

上海科学技术出版社
朱学炎 孙景年 编

图形与用表 常用数学公式



常用数学公式、图形与用表

朱学炎 孙景牟 等编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 上海东方印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 13.75 字数 289 000

1989 年 9 月第 1 版 1989 年 9 月第 1 次印刷

印数: 1-6,000

ISBN 7-5323-0364-0/O·25

定价: 4.85 元

内 容 提 要

本书包括初等代数、平面几何、立体几何、平面解析几何、空间解析几何、平面三角、球面三角、微积分等十余门数学分科的 2100 个数学公式、120 多个数学图形和 40 个数学用表。这些常用的数学公式、图形和用表按传统的教学体系编排,内容丰富、文字精练、检索方便、实用性强,可供中学师生和大专院校低年级学生使用,也可供各类工程技术人员和数学爱好者参考。

目 录

第一篇 常用数学公式

一、初 等 代 数

- 1. 实数1
 - (1) 自然数1
 - 自然数的基本关系式
 - 自然数的加法交换律公式
 - 自然数的加法结合律公式
 - 自然数的乘法交换律公式
 - 自然数的乘法结合律公式
 - 自然数的乘法对于加法的分配律公式
 - 自然数的自然数次乘幂公式
 - 自然数的最大公约数和最小公倍数(m, n)的关系式
 - (2) 整数2
 - 整数的基本关系式
 - (3) 有理数2
 - 有理分数的加法运算公式
 - 有理分数的减法运算公式
 - 有理分数的乘法运算公式
 - 有理分数的除法运算公式
 - 有理数的自然数次乘幂公式
 - (4) 实数3

- 实数的基本关系式
- 实数加法的交换律公式
- 实数加法的结合律公式
- 实数加法运算的性质公式
- 实数乘法的交换律公式
- 实数乘法的结合律公式
- 实数乘法对于加法的分配律公式
- 实数乘法运算的性质公式
- 幂的运算公式
- 方根的运算公式
- 对数的定义公式
- 对数的基本公式
- 十进对数和自然对数的关系式
- 纯循环小数化为有理分数的公式
- 混循环小数化为有理分数的公式
- 2. 复数5
 - 虚数单位的乘幂运算公式
 - 复数加法的定义公式

复数加法的交换律公式	4. 比例 9
复数加法的结合律公式	比例的基本公式
复数乘法的定义公式	更比公式
复数乘法的交换律公式	反比公式
复数乘法的结合律公式	合比公式
复数乘法对于加法的分配律公式	分比公式
复数模的运算公式	合分比公式
共轭复数的性质公式	等比公式
复数三角形形式的定义公式	5. 数列 10
复数三角形形式的乘法公式	(1) 等差数列 10
复数三角形形式的除法公式	等差数列的通项公式
复数乘幂的棣莫佛公式	等差数列邻项之间的关系式
复数 n 次方根的计算公式	等差数列前 n 项的求和公式
8. 多项式 7	(2) 等比数列 11
(1) 整式的乘法 7	等比数列的通项公式
两数和的平方公式	等比数列邻项之间的关系式
两数差的平方公式	等比数列前 n 项的求和公式
和数的平方公式	(3) 无穷递缩等比数列 11
两数和的立方公式	无穷递缩等比数列的求和公式
两数差的立方公式	(4) 一些特殊数列的求和公式 12
和数的立方公式	
牛顿公式	6. 排列组合 13
(2) 因式分解公式 8	n 个元素的全排列数公式
平方差公式	从 n 个元素中取出 m ($n \geq m$)
立方和公式	个元素的排列数公式
立方差公式	从 n 个元素中取出 m ($n \geq m$)
韦达公式	个元素的组合数公式

组合数的性质公式	9. 逻辑代数基本公式.....19
从 n 个元素中取出 m 个元素的可重复排列数公式	(1) 逻辑运算公式.....19
从 n 个元素中取出 m 个元素的有重复组合数公式	逻辑加法运算公式
	逻辑乘法运算公式
	逻辑非公式
7. 方程.....14	(2) 逻辑运算性质公式.....19
线性方程的求根公式	逻辑运算的交换律公式
二次方程的求根公式	逻辑运算的分配律公式
二次方程的判别式	逻辑运算的结合律公式
简化二次方程的求根公式	逻辑运算的补充律公式
二项方程的求根公式	逻辑运算的重叠律公式
三次方程的求根公式	逻辑运算的吸收律公式
三次方程的判别式	逻辑运算的反演律公式
四次方程的求根公式	
8. 不等式.....17	二、平面三角
(1) 不等式的性质公式.....17	1. 三角函数.....20
不等式的反对称公式	(1) 度与弧度之间的换算公式.....20
不等式的传递性公式	(2) 三角函数的定义公式.....20
不等式的算术运算公式	(3) 三角函数在各象限内的符号式.....21
(2) 一些重要的不等式.....18	(4) 三角函数在各象限内的变化式.....21
重要的绝对值不等式	(5) 特殊角的三角函数式.....21
柯西不等式	
柯西-布尼亚可夫斯基不等式	2. 三角函数公式.....24
算术平均数与均方根数之间的关系式	(1) 基本三角恒等式.....24
哥德尔不等式	(2) 三角函数的倒数关系式.....24
	(3) 三角函数的乘积关系式.....24
	(4) 三角函数的商数关系式.....24

(5) 三角函数的平方关系式...24

(6) 同角三角函数间的互化
公式.....24

(7) 三角函数的诱导公式.....26

3 三角函数恒等式.....26

(1) 加法定理——基本公式...26

(2) 倍角的三角函数公式.....27

(3) 半角的三角函数公式.....28

(4) 三角函数的万能公式.....28

(5) 三角函数的乘幂公式.....28

(6) 三角函数的积化和差
公式.....29

(7) 三角函数的和差化积
公式.....29

4. 解三角形.....30

(1) 解直角三角形中的公式...30

直角三角形中的基本公式

解直角三角形公式

(2) 斜三角形中的公式.....31

斜三角形的内角和公式

斜三角形的面积公式

斜三角形的外接圆半径公式

斜三角形的内切圆半径公式

正弦定理公式

余弦定理公式

射影定理公式

正切定理公式

半角公式

莫尔公式

牛顿公式

(3) 解斜三角形中的公式.....34

5. 反三角函数.....36

(1) 反三角函数的定义域
和值域的变化式.....36

(2) 反三角函数公式.....37

反三角函数的定义公式

反三角函数的基本恒等式

正负值的反三角函数关系式

反三角函数的三角函数公式

三、球面三角

球面三角的正弦公式

球面三角的余弦公式

球面三角的正弦余弦公式

球面三角的正切公式

球面三角的余切公式

球面三角的半角公式

耐普尔公式

高斯公式

球面三角形的面积公式

四、双曲函数

1. 双曲函数的定义公式.....41

双曲正弦的定义公式

双曲余弦的定义公式

双曲正切的定义公式

双曲余切的定义公式

双曲正弦的定义公式	
双曲余弦的定义公式	
2. 双曲函数的基本关系式	42
3. 双曲函数的诱导公式	43
4. 双曲函数的加法公式	43
5. 同名双曲函数的和差化积公式	44
6. 双曲函数的积化和差公式	44
7. 倍元的双曲函数公式	45
8. 半元的双曲函数公式	45
9. 双曲函数的万能公式	45
10. 双曲函数的乘幂公式	46
11. 双曲函数与三角函数的关系式	46
12. 双曲函数的展开式	47
13. 反双曲函数	47
(1) 反双曲函数的基本关系式	47
(2) 反双曲函数的运算公式	48
(3) 反双曲函数的展开式	48
三角形的中线长公式	
三角形的高长公式	
三角形的角平分线长公式	
三角形的面积公式	
三角形的外接圆半径公式	
三角形的内切圆半径公式	
(2) 直角三角形	51
直角三角形的内角计算公式	
直角三角形的边长关系式	
直角三角形斜边上的中线长公式	
直角三角形中各线段的计算公式	
直角三角形的面积公式	
直角三角形外接圆半径公式	
直角三角形内切圆半径公式	
(3) 等腰三角形	52
等腰三角形底边上的高、中线及顶角平分线长公式	
等腰三角形腰上的高长公式	
等腰三角形腰上的中线长公式	
等腰三角形底角的平分线长公式	
等腰三角形的面积公式	
等腰三角形的外接圆半径公式	
等腰三角形的内切圆半径公式	
(4) 等边三角形	52

五、平面几何

1. 三角形	49
(1) 一般三角形	49
三角形的内角和公式	
三角形的比例线段公式	
三角形的边长公式	

等边三角形的内角公式
 等边三角形的高、中线及内
 角平分线长公式
 等边三角形的面积公式
 等边三角形的外接圆半径
 公式
 等边三角形的内切圆半径
 公式

2. 四边形.....53

(1) 一般四边形.....53

四边形的面积公式
 四边形中的边长关系式

(2) 平行四边形.....54

平行四边形的内角关系式
 平行四边形的高长公式
 平行四边形的对角线长公式
 平行四边形的面积公式

(3) 矩形.....54

矩形的内角关系式
 矩形的对角线长公式
 矩形的面积公式

(4) 菱形.....54

菱形的对角线与边长的关
 系式

菱形的面积公式

(5) 梯形.....54

梯形的中位线长公式
 梯形的面积公式

(6) 有外接圆的四边形.....55

有外接圆的四边形的内角
 公式

有外接圆的四边形各线段间
 的比例式

有外接圆的四边形的对角线
 公式

有外接圆的四边形的外接圆
 半径公式

有外接圆的四边形的面积
 公式

其他公式

(7) 有外接圆和内切圆的四边 形.....56

有外接圆和内切圆的四边形
 的内角公式

有外接圆和内切圆的四边形
 的边长公式

有外接圆和内切圆的四边形
 的外接圆半径公式

四边形的内切圆半径公式

有外接圆和内切圆的四边形
 的面积公式

有关公式

8. 正多边形.....56

正多边形的内角公式

正多边形的周长公式

正多边形的外接圆半径公式

正多边形的内切圆半径公式

正多边形的面积公式

正多边形的边长公式	正方体的体积公式
倍边公式	正方体的对角线长公式
同圆的外切、内接正 n 边形	长方体的侧面积公式
周长间的关系式	长方体的表面积公式
同圆的外切、内接正 n 边形	长方体的体积公式
面积间的关系式	长方体的对角线长公式
4. 圆.....58	三棱柱的侧面积公式
圆周长公式	三棱柱的表面积公式
圆面积公式	三棱柱的体积公式
5. 扇形和弓形.....58	正六棱柱的侧面积公式
(1) 扇形和弓形.....58	正六棱柱的表面积公式
扇形的弧长公式	正六棱柱的对角线长公式
扇形的中心角公式	(2) 正棱锥.....62
扇形的面积公式	正棱锥的侧面积公式
弓形的高长公式	正棱锥的表面积公式
弓形的弦长公式	正棱锥的体积公式
弓形的面积公式	(3) 正棱台.....62
(2) 扇形圆环.....59	正棱台的侧面积公式
扇形圆环的宽度公式	正棱台的表面积公式
扇形圆环的面积公式	正棱台的体积公式
六、立体几何	(4) 正多面体.....62
1. 多面体.....60	正多面体的表面积公式
(1) 棱柱.....60	正多面体的体积公式
棱柱的侧面积公式	正四面体的外接球半径公式
棱柱的表面积公式	正四面体的内切球半径公式
正方体的侧面积公式	正四面体的表面积公式
正方体的表面积公式	正四面体的体积公式
	立方体的外接球半径公式
	立方体的内切球半径公式
	立方体的表面积公式

立方体的体积公式	圆台的侧面积公式
正八面体的外接球半径公式	圆台的表面积公式
正八面体的内切球半径公式	圆台的体积公式
正八面体的表面积公式	圆台的母线长公式
正八面体的体积公式	(4) 球.....66
正十二面体的外接球半径公式	球的表面积公式
正十二面体的内切球半径公式	球体积公式
正十二面体的表面积公式	(5) 球冠.....66
正十二面体的体积公式	球冠(球缺)的侧面积(球面部分)公式
正二十面体的外接球半径公式	球缺的表面积公式
正二十面体的内切球半径公式	球缺的体积公式
正二十面体的表面积公式	(6) 球台.....67
正二十面体的体积公式	球台的侧面积公式
多面体的欧拉公式	球台的表面积公式
2. 旋转体.....65	球台的体积公式
(1) 圆柱.....65	(7) 球扇形.....67
圆柱的侧面积公式	球扇形的侧面积公式
圆柱的表面积公式	球扇形的表面积公式
圆柱的体积公式	球扇形的体积公式
(2) 圆锥.....65	(8) 椭球体.....68
圆锥的侧面积公式	椭球体的体积公式
圆锥的表面积公式	
圆锥的体积公式	七、平面解析几何
圆锥的母线长公式	1. 直线.....68
(3) 圆台.....66	(1) 两点间的距离公式.....68
	(2) 线段的定比分点的坐标公式.....68
	线段中点的坐标公式
	(3) 直线方程.....68

直线的点斜式方程式	双曲线的法线方程式
直线的斜截式方程式	(4) 抛物线.....71
直线的截距式方程式	抛物线的标准方程式
直线的两点式方程式	抛物线的准线方程式
直线的一般式方程式	抛物线的离心率公式
(4) 直线的交角、交点和距	抛物线的切线方程式
离.....69	抛物线的法线方程式
两条直线交角的正切公式	
两条直线交点的坐标公式	8. 坐标变换.....72
点到直线的距离公式	(1) 坐标轴的平移公式.....72
两条平行直线之间的距离	(2) 坐标轴的旋转公式.....72
公式	(3) 极坐标.....72
2. 二次曲线.....70	极坐标与直角坐标的变换
(1) 圆.....70	公式
圆的标准方程式	圆锥曲线的极坐标方程式
圆的切线方程式	
圆的法线方程式	八、空间解析几何
(2) 椭圆.....70	1. 坐标系与基本公式.....73
椭圆的标准方程式	(1) 直角坐标系的平移变换公
椭圆的半焦距公式	式.....73
椭圆的离心率公式	(2) 直角坐标系的旋转变换公
椭圆的切线方程式	式.....73
椭圆的法线方程式	直角坐标系的绕轴旋转变换
(3) 双曲线.....70	公式
双曲线的标准方程式	直角坐标系的一般旋转变换
双曲线的半焦距公式	公式
双曲线的离心率公式	(3) 空间中两点间的距离公
双曲线的渐近线公式	式.....74
双曲线的切线方程式	
	2. 平面.....75

(1) 平面的方程.....75	(1) 曲面的方程.....78
平面的点法式方程式	曲面的隐式方程式
平面的一般式方程式	曲面的显式方程式
平面的截距式方程式	曲面的参数方程式
(2) 平面的基本性质.....75	(2) 柱面.....78
平面法向量的方向余弦公式	柱面的方程式
两个平面夹角的余弦公式	(3) 锥面.....79
两个平面平行的等价关系式	圆锥面的方程式
两个平面垂直的等价关系式	(4) 旋转曲面.....79
点到平面的距离公式	(5) 二次曲面.....79
平面束的方程式	二次曲面的一般方程式
3. 直线.....76	椭球面的方程式
(1) 直线的方程.....76	球面的方程式
直线的一般方程式	虚椭球面的方程式
直线的对称式方程式	一个点(原点)的方程式
直线的参数式方程式	单叶双曲面的方程式
(2) 直线的基本性质.....77	双叶双曲面的方程式
两条直线夹角的余弦公式	二次锥面的方程式
两条直线平行的等价关系式	椭圆抛物面的方程式
两条直线垂直的等价关系式	双曲抛物面的方程式
4. 直线与平面的关系.....77	圆柱面的方程式
直线与平面夹角的正弦公式	圆柱面的方程式
直线与平面垂直的等价关系式	直线(z 轴)的方程式
直线与平面平行的等价关系式	虚椭圆柱面的方程式
5. 曲面.....78	双曲柱面的方程式
	一对相交平面的方程式
	抛物柱面的方程式
	一对平行平面的方程式
	一对重合平面的方程式
	一对虚平行平面的方程式

6. 曲线	83
(1) 曲线的方程.....	83
两曲面交线的方程式	
曲线的参数方程式	
(2) 在坐标面上的投影.....	84
投影曲线的方程式	

九、微 积 分

1. 集合	84
(1) 集合的运算.....	84
(2) 集合的运算性质.....	85
集合运算的交换律公式	
集合运算的结合律公式	
集合运算的分配律公式	
集合运算的对偶律公式	
2. 函数	85
(1) 函数的一般性质.....	85
周期函数的定义公式	
偶函数的定义公式	
奇函数的定义公式	
(2) 常见函数.....	86
幂函数的定义公式	
指数函数的定义公式	
对数函数的定义公式	
3. 极限	86
(1) 数列的极限.....	86
数列极限的四则运算公式	
数列极限的夹逼判别式	

数列极限的施笃兹公式	
常见数列的极限公式	
(2) 函数的极限.....	88
函数极限的四则运算公式	
函数极限的夹逼判别式	
曲线的渐近线公式	
常见函数的极限公式	
4. 一元函数的导数与微分	89
(1) 导数.....	89
导数的定义公式	
导数的四则运算公式	
反函数的求导公式	
复合函数的求导公式	
对数求导法运算式	
常用导数公式	
高阶导数公式	
高阶导数的四则运算公式	
参数函数的求导公式	
(2) 微分.....	92
一阶微分的定义公式	
高阶微分的定义公式	
(3) 微分中值公式.....	93
拉格朗日中值公式	
柯西中值公式	
(4) 泰勒公式.....	93
泰勒公式	
皮亚诺余项式	
拉格朗日余项式	
柯西余项式	

积分余项式

麦克劳林公式

常用的泰勒展开式

(5) 应用95

洛必达法则式

切线方程式

法线方程式

极值的必要条件式

极值的充分条件式

极值的充要条件式

曲线的曲率公式

曲线的曲率半径公式

曲率圆圆心的坐标公式

5. 不定积分97

(1) 基本积分公式97

(2) 积分的四则运算公式98

(3) 基本积分法98

分部积分公式

换元积分公式

有理函数积分变化式

$R\left(x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$ 型根式的

积分代换式

$R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})$ 型根

式的积分代换式

二项式微分的积分代换式

三角函数的积分代换式

椭圆积分式

(4) 简明积分表102

含有 $a+bx$ 的积分公式

含有 $a+bx^n$ 的积分公式

含有 $a+bx+cx^2$ 的积分公式

含有 $\sqrt{a+bx}$ 的积分公式

含有 $\sqrt{x^2 \pm a^2}$ 或 $\sqrt{a^2 - x^2}$

的积分公式

含有 $\sqrt{a+bx+cx^2}$ 的积分
公式

含有 $\sqrt{\frac{a \pm x}{b \pm x}}$ 或

$\sqrt{(x-a)(b-x)}$ 的积分
公式

其他代数函数的积分公式

含有三角函数的积分公式

含有反三角函数的积分公式

含有指数函数和对数函数的
积分公式

含有指数函数和三角函数的
积分公式

含有双曲函数和反双曲函数
的积分公式

6. 定积分121

(1) 定积分的性质公式121

(2) 中值公式122

定积分的第一中值公式

定积分的第二中值公式

(3) 定积分的计算公式122

定积分的基本计算公式

定积分的换元积分公式

定积分的分部积分公式	高阶全微分的定义公式
(4) 反常积分123	方向导数公式
无穷限积分的定义公式	(3) 隐函数的求导公式..... 133
无穷限积分的比较判别式	(4) 泰勒公式135
无穷限积分的柯西判别式	皮亚诺余项式
无穷限积分的 p - 积分式	拉格朗日余项式
无界函数积分的定义公式	(5) 应用..... 135
无界函数积分的柯西判别式	空间曲线的切线方程式
无界函数积分的柯西主值	空间曲线的法平面方程式
公式	曲面的切平面方程式
无界函数积分的 p - 积分式	曲面的法线方程式
(5) 常用的定积分公式125	极值的讨论式
(6) 应用..... 126	
平面区域的面积公式	8. 含参变量积分..... 139
旋转体的体积公式	(1) 含参变量常义积分139
旋转体的面积公式	含参变量常义积分的连
平面曲线的弧长公式	续性公式
质量公式	含参变量常义积分的求
静力矩公式	导公式
转动惯量公式	含参变量常义积分的积
重心坐标公式	分顺序交换公式
力作功的公式	(2) 含参变量的反常积分 ...139
	含参变量反常积分的连
7. 多元函数的微分学132	续性公式
(1) 偏导数..... 132	含参变量反常积分的求
一阶偏导数的定义公式	导公式
高阶偏导数的定义公式	含参变量反常积分的
复合函数的求导公式	积分顺序交换公式
(2) 全微分133	(3) 欧勒积分..... 140
一阶全微分的定义公式	Beta 函数的定义公式

Beta 函数的对称式	10. 曲线积分与曲面积分 ...146
Beta 函数的递推公式	(1) 曲线积分146
Beta 函数的其他表示式	第一类曲线积分的计算公式
Gamma 函数的定义公式	第二类曲线积分的计算公式
Gamma 函数的递推公式	两类曲线积分的关系式
Gamma 函数的其他表示式	曲线长度的计算公式
Beta 函数与 Gamma 函	曲线质量的计算公式
数的关系式	力作功的计算公式
Beta 函数与 Gamma 函	(2) 曲面积分149
数的特殊值公式	第一类曲面积分的计算公式
勒让德公式	第二类曲面积分的计算公式
斯特林公式	两类曲面积分的关系式
9. 重积分142	曲面面积的计算公式
(1) 二重积分142	曲面质量的计算公式
二重积分的计算公式	(3) 曲线积分、曲面积分与重
二重积分的一般变量代	积分之间的关系151
换公式	格林公式
二重积分的极坐标变换公式	斯托克司公式
(2) 三重积分143	高斯公式
三重积分的计算公式	11. 向量分析152
三重积分的一般变量代	(1) 微分法152
换公式	向量函数的求导公式
三重积分的柱坐标变换公式	向量函数的求导运算公式
三重积分的球坐标变换公式	向量线的定义公式
(3) 应用 145	(2) 数量场的梯度公式153
区域体积的计算公式	梯度的运算公式
质量的计算公式	(3) 向量场的散度与旋度 ...154
重心坐标的计算公式	向量场的散度公式
转动惯量的计算公式	向量场的旋度公式