经济数学基础

JINGJI SHUXUE JICHU

J.BLACK J.F.BRADLEY

ESSENTIAL MATHEMATICS FOR ECONOMISTS

本书根据美国 JOHN WILEY 父子出版有限公司1980年第二版译出

经济数学基础

[美]J.布莱克 J.F.布雷德利 著

黄树颜 李惠芬 朱幼文 译

出版：江苏科学技术出版社

发行：江苏省新华书店

印刷：南通韬奋印刷厂

开本 787 × 1092 毫米 1/32 印张 13.5 字数 296,000

1986年5月第1版 1986年5月第1次印刷

印数 1-4,520 册

书号：13196·215 定价：2.57 元

责任编辑 沈绍绪

译者前言

本书是美国经济学家 J. Black 和 J.F.Bradley 所著的《Essential Mathematics For Economists》一书的第二版，由John Wiley父子出版公司于1980年出版，是一本与经济结合得颇好的基础数学书。作者的意图在于对那些要学习现代经济科学理论，并以这些理论为基础对现代经济进行数量研究的人们给予必要的数学概念，理论和方法。

全书内容包括微积分，线性代数，线性规划，微分方程及差分方程的基本内容。不仅介绍了数学方法，还较全面涉及了西方经济学中常见的基本概念和公式。

本书作者是经济学教授，并具有丰富的教学和编辑经济刊物的经验，编著过《The Econo mics of Modern Britain》和《The Theory of Economic Ex-ternatities》，曾任期刊Economic Journal的编辑，积累了大量资料，所以本书资料丰富。每一章内容紧扣经济学原理，从数学概念的引进到数学理论和方法的展开以及例题都渗透着数学在经济中的应用，而不片面追求数学上的严密性和完整性。每一章都配有与经济密切结合的习题及其解答，解答是很详尽的。

本书能以较有效的方式向一个对经济学感兴趣而又具有高中水平的读者介绍必要的数学基础知识及其在经济中的应用，尽管所述的经济理论乃是西方经济学的理论，但对于研究社会主义经济问题，特别在当前开放与改革形势下，仍具有较大的参考价值。本书可以作为大专院校有关经济，企业管理等

系科的数学教材，也可以作为经济管理干部的自学参考书。

复旦大学数学系副教授欧阳光中，南京大学经济系副教授吴可杰为本译文作了详细的校阅和修改，付出了辛勤的劳动，特此表示衷心感谢。

译者

黄树颜　李慧芬　朱幼文

于上海财经大学

1985年

序　　言

在本书的撰写过程中，我们得到了多方人士的帮助。Alison Kershaw夫人打印了本书第一稿的大部分内容；Exeter大学经济系以前和现在的同事对本书各稿进行了评述；Bristol大学 J.K.Ord博士也对本书提出了许多有益的评述；还有，我们的学生协助我们试用了本书中的例题。对于他们的帮助，我们在此一并表示感谢。在本书内容和例题的准备过程中，我们并没有有意识地抄袭其他人的著作，但很可能无意地引用了别人著作。为此，我们谨表谢意和歉意。

我们在第二版中增添了三章新的内容，即线性代数和线性规划，同时也对第一版中的某些地方进行了修改。在这一修订版的准备过程中，我们得到了 V.Daly，J.K.Scade 博士和M.C.Timbrell 的非常有益的评论和建议。书中存在的错误都应由我们负责。

Exeter大学经济系J.Black
Belfast王后大学经济系J.F.Bradley

目　录

第 一 章

线 性 函 数

引 言

经济学是探讨经济中各个组成部分之间的关系的一门科学。其中许多关系是属于定量性质的；例如消费与收入之间的关系。用数学术语作为适度推论的工具，能方便地阐述有关经济方面的理论。如果要用客观实际来检验经济模型，并用统计方法来度量模型中的各种关系时，就必须采用数学术语来表述经济模型。因此，即使是在最初等的经济学教科书中，至少采用一些基本的数学方法的情况已日益增多。

本书试图对那些要弄懂经济运行的现代理论和要顺利阅读以这些理论为基础的现代数量研究著作的学生，为他们提供所需要的基本数学技能。我们假定读者只有最低限度的数学知识；所以，在前面几章中，特别是某些最基本的要点作了详尽的阐述。目的在于帮助没有学过这些内容的读者，并为他们提示一下某些业已荒疏而又有用的数学工具。

为了从本书中获得最大益处，读者必须演算所有的例题。

对于已经有了良好数学基础的读者来说，前面几章的许多部分可能是相当简单的；他们通过上述部分的阅读，应当提高把已有的数学知识应用于经济问题中的能力。后面的几章对于即使有较好数学素养的人来说也可能是一个实在的复杂的课题。这几章涉及振荡理论，因为这种理论对于经济动态的研究是必需的。

例子中所涉及的经济问题与现实经济问题相比，是很简单的。虽然就所知道的而言，现实经济中各个组成部分之间的许多关系都是很复杂的，但为了学习分析复杂情况的必要方法，我们必须从简单的情形开始。可是，我们仍然力求选择那些处理更复杂的现实问题时所用的一般方法。

我们假定读者对经济学是有兴趣的，同时正在学习一门经济课程。因此对所用的经济概念不作详细的论述。数学概念和符号的说明，以有助于学习经济课程为限，并不过于要求数学的严密性和精确性。但是作者已竭尽全力来说明为什么所传授的方法是有效的。这不是一本食谱。经济学者值得花费一些精力来熟悉自己需要的数学方法的原理，从而可能少犯错误，或者避免盲目地在不恰当的场合使用这些方法。我们也重视采用简单而明确的记号，因为这有助于理解和避免通常的错误。

我们已经尽力防止逻辑上和印刷上的错误，因为这些错误使得想要掌握新方法的人特别感到困惑和烦恼。如果有任何错误及疏忽，这是著者的过失，著者对费心指出可能发现的错误的读者表示感谢。

在本书的所有章节中，第一章涉及的虽是初步基础但却是最难写的，其困难就在于要推测读者已有多少知识。随着本书的进展，可以指望在前面章节中打下的或巩固的基础上，

逐步减少这方面的困难问题。为了保证每一个想要掌握经济学的读者能够起步前进，第一章包括了为许多读者所熟悉的材料，有些读者可能欢迎复习以前学过而已疏忽的材料。对于有些认为第一章太简单的读者来说，则有必要用例题来检验自己，如果能够完成，就可以很快的浏览前面几章内容，当接触到复杂问题时再放慢速度。

需 求 函 数

经济学作为一种系统的研究是很可能的，因为经济中不同的组成部分是相关的。这些关系可以用各种不同的方式来描述，而经济学家常常必须对描述其主题的各种“用语”加以变换和解释。不同的人们会选择各自最熟悉或合意的用语。我们举一个简单的经济命题为例，观察它是怎样可以用不同的用语来陈述。先从文字形式开始。

文字叙述：

“消费者将要购买的任一种商品的数量取决于该商品的价格、本人的收入、竞争商品的价格以及其它各种因素；例如，他的年龄和婚姻状况，我们把这些因素归结为‘经验’一项”。

这种叙述型式有它的一些优点，但缺乏精确性。它没有说出对商品的需要是如何取决于它的价格或消费者的收入。如果价格按某一百分比上涨或收入以某一百分比下降时，则需求量将以何种方式变动，变动到何种程度？

代数

第二种用语就是代数。采用这种形式，则上述命题表示为

$$Q=f(P,Y,\Pi,T)$$

这种形式一般等同于文字叙述，其中 Q 是需求量，P 是商品的价格，Y 是消费者的收入，Π 是竞争商品的价格，而 T 是描述消费者经验的某些方面的一个量，例如他的年龄。Q、P、Y、Π 和 T 都称为'变量'，因为假定它们是可以变化的。$f(\quad)$ 表示 Q 依赖于列入括号里的变量的值；括号里的变量称为函数的'自变量'，这些自变量之间习惯上都用逗号分开。

一般的函数形式还不能使我们回答上面所提出的问题；可是，函数可以采取许多特定的形式，使我们能够回答这些问题。在经济学中有几种函数形式是普遍使用的，我们暂时集中讨论其中最简单的一种

$$Q = a + bP + cY + d\Pi + eT$$

其中的 a、b、c、d 和 e 都是固定数，例如

$$Q = 100 - 3P + 0.01Y + 0.4\Pi + 0.05T$$

描述函数形式的数 a、b 等等，叫做'参数'。

按以上所给定的特定形式的函数，我们可以看出，当 P 上升或 Y 下降时，Q 将发生什么变化。其所以要有一个可以利用的一般函数形式，主要在于我们经常假设所描述的变量之间是有关的，但不指定这种关系的精确形式，以便我们可以考虑多种选择对象，并从中查看哪一个似乎最少失真而符合实际情况。

图形

第三种用语是图形。我们不能在一个图形里描出上述函数，但可以描述某些所关心的特殊情况。最简单的图形描绘一个变量和另一个变量之间的关系，这时假定所有其它有关变量保持不变。例如在上述情况下，如果我们假定 Y、Π 和 T 不变，则 Q 和 P 将是有关的。这种关系的一般形式可以写成

$$Q = f(P),$$

即使上述函数 $f(\quad)$ 只有一个自变量，但括号并不意味着括号里面的内容和数 f 相乘。在上述特定情况下

$$Q = A + bP,$$

这里 $A = a + cY + d\Pi + eT = 100 + 0.01Y + 0.4\Pi + 0.05T$，而 $b = -3$。

比如说，如果 $Y = 2000, \Pi = 2.5, T = 40$，

则

$$\begin{aligned} Q &= 100 - 3P + 0.01(2000) + 0.4(2.5) + 0.05(40) \\ &= 100 - 3P + 20 + 1 + 2 = 123 - 3P \end{aligned}$$

这就可以用图形来描述，如图 1 所示。在该图中，Q 是从原点 O 垂直向上度量的，而 P 是从原点 O 水平地向右度量的。

由于价格和数量是用不同单位度量的，因此没有理由认为两个坐标轴上的尺度应该是相同的。选择哪一个变量在那一个轴上表示不是绝对的。纵轴通常表示由函数确定的量，称为因变量，而水平轴表示自变量。

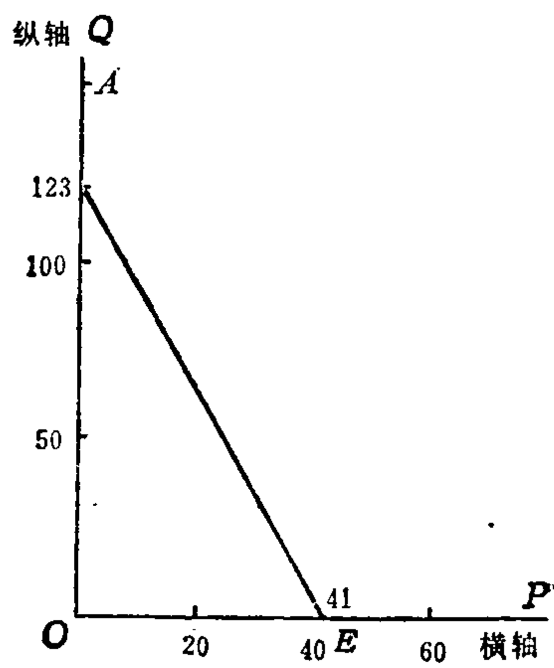

图 1　线性需求函数

绘制曲线图

为了绘制曲线图，我们需要计算与 P 的各个值相对应的 Q 之值，设有

$$Q = 123 - 3P,$$

用表格形式列出计算的过程是方便的，亦即把数字记入横向的行和纵向的列；从而可以清楚地看出计算的过程及其结果。例如

当 $P=0$，　$Q=123-3(0)=123$

当 $P=1$，　$Q=123-3(1)=120$

当 $P=10$，　$Q=123-3(10)=93$

当 $P=20$，　$Q=123-3(20)=63$

等等。

表格

上述结果可以列入正规的表格中：

表 1.1

P	3P	Q=123-3P
0	0	123
1	3	120
10	30	93
20	60	63

为了作图，我们在图上标出计算所得的许多个点，即 $P=0$，$Q=123$ 等等，如图 2 所示。为了方便起见，把这个点记为，(0,123)，亦即列出其坐标，并把横坐标记在前面。

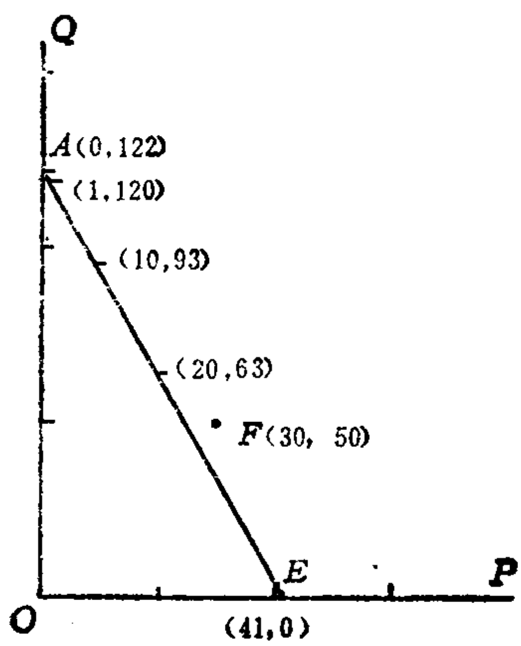

图 2　线性需求曲线上的点

我们可以计算所需要的许多个点；如果把它们连接起来，就会发现从 A 点至 E 点，各点都落在一条直线上，在点 A 处，$P=0$，$Q=123$；而在点 E 处，$P=41$，$Q=0$。因为与线性函数有关的点都在一条直线上，为了画出这

条直线，实际上只要算出其中的两点，但通常最好稍为多算几点，以防产生误差。

我们还可以检查任何给定的一组 P 和 Q 的值是否满足需求关系。为了查明点 $P=30$、$Q=50$ 是否位于这条需求曲线上，我们可以把值 $P=30$ 代入表达式 $Q=123-3P$，求得

$$Q=123-3(30)=123-90=33$$

从而看出 $33\neq50$，这里的符号 $\neq$ 表示"不等"；或者我们可以在图 2 上画出点 $F=(30,\ 50)$，就看出这个点位于需求曲线 AE 的上方。

线 性 函 数

由于它们的图象总是直线这一事实，象

$$Q=123-3P$$

或者更一般的形式

$$Q=A+bP$$

等函数，都称为线性函数。其形式如

$$Q=a+bP+cY+d\Pi+eT$$

的函数，也称为线性函数。因为如果变量 Q、P、Y、Π 和 T 中除了两个是变量以外，其余都保持不变，则剩下的两个变量之间的关系，其图象总是呈现为一条直线。

其它变量的变化

如果原先假定为常量的任何变量发生了变化，也就会改变其它的任何两个变量之间的关系，例如在上述情况下，如果 Y 从 2000 变为 3000 而 Π 和 T 不变，则 Q 和 P 之间的关系将变成

$$Q=100-3P+0.01(3000)+0.4(2.5)+0.05(40)$$

$$= 100 - 3P + 30 + 1 + 2 = 133 - 3P$$

这表明收入的增加，在任何给定的价格下，将引起对该商品更多的需求。图 3 表示新的需求曲线 $A'E'$ 与以前的曲线 AE 的比较，它们与图 1 图 2 中的需求曲线是同样的。

非线性函数

为了理解线性函数的含义，考虑一下另外一些可能的函数。当给定 Y、Π 和 T 时，表示 Q 和 P 之间的关系的需求曲线可以是曲线型的，如图 4 所示。这种函数称为非线性函数或曲线函数；在经济学中普遍使用多种形式的非线性函数。尽管如此，从简单函数开始是适宜的，事实上线性函数是很普遍的。

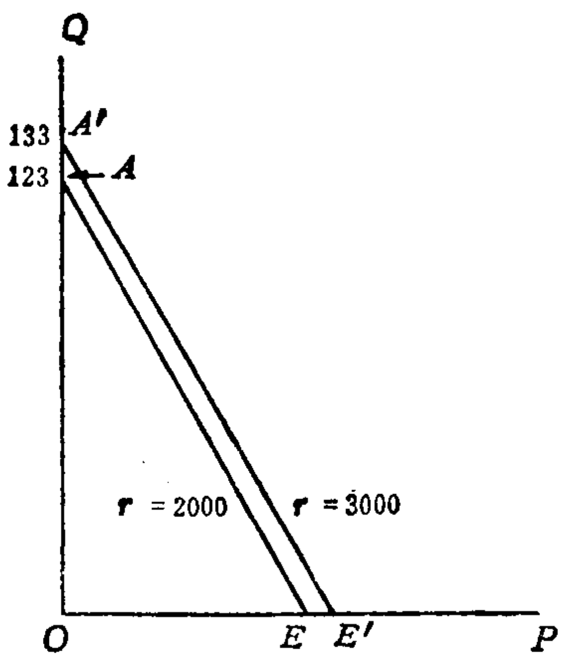

图 3 需求曲线的移动

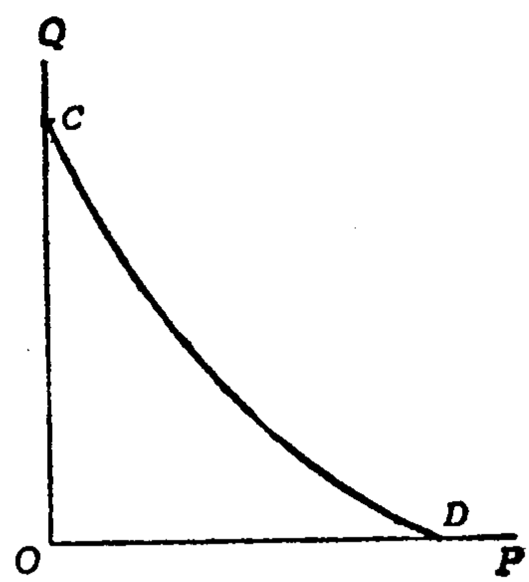

图 4 一条非线性需求曲线

线性函数在经济学中是怎样出现的

税收法