

学生实用

新世纪
最新版

数学中考必备

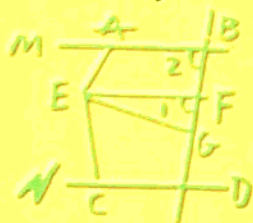
任勇主编

如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$

$\angle MAE = 45^\circ$, $\angle FEG = 15^\circ$

$\angle VCE = 75^\circ$, EG 平分 $\angle AEC$

求证: $AB \parallel EF \parallel CD$



中国青年出版社



XUE SHENG SHI YONG
SHU XUE ZHONG KAO BI BEI

学生实用 数学中考必备

任 勇 主编

中国青年出版社

(京)新登字 083 号

责任编辑:郭 静

封面设计:吴本泓

图书在版编目(CIP)数据

学生实用数学中考必备/任勇主编. -北京:中国青年出版社,2002

ISBN 7-5006-4793-X

I. 学… II. 任… III. 数学课-初中-升学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 041430 号

*

中国青年出版社出版发行

社址:北京东四 12 条 21 号 邮政编码:100708

网址:www.cyp.com.cn

编辑部电话:(010)84034350 发行部电话:(010)64010813

三河市天利华印刷厂印刷 新华书店经销

*

850×1168 1/32 印张 16.75 455 千字

2002 年 7 月北京第 1 版 2002 年 7 月北京第 1 次印刷

印数:1—12500 册 定 价:18.00 元

总策划 张正武

《学生实用数学中考必备》编者名单

主 编 任 勇

副主编 李 为 李红新

撰 稿 任 勇 李 为 李红新 谢振武

叶翠桃 龚 林 张建怀 许清龙

黄友供 吴建中 叶 琛 李名济

翁颖茵 陈媚娜 杨柳峰 丁桂红

陈宝龙 刘汉文

NAF 7/1/17

前言

《学生实用数学中考必备》一书是专为参加中考测试的学生而编写的复习迎考的学习用书。

本书特点如下：

一、编写——注重实用好用通用

1. 实用：一册在手，就有复习策略篇，知识系列篇，综合能力篇，应试技巧篇，模拟考试篇，答案提示篇。从初三总复习开始，一直伴随读者到中考结束，每个阶段都能在书中找到具体的材料。

2. 好用：与中考总复习同步进行，“知识系列篇”可一课一节一练同步使用，“综合能力篇”和“应试技巧篇”可酌情使用，选题由浅入深，注意一题多解、一题多变、一题多用。注重典型性、全面性，贴近近年中考要求。

3. 通用：顾及各地中考情况，涉及知识全面，可供各类地区使用。

二、内容——覆盖面广突出重点

1. 覆盖面广：本书所选内容，覆盖初中数学各章节内容，注重单元过关，辅以中考典型问题，达到强化考点、解疑释难之功效。

2. 突出重点：在注重基础知识的同时，突出对重点知识、常用方法、重要能力的训练，加强知识、方法、能力间的内在联系与应用。

三、新颖——突出应用创新综合

“突出应用创新综合”，是数学中考命题的趋势。本书在编写中，专门列出“复习策略篇”、“知识系列篇”、“综合能力篇”、“应试

技巧篇”、“模拟考试篇”和“答案提示篇”，读者在使用时会有新颖之感。

本书由任勇主编、统稿。各篇章作者如下：第一篇：李为。第二篇：第一章：谢振武；第二章：叶翠桃；第三章：龚林；第四章：张建怀；第五章：许清龙；第六章：黄友供；第七章：吴建中；第八章：叶琛；第九章：李名济；第十章：翁颖茵；第十一章：陈媚娜；第十二章：杨柳峰。第三篇：第一章：丁桂红；第二章：丁桂红；第三章：陈宝龙。第四篇：任勇、李红新。第五篇：刘汉文。

在本书的编写过程中，我们参考了部分初中数学教辅类书籍，在此特表谢意。总策划张正武先生和中国青年出版社的编辑、审订人员也为本书的出版做了大量细致的工作，特此亦表谢意。

本书是全体编撰人员精心设计、用心编写而成的，但由于时间稍紧，编写中恐有差错，恳请读者和专家批评指正，以便不断修正和完善。

《学生实用数学中考必备》编写组

2002年6月

目 录

前 言	(1)
第一篇 复习策略篇	(1)
第一章 夯实基础,根深才能叶茂 ——谈系统整理数学知识	(3)
第二章 工欲善事,还须利其之器 ——谈熟练掌握数学方法	(6)
第三章 随机应变,处处皆有灵犀 ——谈逐步培养数学能力	(10)
第四章 紧锣密鼓,演习当打真仗 ——谈中考数学强化训练	(16)
第二篇 知识系列篇	(21)
第一章 实数	(23)
2.1.1 实数的有关概念及实数的分类	(23)
2.1.2 实数的运算与实数的大小比较	(27)
2.1.3 单元练习 1	(30)
第二章 代数式	(32)
2.2.1 整式	(32)
2.2.2 因式分解	(35)
2.2.3 分式	(38)
2.2.4 二次根式	(42)
2.2.5 单元练习 2	(45)
第三章 不等式(组)	(47)
2.3.1 一元一次不等式	(47)
2.3.2 一元一次不等式组	(50)
2.3.3 单元练习 3	(54)
第四章 方程(组)	(56)
2.4.1 整式方程	(56)

2.4.2	分式方程和无理方程	(60)
2.4.3	方程组	(66)
2.4.4	一元二次方程根的判别式和根与系数的关系	(71)
2.4.5	列方程(组)解应用题(1)	(77)
2.4.6	列方程(组)解应用题(2)	(82)
2.4.7	列方程(组)解应用题(3)	(86)
2.4.8	单元练习 4	(91)
第五章	函数及其图像	(93)
2.5.1	平面直角坐标系	(93)
2.5.2	函数及其图像	(97)
2.5.3	一次函数的图像和性质	(102)
2.5.4	反比例函数的图像和性质	(108)
2.5.5	二次函数的图像和性质	(113)
2.5.6	二次函数的解析式及应用	(118)
2.5.7	单元练习 5	(123)
第六章	统计初步	(127)
2.6.1	平均数、众数、中位数	(127)
2.6.2	方差和频率分布	(129)
2.6.3	单元练习 6	(132)
第七章	线段、直线和相交线、平行线	(135)
2.7.1	线段、直线和角	(135)
2.7.2	相交线和平行线	(140)
2.7.3	单元练习 7	(144)
第八章	三角形	(147)
2.8.1	三角形有关概念及全等三角形	(147)
2.8.2	特殊的三角形	(152)
2.8.3	角的平分线和线段的垂直平分线	(158)
2.8.4	单元练习 8	(162)
第九章	四边形	(164)
2.9.1	多边形与平行四边形	(164)
2.9.2	特殊的平行四边形	(168)
2.9.3	梯形	(173)
2.9.4	轴对称、中心对称和图形折叠问题	(177)

2.9.5 单元练习 9	(181)
第十章 相似形	(184)
2.10.1 平行线分线段成比例	(184)
2.10.2 相似三角形(1)	(190)
2.10.3 相似三角形(2)	(197)
2.10.4 相似多边形	(206)
2.10.5 单元练习 10	(210)
第十一章 解直角三角形	(213)
2.11.1 锐角三角函数	(213)
2.11.2 解直角三角形	(218)
2.11.3 解直角三角形的应用问题	(224)
2.11.4 单元练习 11	(230)
第十二章 圆	(233)
2.12.1 圆的有关性质	(233)
2.12.2 与圆有关的角	(238)
2.12.3 直线与圆	(244)
2.12.4 圆与圆	(251)
2.12.5 正多边形与圆	(257)
2.12.6 单元练习 12	(262)
第三篇 综合能力篇	(265)
第一章 方程型综合问题	(267)
3.1.1 有关一元二次方程的根的情况的综合问题	(267)
3.1.2 有关不等式、二元二次方程组的综合问题	(273)
3.1.3 有关三角函数、几何的方程综合问题	(278)
第二章 函数型综合问题	(286)
3.2.1 有关方程的函数综合问题	(286)
3.2.2 有关几何知识的函数综合问题	(293)
3.2.3 有关实际应用问题的函数综合问题	(302)
第三章 几何型综合问题	(309)
3.3.1 几何的证明	(309)
3.3.2 几何的计算	(314)
3.3.3 几何与运动	(319)
3.3.4 几何与最值	(326)

第四篇 应试技巧篇	(333)
第一章 选择题的解法.....	(335)
第二章 填空题的解法.....	(343)
第三章 综合题的解法.....	(349)
第四章 数学应用问题.....	(363)
第五章 数学探索问题.....	(375)
第六章 数学创新问题.....	(388)
第七章 数学考前调整.....	(405)
第八章 数学考试技巧.....	(413)
第五篇 模拟考试篇	(425)
模拟试卷一.....	(427)
模拟试卷二.....	(431)
模拟试卷三.....	(435)
第六篇 答案提示篇	(439)

第一篇

复习策略篇

中考复习，一般在 80~100 天左右，搞好这 100 天的复习，在中考中取得优异的成绩，是每个学生的愿望。百天大战，每一天都在不断地编织知识之网，都在掌握数学方法，形成数学能力。这个阶段，各种强化训练也不少，难免又会有一些失误，心理压力也特别大。根据上述情况，笔者结合指导中考数学复习的经验，从四个方面和同学们谈谈数学中考复习的学习策略。



- 第一章 夯实基础，根深才能叶茂
——谈系统整理数学知识
- 第二章 工欲善事，还须利其之器
——谈熟练掌握数学方法
- 第三章 随机应变，处处皆有灵犀
——谈逐步培养数学能力
- 第四章 紧锣密鼓，演习当打真仗
——谈中考数学强化训练



第一章 夯实基础,根深才能叶茂

——谈系统整理数学知识

俗话说:“万丈高楼平地起”。数学复习,也不例外。数学复习的指导文章很多,但几乎所有文章都谈到一点,就是要系统整理知识。大家认为,基础扎实,是数学中考取得成功的最重要的一环。著名数学教育家波利亚说过:“货源充足和组织良好的知识仓库是一个解题者的重要资本”,可见数学知识是数学解题的出发点与凭借,只有打好数学知识的根基后,才能去建造巍峨数学王国的宏伟大厦。

数学知识如此重要,怎样才能牢固掌握好数学知识呢?

1. 课本知识,牢固掌握

朱子有句诗曰:“问渠哪得清如许,为有源头活水来。”我们之所以提起它,是要说课本的重要性。课本如百源之头,各式各样的题型,都是课本内容的变化。虽然我们已逐章逐节地学完了课本知识,但平时学习一环扣一环,不少知识来不及消化,很少系统总结。因此,在初三总复习时,通过全面复习课本,加深和巩固已掌握的知识,弥补平时学习的不足,是完全必要的。课本内容很多,复习时应做到“三抓”:一抓基本知识的复习,对课本中的知识点进行全面整理,把分割学习的知

识单点或知识片断组合成知识链、公式链、运算链,对整个课本知识有一个系统的认识。二抓基本知识的深化。总复习时对课本知识的整理,就不能满足于会背诵、会证明,而应通过认真分析,掌握它们的本质,揭示联系,理清相近知识,易混知识,透彻理解知识,找出规律。三抓基本知识的应用。在复习课本知识的同时,要认真研究例题和认真分析习题(有保存作业习惯的同学,可对照以前作业进行分析,效果更好),学会对课本上的例题和做过的习题按知识或解题方法进行初步归类,找出一般规律。

各地中考试题中基础知识和基本技能的考查大都占试卷总体的80%~85%,这符合新教材的特点,体现了新大纲的要求,即加强“双基”。这些试题主要来源于对课本例题、习题进行一定的改编,如变换数字、变换字母、变换图形、变换条件等等方法,这提醒学生在学习中应充分利用教材,牢固掌握基础知识。

2. 数学概念,抓住实质

学习数学概念,贵在抓住本质。“互为余角”这个概念不难理解吧?同学们先做一题看看。

例 1 如图 1-1-1, CD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AB 上的高, $DE \perp AC$ 于 E , 则图中互余的角共有 对.

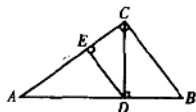


图 1-1-1

“互为余角”的实质是什么? 一是必须具有两个角(单独一个角等于 90° 或三个及三个以上的角的和等于 90° , 都不认为是互为余角); 二是这两个角的和等于 90° . “互为余角”的非本质属性是什么? 那就是这两个角与它们所处的位置无关.

弄清本质和非本质属性, 就不难得出上题答案为 8 对. (注意: 易漏掉 $\angle DCA$ 与 $\angle A$, $\angle A$ 与 $\angle B$, $\angle CDE$ 与 $\angle B$ 这三对).

要抓住概念的实质, 可以从以下几方面进行.

一是通过概念的形式来理解数学概念. 数学概念是通过实例、模型、图形和计算而引入的, 加强对概念形成的认识(初三数学复习时可以回顾形成的过程), 可增强直观效果, 有助于对概念的正确理解.

二是通过分层次来理解数学概念. 复习数学概念时, 要学会用自己的语言(文字的、符号的、图形的)剖析每个概念的定义层次.



图 1-1-2

三是通过变形来理解数学概念. 几何概念要会画出它的变式图形(标准的、非标准的), 如“平行线等分线段定理”的画图, 图 1-1-2 是标准的, 图 1-1-3 是非标准的. 代数概念要学会等价的多种表达形式, 如 a 、 b 不全为 0 $\Leftrightarrow a^2 + b^2 \neq 0 \Leftrightarrow |a| + |b| \neq 0$ 等.

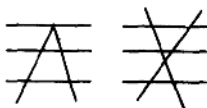


图 1-1-3

四是通过对比来理解数学概念. 如易混概念的对比(如平方和与和的平方, 不全为 0 和全不为 0); 对应概念的对比(如乘方与开方); 类似概念的对比(如代数中的“四个二次”、全等与相似)等.

五是通过知识系统化来理解数学概念. 如实数的分类、四边形的从属关系等.

六是通过运用数学概念来掌握概念本质. 灵活运用概念及定义解题, 是掌握概念本质的较高表现.

3. 公式定理, 学会“应用”

学习公式定理, 贵在学会“六用”: 互用、逆用、连用、变用、巧用、活

用.

勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$ 谁不知道,正用、逆用的例子较多.再看一例:

例 2 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 已知 $a + b = m$, $ab = n$, 求 c .

由已知分别求 a 、 b , 再由 $c^2 = a^2 + b^2$ 可求 c , 但由

$$c^2 = (a + b)^2 - 2ab = m^2 - 2n^2,$$

求得 $c = \sqrt{m^2 - 2n}$, 多么简单明快.

勾股定理有各种变形形式, 如

$$a^2 = (c + b)(c - b),$$

$$c^2 = (a + b)^2 - 2ab,$$

$$2ab = (a + b + c)(a + b - c),$$

$$2ab = (b + c - a)(a + c - b),$$

$$\frac{1}{2}ab = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

(p 为 $\triangle ABC$ 的半周长).

你会证明和应用吗?

简单的勾股定理就有如此“多用”, 其他公式定理也一定会“变化多端”, 大有“用”处.

4. 串联知识, 编织网络

渔网能捕鱼, 是由于由纵横编织成网的缘故. 整理数学知识也应从纵横两方面进行. 纵的方面, 是按知识

系统进行整理, 使知识系统化、条理化. 如平行四边形的性质和判定. 横的方面, 是按专题进行整理, 可从解题思路、解题规律、解题技巧上总结规律. 如几何比例式或等积式证法研究. 当然, 在串联知识时, 要防止“眉毛胡子一把抓”的倾向, 要知道胡乱编织是不能成网的.

5. 突出重点, 突破难点

在全面复习、整理归纳的基础上, 下一步就是要突出重点知识, 突破难点知识. 每个学生应在头脑中形成三个系统: 重要概念有哪些(形成概念系统), 重点定理有哪些(形成定理系统), 重要公式有哪些(形成符号系统). 抓住重点, 还要以它为中心, 前后左右牵动一片, 形成以重点知识为中心的“知识圈”. 每个学生在数学学习中难免有自己的难点, 整理知识时, 还应强攻这个难点(必要时可请老师个别指导, 或请教班上的“小先生”), 突破这个难点, 及时撤掉这个障碍. 有的同学认为, 突破难点, 就是“钻进题海攻难题”, 这是不可取的. 切记: 中考迫近抓双基, 偏题难题姑弃之.

第二章 工欲善事,还须利其之器

——谈熟练掌握数学方法

学习数学,离不开解题.用什么样的观点去看待数学解题,并采用什么样的思想和方法去解决数学问题,这对于一个初三数学总复习的学生来说,是十分重要的.数学思想和方法,就像工匠精良的工具.有了精良的工具,工匠就能干好他的活儿.

1. 解题需要一定的方法

解题一定要讲究方法.事实上,我们解决任何一道数学题,都伴随着这样或那样的方法,没有方法的解题是不存在的,只不过有繁与简、通法与特法之分罢了.因此,要提高解题能力,就要掌握一定的解题方法.

义务教育数学教学大纲把数学思想和方法作为初中数学的基础知识的一部分,这有利于揭示知识的实质,有利于提高学生的数学素养.因此,同学们在复习时要加强对数学思想方法的学习,并逐步体会、领悟直至应用.

例 1 下列方程:

$$\textcircled{1} \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 - 5\left(\frac{x}{x-1}\right) + 6 = 0;$$

$$\textcircled{2} x^2 + x + 1 = \frac{2}{x^2 + x};$$

$$\textcircled{3} \sqrt{\frac{x+2}{x-1}} + \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} = \frac{5}{2};$$

$$\textcircled{4} 3x^2 + 15x + 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2.$$

其中可以用换元法来解的方程的个数为()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

同学们可试试看,四个方程均可用换元法来解.

换元法是一种手段,其目的就是转化.

例 2 如图 1-2-1, 已知 AB 是半圆 O 的直径, C 是圆上一点, $CD \perp AB$, 垂足为 D . $\odot O_1$ 与 $\odot O$ 相切于 E , $\odot O_1$ 与 CD 、 AB 分别相切于 F 、 G , 如果 $AB = 16$, $AC = 4$, 求 $\odot O_1$ 的半径.

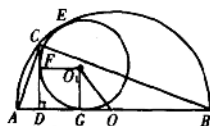


图 1-2-1

连结 O_1F 、 O_1G 、 BC 、 O_1O , 由 $\text{Rt} \triangle ACD \sim \text{Rt} \triangle ABC$, 可得 $AD = 1$, 可以证明四边形 $FDGO_1$ 是正方形, 设 $\odot O_1$ 的半径为 x , $O_1G = x$, $OG = 7 - x$, $O_1O = 8 - x$, 在 $\text{Rt} \triangle O_1GO$ 中, 由

勾股定理,得 $x^2 + (7-x)^2 = (8-x)^2$,
解得 $x=3$,即 $\odot O_1$ 的半径为 3.

本例考查了两圆的位置关系、相似三角形、四边形、勾股定理等方面知识的综合运用能力,特别是在计算过程中引入方程的思想,通过构造方程来求解.

构造方程就是构造法的一种.

2. 解题没有固定的方法

不同的人解同一道数学题有着许许多多不同的解法,同一个人解同一道数学题也可得到不同的解法.再好的解题法也只是相对而言的,不存在可以解任何数学题的方法.只有具体问题具体分析,才能不断提高解题水平.从考试角度看,试题(尤其是解答题)一般都有两种以上解法,考查学生思维能力.因此,初三总复习阶段应重视从不同角度审视问题,加强一题多解训练.

例 3 解方程组 $\begin{cases} x-y=4, \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=2. \end{cases}$

解法 1:原方程组变形为

$$\begin{cases} (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = 4, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2. \end{cases}$$

$$\text{则} \begin{cases} (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 4, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2. \end{cases}$$

$$\text{解方程组} \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 2, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2. \end{cases}$$

$$\text{得} \begin{cases} \sqrt{x} = 2, \\ \sqrt{y} = 0. \end{cases} \therefore \begin{cases} x = 4, \\ y = 0. \end{cases}$$

经检验, $\begin{cases} x=4, \\ y=0 \end{cases}$ 是原方程组的解.

解法 2: 设 $\sqrt{x} = u, \sqrt{y} = v$, 则原方程组化为

$$\begin{cases} u^2 - v^2 = 4, \\ u + v = 2. \end{cases} \text{ 不难解得}$$

$$\begin{cases} u = 2, \\ v = 0. \end{cases} \text{ 再“还原”即可获解.}$$

解法 3: 由 $x-y=4$, 得 $x=y+4$.

代入方程 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$, 得 $\sqrt{y+4} + \sqrt{y} = 2$.

移项, 得 $\sqrt{y+4} = 2 - \sqrt{y}$,

两边平方, 得 $y+4 = 4 - 4\sqrt{y} + y$,

$\therefore \sqrt{y} = 0, y = 0$, 进一步求得 $x = 4$.

本例解方程组的三种解法, 分别运用了因式分解法、换元法和代入消元法. 寻求多种解法的目的是广开思路, 巩固双基, 增强解题能力.

例 4 A、B 两地相距 13.5 公里, 甲从 A 地乙从 B 地同时相向出发分别往返时, 甲比乙早返回原地. 甲、乙两人从第一次在 C 处相遇到第二次在 D 处相遇共历时 3 小时 20 分钟, 且 C 处和 D 处相距 3 公里. 假定甲、乙两人分别以一定的速度行走, 求他们的速度.

分析: 甲比乙早返回, 说明甲速比乙速快, 由此可见 C 比 AB 的中点