试装置的动态特性	(30)
第四节 测试装置在典型输入下的动态响应	(37)
第五节 实现不失真测试的条件	(40)
第六节 负载效应	(41)
第三章 测量误差理论与数据处理	(46)
第一节 测量误差的基本概念	(46)
第二节 测量误差的估算和处理	(50)
第三节 误差的合成与分配	(61)
第四节 测量数据处理	(62)
第四章 传感器技术	(65)
第一节 概述	(65)
第二节 电阻式传感器	(66)
第三节 电容式传感器	(71)
第四节 电感式传感器	(75)
第五节 热电式传感器	(78)
第六节 压电传感器	(83)
第七节 半导体传感器	(85)
第八节 光导纤维传感器	(90)
第五章 信号的处理与变换	(95)
第一节 信号的放大与变换	(95)
第二节 电桥	(100)
第三节 滤波器	(102)
第四节 调制与解调	(110)

第六章 微型计算机测试技术	(116)
第一节 概述	(116)
第二节 数据采集系统的结构	(117)
第三节 模拟多路开关	(120)
第四节 数据的采样及保持	(122)
第五节 A/D、D/A 转换器	(126)
第七章 应力与应变及转速与转矩的测量	(136)
第一节 应力与应变的测量	(136)
第二节 转速与转矩的测量	(141)
第八章 温度测量	(145)
第一节 概述	(145)
第二节 热电阻传感器的应用	(146)
第三节 热电偶传感器的应用	(148)
第九章 压力、流量的测量	(150)
第一节 压力的测量	(150)
第二节 流量的测量	(155)
第十章 振动的测量	(162)
第一节 概述	(162)
第二节 机械振动的类型及其描述	(162)
第三节 单自由度系统的受迫振动	(166)
第四节 振动测量方法及测振传感器	(168)
第五节 机械系统振动参数的估计	(172)
第六节 振动的分析方法与仪器	(175)
第十一章 噪声测量	(179)
第一节 噪声的物理量度	(179)
第二节 噪声的等响度曲线	(181)
第三节 噪声测量的仪器	(182)
第四节 噪声测量技术	(185)
附录	(187)
I t 分布在对称区间的积分表	(187)
II 利用最小二乘法来决定方程中的待定常数的方法	(188)
III 常用热电偶热电势分度表	(192)
IV 常用热电偶材料	(194)
参考文献	(195)

绪 论

第一节 测试技术与自动化科学技术的关系

测试技术是三大信息技术(测试控制技术、计算机技术和通信技术)之一,是在科学实验和工业生产过程中,根据被测对象的特点,选用合适的测量仪器仪表及测试方法,通过测量、数据处理和误差分析,得到被测量的数据,为生产过程自动化和科学研究提供准确、可靠的数据。科学技术的发展为测试技术提供了新的方法和途径,特别是新材料、新结构传感器的研制成功,以及微型计算机的广泛应用,给测试技术带来了巨大的变革,对提高检测系统的准确性、快速性、可靠性和抗干扰能力等发挥了显著的作用,扩大了测试技术的应用范围,同时也提出了新的课题。

在现代化生产中,工程研究、产品开发、生产监督、质量控制和性能试验等,都离不开测试技术。尤其是在实现自动化生产过程中,所用的检测技术和装置是自动化系统的“感觉器官”,测试技术已成为自动控制系统的重要组成部分。

图 0-1 所示是数字计算机控制系统,它是按多控制对象或多参量反馈控制来设计的。在数字计算机控制系统中需要解决大量工艺参数的测试和数字量的转换问题,如果去掉图 0-1 中的虚框部分即为计算机应用中的一个重要分支——巡回测量系统。如从自动控制系统分类观点出发,一个控制系统不设执行控制器部分,主要用于对实际生产过程中进行自动监视和自动保护,则称为自动测量系统。

近年来,由于电路设计的改进、新型传感器不断开发以及信息技术广泛应用,测试技术发展极为蓬勃,尤其是多参量测量系统的开发成功,使测量系统实现多自变量函数的测量,成为自动控制系统不可缺少的装置。

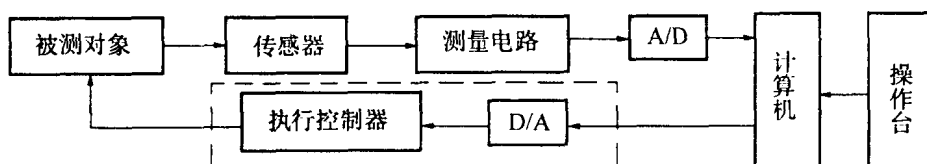


图 0-1 数字计算机控制系统

第二节 测量系统的组成

一、测量系统的组成部分

测量系统一般由传感器、中间变换器、显示器(指示仪、记录仪、数字显示器等)三部分组成,如图 0-2 所示。

1. 传感器

它是直接作用于被测量,感受被测的物理量,如应变、压力、温度等,按一定规律将其转换成便于应用的同种或别种量值输出的器件。

2. 中间变换器

将传感器输出信号进行变换(放大、线性化等),通常分为模拟电路和数字电路。

3. 显示器

将测量和变换后所得到的信息显示或记录下来。

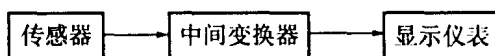


图 0-2 测量系统组成框图

二、传感器

传感器可以将被测的物理量转变为机械量(如位移)、电量(如电压、电流、电阻)、气体和液体压力等。下面列出一些以工作原理分类的主要传感器类型。

1. 电阻式传感器

将被测量值变化转换为电阻变化的一种传感器,如电阻应变片、热电阻等。

2. 电容式传感器

将被测量参数的变化变换为电容量的变化,如噪声测量中使用的电容式传声器。

3. 磁电式传感器

以导体和磁场发生相对运动而将被测量值变化转换为电量变化的传感器,如振动测量中的速度型振动传感器;或将被测参数的变化转换为自感、互感、磁阻、涡流的变化等的传感器,如转速测量中的磁电式传感器及基于磁阻变化的非接触式振动传感器等。

4. 热电式传感器

利用不同导体串接成的闭合回路中,接合点温度不同而产生电势的热电效应的传感器,如温度测量中使用的热电偶。

5. 压电式传感器

将被测参数转化为作用力作用于压电材料上形成电场而进行测量的传感器,如振动测量中使用的压电式加速度传感器。

6. 半导体传感器

常见的半导体传感器有霍尔传感器、光电传感器、磁敏二极管与磁敏三极管、固体图像传感器、湿敏传感器和集成传感器等。

7. 光导纤维传感器

光纤传感器是以光学量为转换基础,以光信号为交换和传输的载体,利用光导纤维输送光信号。

三、中间变换器

中间变换器主要有下列类型:

1. 放大器

将传感器所得到的电信号进行电压或功率放大以适应后面环节的需要,并尽量减小测试系统对被测信号的影响,某些放大器还包括一些计算电路,如微分、积分电路。

2. 电桥

传感器所转换成的电阻、电容、电感等参数有时利用电桥将它变换成电压或电流输出。

3. 滤波器

使信号中规定的频率成分通过,而不允许或大大地衰减其他频率成分通过,这样便可对规定频率的成分进行测试。

4. 调制与解调

把缓慢变化的电信号调制成适宜于用交流放大器的一定频率区间的信号,放大或传输后再解调为与原来一样频率的信号,以便得到高质量的放大信号。

5. 模拟量—数字量转换器

一般传感器所输出的信号都是模拟被测量在测量时间的连续变化量。在进行数字显示或将模拟量输入电子数字计算机进行数据处理和控制时,就需将这些模拟量转换为数字信号,完成这种功能的装置称为模—数(A/D)转换器。而由数字量转变为模拟量的装置称为数—模(D/A)转换器。

四、显示仪器

显示仪器主要有以下形式:

1. 指针式仪表

如电流表、电压表等。

2. 阴极射线式电子示波器

利用照相方法或录像磁带将图形记录下来,在荧光屏上显示被测信号的图形。

3. 光线(振动物)示波器

电流信号使处在恒磁场中的动框线圈偏转,经光学系统将动框偏转变化为光线信号来显示和记录。

4. 笔式记录仪

将电的信号变成笔的运动,从而在记录纸上记录下电信号的图形。

5. 磁带记录仪

将电的信号记录于磁带中而使之可以重现。

6. 数字式显示记录器

将信号用数字形式将它显示或记录下来。

7. 计算机显示记录器

将信号用数字形式或以图形的形式将它在计算机的显示器上显示出来,并记录在电子计算机的磁盘或光盘上,亦可以利用计算机的打印机在记录纸上输出。

第一章 信号及其描述

在生产实践和科学实验中,需要观测大量的现象及其参量的变化,这些变化量可以通过测量装置变成容易测量、记录和分析的电信号。信号包含着反映被测系统的状态或特性的某些有用的信息,是人们认识客观事物内在规律、研究事物之间的相互关系、预测未来发展的依据。

第一节 信号的分类与描述

一、信号的分类

1. 确定性信号与不确定性信号(随机信号)

信号可表示为一个确定的时间函数,因而可确定其任何时刻的量值,这种信号称为确定性信号。确定性信号又分为周期信号和非周期信号。

(1) 周期信号

周期信号是按一定时间间隔周期出现,无始无终的信号。其表达式为:

$$x(t) = x(t + nT_0) \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1-1)$$

式中 T_0 ——周期。

例如,图 1-1 为单自由度振动系统作无阻尼自由振动,其位移 $x(t)$ 是确定性的,它可用下式来确定质点的瞬时位置:

$$x(t) = x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi_0\right) \quad (1-2)$$

周期
$$T_0 = 2\pi / \sqrt{k/m}$$

圆频率
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

式中 m ——质量;

k ——弹性系数;

t ——时间;

x_0, φ_0 ——取决于初始条件的常数。

(2) 非周期信号

非周期信号是确定性信号中那些不具有周期重复性的信号。它包括准周期信号和瞬变非周期信号两种。准周期信号是由两种以上的周期信号合成的,其组成分量间无法找到公

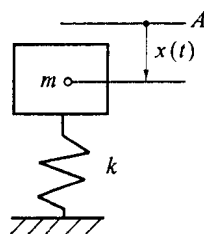


图 1-1 单自由度振动系统
A—质点 m 的静态平衡位置

共周期,且无法按某一时间间隔周期出现。除准周期信号之外的其他非周期信号,是一些或在一定时间区间内存在,或随着时间的增长而衰减至零的信号,称为瞬变非周期信号。如图 1-1 所示的振动系统,若加上阻尼装置后,其质点位移 $x(t)$ 可用下式表示:

$$x(t) = x_0 e^{-\alpha t} \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

它是一种瞬变非周期信号,随时间的无限增加而衰减至零,其图形如图 1-2 所示。

不确定性信号(随机信号)是一种不能用确定的数学关系式来描述,也不能预测未来的任意瞬时值,但具有某些统计特征,是用统计方法进行描述的信号。随机信号所描述的现象是随机过程。例如汽车行驶时产生的振动和环境噪声等都是随机的,其变化量属随机信号。

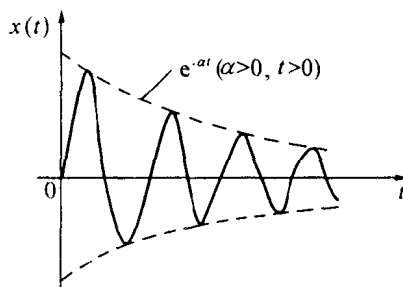
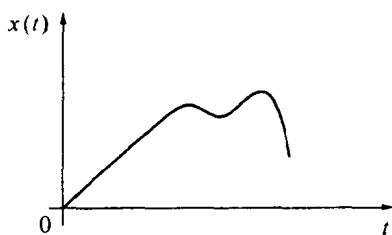


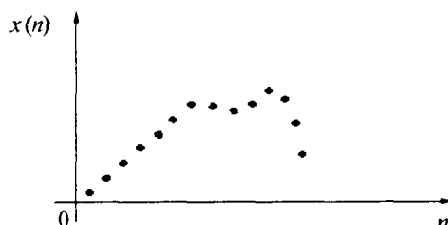
图 1-2 衰减振动信号

2. 离散信号与连续信号

信号数学表达式中的独立变量取值是离散的,则称为离散信号;独立变量取值是连续的,则称为连续信号,如图 1-3a 所示。图 1-3b 是将连续信号等时距采样后的结果,它就是离散信号。离散信号可用离散图形表示,或用数字序列表示。连续信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的。如果独立变量和幅值均取连续值的信号称为模拟信号;如果离散信号的幅值也是离散的,则称为数字信号。数字计算机的输入、输出信号都是数字信号。



(a) 连续信号



(b) 离散信号

图 1-3 连续信号和离散信号

3. 能量信号和功率信号

在非电量测量中,常把被测信号转换为电压或电流信号来处理。如果将电压信号 $x(t)$ 加到电阻上,其瞬时功率为:

$$P(t) = \frac{x^2(t)}{R} \quad (1-4)$$

当 $R = 1$ 时,则

$$P(t) = x^2(t) \quad (1-5)$$

瞬时功率对时间积分就是信号在该积分时间内的能量。当不考虑信号实际的量纲,可把信号 $x(t)$ 的平方 $x^2(t)$ 及其对时间的积分分别称为信号的功率和能量。

若信号 $x(t)$ 满足

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt < \infty \quad (1-6)$$

时,则认为信号的能量是有限的,并称之为能量有限信号,简称能量信号,例如衰减指数函数、矩形脉冲信号等。

若信号 $x(t)$ 在区间 $(-\infty, \infty)$ 的能量是无限的,即

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt \rightarrow \infty \quad (1-7)$$

但它在有限区间 (t_1, t_2) 的平均功率是有限的,即

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt < \infty \quad (1-8)$$

则这种信号称为功率有限信号,简称功率信号。

如图 1-1 所示的单自由度振动系统,其位移信号 $x(t)$ 就是能量无限的正弦信号,但在一定时间区间内其功率都是有限的。如果该系统加上阻尼装置,其振动能量随时间而衰减(如图 1-2),这时的位移信号就变成能量有限信号了。

应该注意的是,这里所说的信号的功率和能量,未必具有真实功率和能量的量纲。

二、信号的时域描述和频域描述

直接观测或记录到的信号,一般是以时间为独立变量的,称其为信号的时域描述;相应的,若信号以频率为独立变量的,则称其为信号的频域描述。信号时域描述反映信号幅值随时间变化的关系,但无法明显揭示信号的频率组成关系。为了研究信号的频率结构和各频率成分的幅值、相位关系,应对信号进行频谱分析,即把信号的时域描述通过适当方法变成信号的频域描述。

例如,图 1-4 是一个周期方波的一种时域描述,另外,还可用下式对其进行时域描述,即

$$\begin{cases} x(t) = x(t + nT_0) \\ x(t) = \begin{cases} A & 0 < t < \frac{T_0}{2} \\ -A & -\frac{T_0}{2} < t < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (1-9)$$

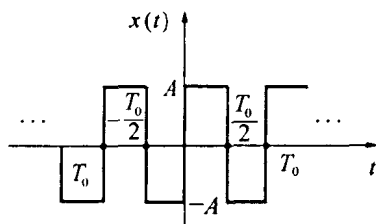


图 1-4 周期方波

如果该周期方波应用傅里叶级数展开,即得

$$x(t) = \frac{4A}{\pi} \left(\sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \cdots \right) \quad (1-10)$$

式中, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ 。

即可写成

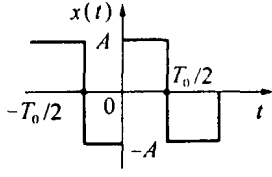
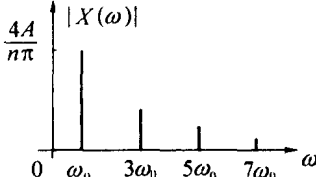
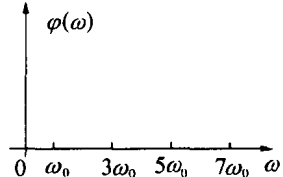
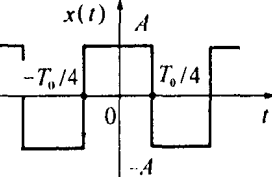
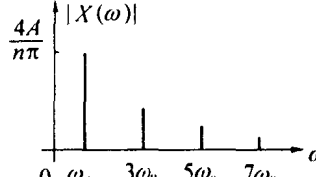
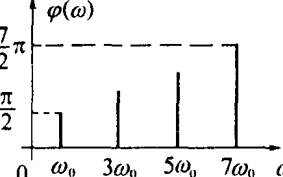
$$x(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (1-11)$$

式中, $\omega = n\omega_0, n=1, 3, 5, \cdots; \varphi_n=0$ 。

式(1-10)或式(1-11)表明该周期方波是由一系列幅值和频率不等、相角为零的正弦信号叠加而成的。若将式(1-11)中 t 视为参变量,以 ω 为独立变量,则式(1-10)或式(1-11)即为该周期方波的频域描述。

在信号分析中,常将组成信号的各频率成分找出来,按序排列,得出信号的频谱。若以频率为横坐标,幅值或相位分别为纵坐标,便可分别得到信号的幅频谱或相频谱。表 1-1 列出了两个同周期方波及其幅频谱和相频谱。总之,每个信号都有其特有的幅频谱和相频谱,所以在频域中每个信号都需同时用幅频谱和相频谱来描述。

表 1-1 周期方波的频谱

时域波形	幅频谱	相频谱
		
		

信号时域描述直观地反映出信号瞬时值随时间变化的情况;频域描述则反映信号的频率组成及其幅值、相角之大小。实际中,常常需根据信号不同方面的特征而采用不同的描述方式。例如,在评定机器振动烈度时,需要用振动速度的均方根值来作为判据,如果速度信号采用时域描述,就能很快求得均方根值;但在寻找振源时,需要掌握振动信号的频率分量,这时,就需采用频域描述。

第二节 周期信号与离散频谱

一、傅里叶级数的展开

1. 傅里叶级数的三角函数展开式

由高等数学可知,在有限区间上,凡满足狄里赫利条件的周期函数(信号) $x(t)$ 都可以展开成傅里叶级数,傅里叶级数的三角函数展开式为

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)] \quad (1-12)$$

其中

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) dt \quad (1-13a)$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad (1-13b)$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) \sin(n\omega_0 t) dt \quad (1-13c)$$

式中 T_0 ——周期;

ω_0 ——圆频率, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$;

n ——1, 2, 3, ...

对式(1-12)进行整理, 可得

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (1-14)$$

其中

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\tan \varphi_n = \frac{a_n}{b_n}$$

由式(1-13)可知, 周期信号是由一个或 n 个乃至无穷多个不同频率的谐波叠加而成的, 若以圆频率为横坐标, 幅值 A_n 或相角 φ_n 为纵坐标作图, 则可分别得到其幅频谱和相频谱图。由于 n 是整数序列, 各频率成分都是 ω_0 的整数倍, 相邻频率的间隔 $\Delta\omega = \omega_0 = 2\pi/T_0$, 因而周期信号的谱线是离散的。通常把 ω_0 称为基频, 并将成分 $A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n)$ 称为 n 次谐波。

例 1-1 求图 1-5 中周期性三角波的傅里叶级数。

解 在一个周期中 $x(t)$ 可表示为

$$x(t) = \begin{cases} A + \frac{2A}{T_0}t & -\frac{T_0}{2} \leq t \leq 0 \\ A - \frac{2A}{T_0}t & 0 \leq t \leq \frac{T_0}{2} \end{cases}$$

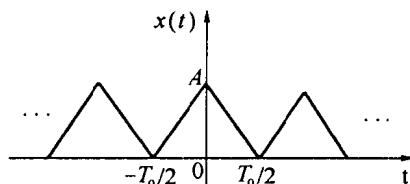


图 1-5 周期性三角波

根据式(1-12)可得

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) dt = \frac{2}{T_0} \int_0^{\frac{T_0}{2}} \left(A - \frac{2A}{T_0}t \right) dt = \frac{A}{2} \\ a_n &= \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} \cos(n\omega_0 t) dt = \frac{4}{T_0} \int_0^{\frac{T_0}{2}} \left(A - \frac{2A}{T_0}t \right) \cos(n\omega_0 t) dt \\ &= \frac{4A}{n^2\pi^2} \sin^2 \frac{n\pi}{2} = \begin{cases} \frac{4A}{n^2\pi^2} & (n=1, 3, 5, \dots) \\ 0 & (n=2, 4, 6, \dots) \end{cases} \\ b_n &= \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) \sin(n\omega_0 t) dt = 0 \end{aligned}$$

在 b_n 式中, 由于 $x(t)$ 为偶函数, $\sin n\omega_0 t$ 为奇函数, 所以 $x(t) \sin(n\omega_0 t)$ 也为奇函数, 而奇函数在上下限对称区间积分之值等于零。这样, 该周期性三角波的傅里叶级数展开式为

$$x(t) = \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \left(\cos\omega_0 t + \frac{1}{3^2} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5^2} \cos 5\omega_0 t + \dots \right)$$

$$= \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n\omega_0 t \quad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

周期性三角波的频谱图如图 1-6 所示,其幅频谱只包含常值分量、基波和奇次谐波的频率分量,谐波的幅值以 $\frac{1}{n^2}$ 的速度收敛;在其相频谱中基波和各次谐波的初相位 φ_n 均为零。

2. 傅里叶级数的复指数函数展开式

根据欧拉公式有

$$e^{\pm j\omega t} = \cos \omega t \pm j \sin \omega t \quad (j = \sqrt{-1}) \quad (1-15)$$

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{-j\omega t} + e^{j\omega t}) \quad (1-16)$$

$$\sin \omega t = j \frac{1}{2} (e^{-j\omega t} - e^{j\omega t}) \quad (1-17)$$

将上面三个等式代入式(1-12),整理得

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} (a_n + j b_n) e^{-jn\omega_0 t} + \frac{1}{2} (a_n - j b_n) e^{jn\omega_0 t} \right] \quad (1-18)$$

$$\text{令} \quad C_0 = a_0 \quad (1-19a)$$

$$C_{-n} = \frac{1}{2} (a_n + j b_n) \quad (1-19b)$$

$$C_n = \frac{1}{2} (a_n - j b_n) \quad (1-19c)$$

则有

$$x(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_{-n} e^{-jn\omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$\text{即} \quad x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1-20)$$

式(1-20)即为傅里叶级数的复指数函数形式。将式(1-13)代入式(1-19),并令 $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, 得

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (1-21)$$

通常情况下, C_n 为复数,则可写成

$$C_n = C_{nR} + j C_{nI} = |C_n| e^{j\varphi_n} \quad (1-22)$$

其中

$$|C_n| = \sqrt{C_{nR}^2 + C_{nI}^2} \quad (1-23a)$$

$$\varphi_n = \arctan \frac{C_{nI}}{C_{nR}} \quad (1-23b)$$

由于 C_n 与 C_{-n} 共轭,即 $C_n = C_{-n}^*$; $\varphi_n = -\varphi_{-n}$ 。

将周期函数 $x(t)$ 展开为傅里叶级数的复指数函数形式后,可分别以 $|C_n| - \omega$ 和 $\varphi_n - \omega$ 作幅频谱图和相频谱图;也可分别以 C_n 作实频谱图和虚频谱图。比较傅里叶级数的两种

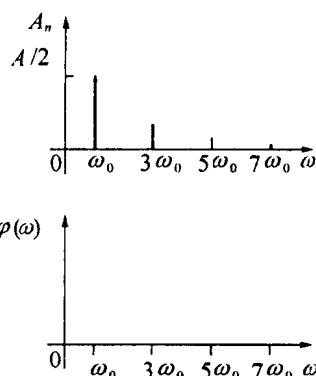


图 1-6 周期性三角波的频谱

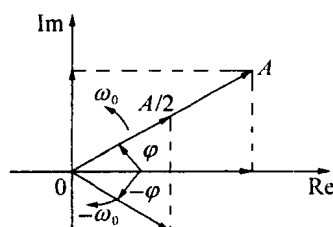


图 1-7 负频率的说明

展开形式可知,复指数函数形式的频谱为双边谱(ω 从 $-\infty$ 到 $+\infty$),两种频谱各谐波幅值在量值上有确定的关系,即 $|C_n| = \frac{1}{2} A_n$, $|C_0| = a_0$ 。双边幅频谱为偶函数,双边相频谱为奇函数。在式(1-20)中, n 取正、负值。当 n 为负值时,谐波频率 $n\omega_0$ 为负频率。出现负频率似乎不怎么好理解,实际上角速度按其旋转方向可以有正有负,一个向量的实部可以看成是两个旋转方向相反的矢量在其实轴上投影之和,而其虚部则为其在虚轴上投影之差,如图 1-7 所示。

图 1-8 是根据式(1-16)和式(1-17)画出的余弦、正弦函数的频谱图。由图可知,余弦函数只有实频谱图,与纵轴偶对称;正弦函数只有虚频谱图,与纵轴奇对称。

一般周期函数按傅里叶级数的复指数形式展开后,其实频谱总是偶对称的,其虚频谱总是奇对称的。

周期信号的频谱具有 3 个特点:①周期信号的频谱是离散的;②每条谱线只出现在基波频率的整倍数上,基波频率是诸分量频率的公约数;③各频率分量的谱线高度表示该谐波的幅值或相位角。工程中常见的周期信号,其谐波幅值总的趋势是随谐波次数的增高而减少。因此,在频谱分析中可将那些次数过高的谐波分量忽略舍去。

二、周期信号的强度表述

周期信号的强度以峰值、绝对均值、有效值和平均功率来表述,如图 1-9 所示。

1. 峰值

峰值 x_p 是信号可能出现的最大瞬时值,即

$$x_p = |x(t)|_{\max} \quad (1-24)$$

峰—峰值 x_{p-p} 是在一个周期中最大瞬时值与最小瞬时值之差。一般希望信号的峰—峰值在测试系统的线性区域内,使所观测(记录)到的信号正比于被测量的变化状态。

2. 绝对均值

周期信号的均值 μ_x 是信号的常值分量,即为:

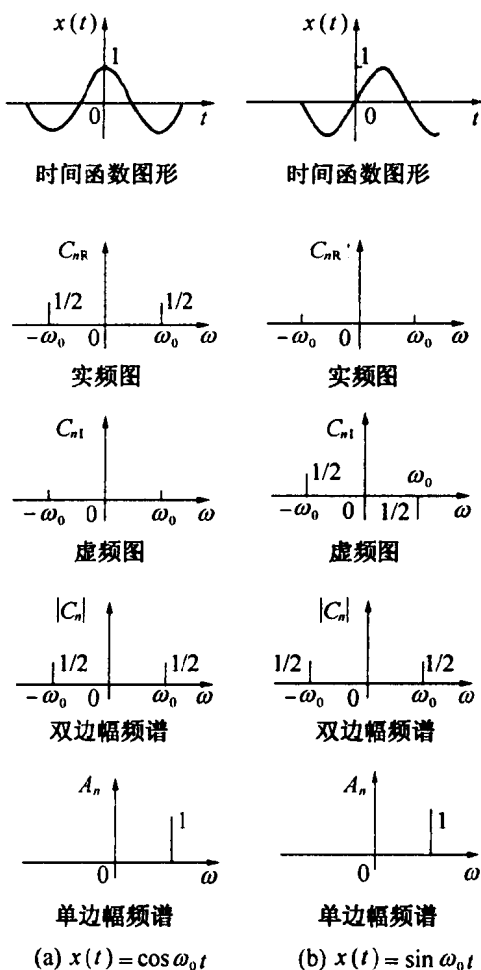


图 1-8 正、余弦函数的频谱图

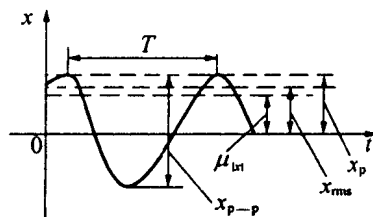


图 1-9 周期信号的强度表示