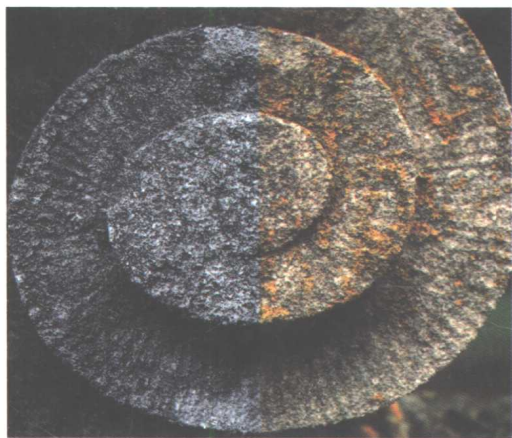


普林斯顿科学文库 6
Princeton Science Library

对称

赫尔曼·外尔 著
冯承天 陆继宗 译



上海科技教育出版社

对称

赫尔曼·外尔 著
冯承天 陆继宗 译

上海科技教育出版社

Symmetry

by

Hermann Weyl

Copyright 1952 by Princeton University Press

Copyright © renewed 1980 by Princeton University Press

Chinese (Simplified Character) Trade Paperback copyright © 2002 by

Shanghai Scientific & Technological Education Publishing House

Published by arrangement with Princeton University Press

in association with Arts & Licensing International, Inc., USA

ALL RIGHTS RESERVED

上海科技教育出版社业经普林斯顿大学出版社

及 Arts & Licensing International, Inc., USA

取得本书中文简体字版权

责任编辑 潘涛 何妙福 装帧设计 汤世梁

对称

赫尔曼·外尔 著

冯承天 陆继宗 译

上海科技教育出版社出版发行

(上海冠生园路393号 邮政编码200235)

各地新华书店经销 上海长阳印刷厂印刷

开本 787 × 960 1/32 印张 5.375 字数 106 000

2002年6月第1版 2002年6月第1次印刷

印数 1 - 5 000

ISBN 7 - 5428 - 2854 - 1/N · 464

图字 09 - 2000 - 306 号

定价:10.00 元

序言及文献评注

从对称性等于各部分比例之和諧 (symmetry = harmony of proportions) 这一多少有点含混的观念出发,我在本书的四讲中首先通过对称性的几种形式,如双侧对称性、平移对称性、旋转对称性、装饰对称性和结晶对称性等,逐步展示出对称性的几何概念,最后上升到作为所有这些特殊形式基础的一般观念:组元的构形在其自同构变换群 (group of automorphic transformations) 作用下所具有的不变性 (invariance)。我的目的有两个:一方面展示出对称性原则在艺术以及无机界和有机界中的大量应用;另一方面我将逐步阐明对称性观念的哲理性的数学意义。为了达到后一目的,我们必须接触有关对称性和相对性的一些概念和理论;而使正文生色不少的大量插图将帮助我们达到前一目的。

本书不只是为学者和专家们写的,我心目中的读者面要广泛得多。虽然我并不回避数学(否则就达不到我们的目的),但是为了不超过本书的预定的深度,我对书中论述的大多数问题并不作详细的处理,尤其是不作完备的数学处理。1951年2月,我在普林斯顿大学的瓦尼克桑讲座 (Louis

Clark Vanuxem Lectures)作了几次演讲。本书就是把这些演讲稍作修改,再加上了给出一些数学证明的两个附录而编成的。

这一领域中的其他一些书,例如耶格(F. M. Jaeger)的经典著作《关于对称原理及其在自然科学中的应用》(*Lectures on the Principle of Symmetry and its Applications in Natural Science*, Amsterdam and London, 1917),或者更近一些的由尼科勒(Jacque Nicolle)撰写的篇幅小得多的小册子《对称性及其应用》(*La symétrie et ses Applications*, Paris, Albin Michel, 1950),虽然涉及到的内容方面都更为详尽一些,但只论述了部分题材。在汤普森(D'Arcy Thompson)的巨著《论生长与形式》(*On Growth and Form*, New Edition, Cambridge, Engl., and New York, 1948)中,对称性只不过是一个枝节问题。施派泽(Andreas Speiser)的专著《有限阶群论》(*Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung*, 3. Aufl. Berlin, 1937)以及他的其他一些论著,给出了这一课题中有关美学方面和数学方面的重要梗概。汉比奇(Jay Hambidge)的《动态对称性》(*Dynamic Symmetry*, Yale University Press, 1920)只是在书名上与本书几乎相同而已。在内容上与本书最为接近的,也许是德文期刊《*Studium Generale*》1949年7月号论述对称性的那一期(Vol. 2, pp. 203~278,今后引作 *Studium Generale*)。

在本书末尾,可以找到书中插图来源的一份完整的清单。

我极其感谢普林斯顿大学出版社及其编辑们,感谢他们对出版这本小书所给予的里里外外的极大关切,我也同样感

谢普林斯顿大学校方赐与我机会,使我在从高等研究院退休前夕有幸能作这最后一次的演讲。

赫尔曼·外尔

1951年12月于苏黎世

目 录

双侧对称性·····	1
平移对称性、旋转对称性和有关的对称性·····	39
装饰对称性·····	82
晶体·对称性的一般数学观念·····	115
附录 A 确定三维空间中由真旋转构成的所有有限群 ·····	142
附录 B 计入非真旋转·····	148
致谢·····	150
注释·····	153

双侧对称性

如果我没有搞错的话,对称性一词在日常用语中有两种含义。一种含义是,对称的(symmetric)即意味着是非常匀称和协调的;而对称性(symmetry)则表示结合成整体的好几部分之间所具有的那种和谐性。优美(beauty)是与对称性紧密相关的,例如波利克莱托斯(Polykleitos)* (写过一本论述匀称的书,其雕塑作品之和谐完美也深为古希腊人所称颂)就用过这一字眼,而后来丢勒(Albrecht Dürer)** 仿效他为人体形态的比例制定了一套标准。¹ 就此意义来说,对称性涉及的范围决不只限于空间中的物体。当用于声学 and 音乐,而不是几何对象时,它的同义词“和谐”(harmony)更能说明情况。德语中的 *Ebenmass* 一词很能表达希腊语中对称性的意思。因为像后者一样,它也有“中庸程度”这一涵义,根据亚里士多德

* 波利克莱托斯,公元前5世纪古希腊雕塑家。他对理想的男性古典美规定了一套标准。——译者

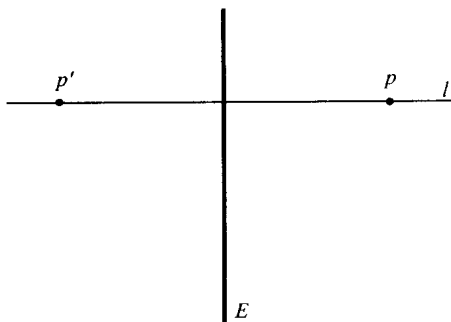
** 丢勒(1471~1528),德国油画家、版画家、雕塑家和建筑师。——译者

(Aristotle) * 的《伦理学》(*Nicomachean Ethics*), 这是有贤德的人在其行动中应予追求之美德。而盖仑(Galen)**在他的《论气质》(*De temperamentis*)一书中把它描述为一种与两个极端都等距的心灵境界(*σύμμετρον ὅπερ ἑκατέρου τῶν ἄκρων ἀπέχει*)。

天平的形象使我们能自然地联系到对称一词的第二种含义(这是近代使用对称这词所指的意思)。天平具有双侧对称性(bilateral symmetry), 即左和右的对称性。这种对称性在高等动物(尤其是人体)结构中是很明显的。现在这一双侧对称性是一个严格的几何概念, 它不同于前面讨论过的那种含混的对称观念, 是一个绝对精确的概念。一个物体, 即一个空间构形, 如果在关于给定平面 E 的反射下变成为其自身, 我们就说它关于 E 是对称的。取垂直于 E 的任意直线 l 以及 l 上的任意一点 p , 那末此时在 l 上(在 E 的另一侧)就存在一点 p' (且只存在一点 p')与 E 有同样的距离。仅当 p 在 E 上, 点 p' 才与 p 重合。关于 E 的反射是空间到其自身上的映射(mapping) $S: p \rightarrow p'$, 这一映射把任意点 p 变为它关于 E 的镜像 p' 。每当确立了一个规则, 而由此规则每一点 p 都有一个像 p' 与之对应, 这就定义了一个映射。再举一个例子: 例如绕一垂直轴旋转 30° , 这一旋转将空间的每一个点 p 变为另一点 p' , 因此也定义了一个映射。如果图形在绕轴 l 的所

* 亚里士多德(公元前 384 ~ 前 322), 古希腊哲学家和科学家。——译者

** 盖仑(约 129 ~ 200), 古希腊医师、自然科学家和哲学家。——译者

图 1 关于 E 的反射

有旋转下,仍变为其自身,那末我们就称该图形关于轴 l 有旋转对称性(rotational symmetry)。这样,双侧对称性就作为几何对称性的第一实例出现了,几何对称性就是指诸如反射和旋转那样的操作。毕达哥拉斯(Pythagoras)* 学派认为,平面中的圆周、空间中的球面是最完美的几何图形,因为它们有着全部的旋转对称性。而亚里士多德认为天体是球形的,因为任何其他图形都会有损于它们作为天国的完美性。正是承袭了这一传统,在一首近代诗中² 上帝被赞誉为“汝,伟大的对称”:

伟哉对称是上帝,
爱欲深激于吾身,
悲情同时油然而生。
年华虚度日复日,
皆因方式失匀称,

* 毕达哥拉斯(约公元前 580~前 500),古希腊数学家和哲学家。在西方,他首先提出了勾股定理。——译者

祈乞赐吾完美形。

不管你把对称性定义得是宽还是窄，它一直都是人们长时期以来用以理解和建立秩序(order)、优美(beauty)和完善(perfection)的一种概念。

我的讲演安排如下：首先我将较为详尽地讨论双侧对称性和它在有机界和无机界以及艺术中的作用。然后将按我们旋转对称性的例子所表明的方向，逐渐推广这一概念。即首先局限在几何的范围中讨论，接着通过数学抽象过程来超越这一界限，沿着这一条道路最终使我们能得到一个非常一般性的数学概念，这可以说是在对称性的所有个别表现和应用背后的柏拉图(Plato)*式的观念。在某种程度上来说，这种做法是所有理论认识的共有特征：我们从某个一般而又含混的原则(第一种意义下的对称性)开始，然后去寻找一个重要的实例，在其中我们的概念会有一个具体而精确的意义(双侧对称性)，并且由此出发，主要依靠数学构造和抽象的指引(比受哲学幻想的指导要多得多)，再逐渐地上升为一般性。而且，如果幸运的话，我们最终得到的概念的普适性将不会比我们原始的那个概念差。也许此时情感上的吸引力已丧失殆尽，但是这种概念在思维的领域中却具有同样的、甚至是更强的统一力量，而且它是精确无误的，而不再是含混不清的。

我们从欣赏“祈祷的男孩”(图2)，一座公元前4世纪的

* 柏拉图(公元前427~前347)，亚里士多德的老师。他的哲学思想对西方哲学的影响极大。主要著作有《理想国》《法律篇》等。——译者

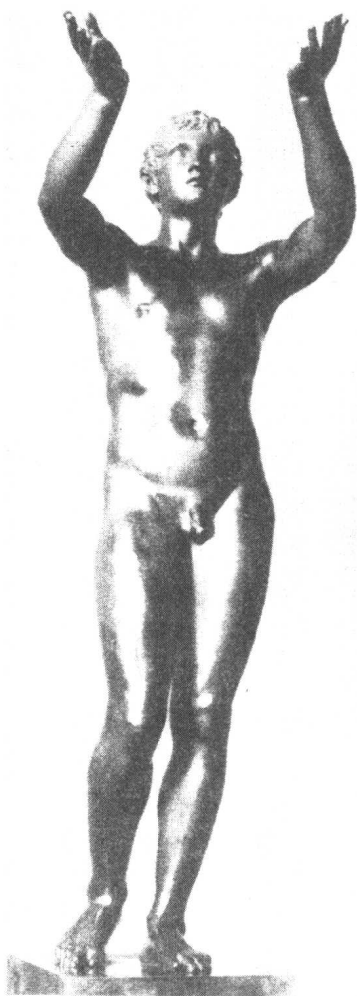


图 2

高雅的希腊雕像、艺术上的上乘之作，开始讨论双侧对称性，并以此作为一个象征让你感受到此种对称性在生命和艺术中所具有的巨大意义。人们可能会问，对称性的美学价值是否是由其生命力价值所决定的：这位雕塑家是否发现了大自然根据某种内在的法则赋予其造物以对称性，然后再复制和完善大自然以不完整的形式所呈现出来的那种对称性？抑或对称性的美学价值有其完全独立的根源？我和柏拉图有同感，认为数学概念是上述两者的共同起源；支配着大自然的数学定律是自然界中对称性的起源，而这一概念在这位艺术家创造性的头脑中所形成的直觉形象是其艺术起源；虽说我也乐于承认，在艺术中人体外表所具有的那种双侧对称性已经起着一种附加的激励我们情感的作用。

在所有古代的种族中，似乎苏美尔*人特别酷爱严格的双侧对称性或纹章对称性。公元前2700年前后统治拉格什城**的恩泰梅纳王(King Entemena)有一只著名的银花瓶，上面镌刻有下列典型的图案：一只狮面鹰正面展开双翅，它的两只爪子都抓住一只侧面的牡鹿，而后者又各受到一只雄狮的正面攻击(图3，上图中的牡鹿，在下图中为山羊所替代)。把鹰的精确对称性推广到图中别的四足兽，显然迫使它们非得重复不可。不久之后，鹰有了两个头，各朝不同的方向。于

* Sumer, 美索不达米亚南部的一个古老区域, 包括一些城市和城国, 最早的一些约建于公元前5~前10世纪。据认为那里的文化在近东地区占主要地位达1500年之久, 称为苏美尔文化。——译者

** Lagash, 苏美尔的古城, 在幼发拉底河和底格里斯河之间。即现在的伊拉克南部。——译者

是,形式上的对称性原则完全压倒了忠于自然的模仿原则。这种纹章设计随后由波斯、叙利亚仿效,后来又有拜占庭*。而且凡是在第一次世界大战之前生活过的人都会记得沙皇俄国和奥匈帝国的盾形纹章上的那只双头鹰。

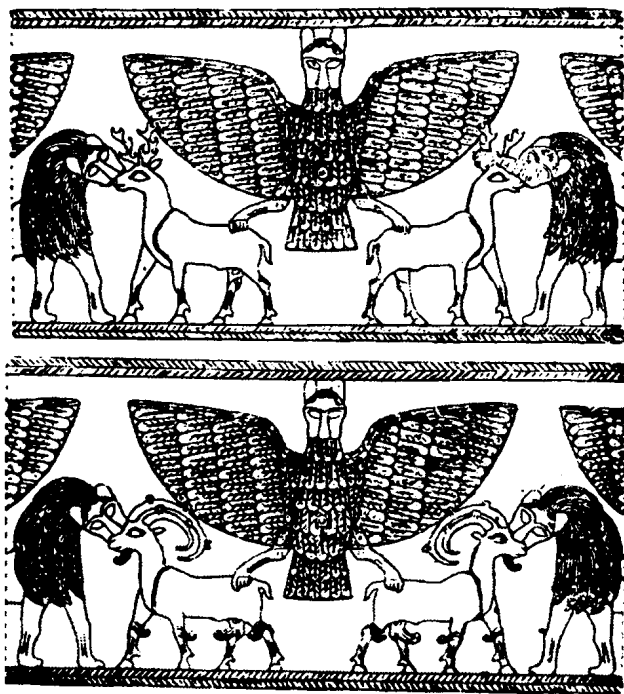


图 3

* Byzantium, 古希腊殖民城市, 公元前 7 世纪建, 位于博斯普鲁斯海峡两岸。公元 330 年罗马帝国皇帝君士坦丁迁都于此, 改名为君士坦丁堡。后为东罗马帝国首都。15 世纪改名为伊斯坦布尔至今。公元 4 ~ 15 世纪在那里发展起来的艺术称拜占庭艺术。——译者

我们现在来看这一幅苏美尔人的图画(图4)。其中的两个鹰头人几乎对称,又不完全对称。为什么并不完全对称呢?在平面几何中,关于一垂直线 l 的反射也可以通过把此平面绕轴 l 在空间中旋转 180° 而得到。如果你们看这两个怪物的手臂,你们大概都会说,就是通过这一旋转,使我们能从其中的任一个得到另一个的。然而,描述它们在空间中位置的那些重叠部分,却使这一平面图形不具有双侧对称性了。但是艺术家就是追求这一对称性,他使这两个怪物各朝这观察者转过了半圈,同时也在足和翅膀的安排上玩了些花样:在左边的图案中下垂的一翼为右翼,而在右边的图案中下垂的一翼为左翼。

巴比伦的圆柱形印章石上的图案设计,经常是采用纹章对称的。我记得在我以前的同事,已故的赫茨菲尔德(Ernst Herzfeld)的收藏中,我曾看到过一些珍品。在这些珍品中,为了对称性的缘故,由侧面给出的并不是一个神的两个头而是双重的身体下半部,这部分有着牛的样子,因此有四条后腿,而不是两条。在基督时代,人们在表现圣餐的某些场面中

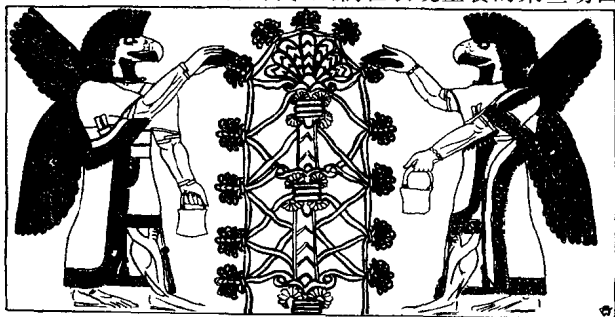


图4

也能看到类似的情况。例如，在一只拜占庭风格的圣餐盘（图5）上就有两个面对着信徒的对称的基督。但是，这里的对称性是不完全的，而且显然要比其外形上的意义还要深刻得多，因为一边的基督在分面包，而另一边的基督则在斟酒。



图5

让我们在苏美尔和拜占庭之间再插入波斯。这些珐琅质的斯芬克司*（图6）取自马拉松长跑全盛时期建于苏萨**的

* 希腊神话中的带翼狮身女怪。传说她常叫过路行人猜谜，猜不出者即遭杀害。——译者

** Susa, 埃兰古城, 波斯帝国首都。其遗迹在伊朗西南部。——译者

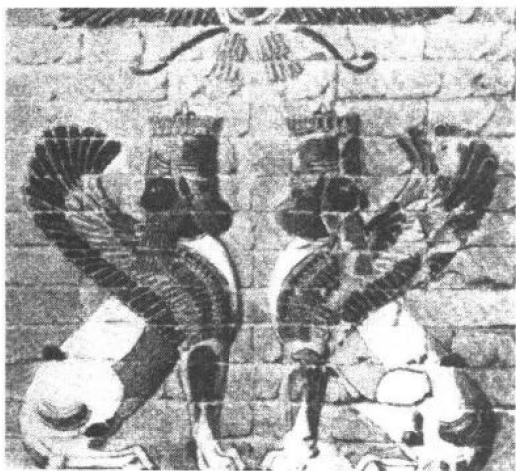


图 6

大流士(Darius)* 王宫。越过爱琴海,在希腊的青铜时代的晚期,公元前 1200 年左右,我们在梯林斯**的迈加龙***内找到了如图 7 所示的地板图案。如果你坚信历史的连续性和相依性,那末你就能把海洋生物(海豚和章鱼)的优美图案追溯到克里特岛的米诺斯文化****,而纹章对称性可追溯到东方

* 古波斯帝国三个国王的名字。大流士一世(公元前 558~前 486、公元前 522~前 486 在位)统治时期,为阿契美尼德王朝最盛时期。——译者

** Tiryns,荷马前的古希腊城,遗迹在阿戈斯的伯罗奔尼撒半岛上。——译者

*** Megaron,考古学术语,指爱琴文化时期房屋建筑里的内室和大厅。——译者

**** 指公元前约 3000 年到公元前 1100 年,克里特岛的青铜时代文化。——译者