

高中同步类型题规范解题题典 2001

海淀名师

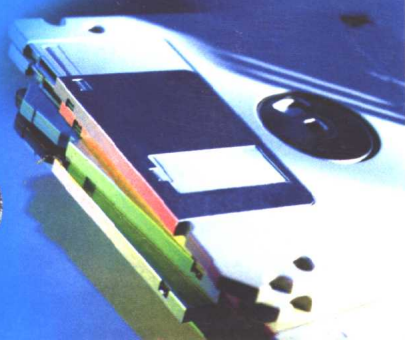
赵权忠 王立峰 主编

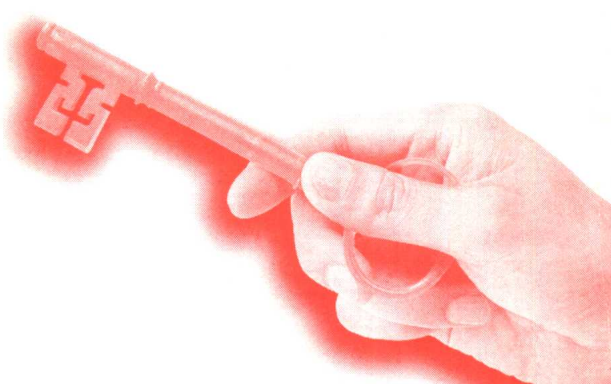
解题新思路

- 同步题解 实用过人
- 名题典范 一通百通
- 读题解题 全新思维

高一数学

中国和平出版社





高中同步类型题规范解题题典 2001

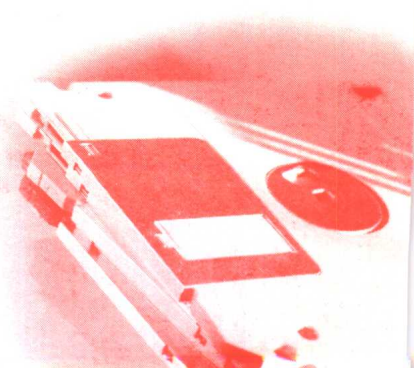
海淀名师

解题新思路

赵权忠 王立峰 主编

高一数学

 中国和平出版社



高中同步类型题规范解题典
海淀名师解题新思路
高一数学

主 编 赵权忠 王立峰

*

中国和平出版社出版发行

(北京市东城区和平里东街民旺甲 19 号 100013)

电话: 84252781

北京泽明印刷有限责任公司印刷 新华书店经销

2001 年 6 月第 2 版 2001 年 6 月第 3 次印刷

开本: 850 × 1168 毫米 1/32 印张: 14.125 字数: 458 千字

ISBN 7-80101-929-6/G·702 定价: 15.80 元

前 言

编写目的

为了帮助广大中学生选择科学有效的思维方式和学习方法,走出学习的误区;教会中学生思考解决问题的方法,从而帮助中学生拓宽知识面,培养创新思维,从“学会”向“会学”转变,全面提高素质,以迎接新世纪的挑战。我们根据教育部最新颁布的教学大纲的要求,配合现行教材及培养学生解决问题的能力需要,编写了这套《海淀名师解题新思路》丛书。

本书特点

本丛书与现行教材同步,全书从“题”的角度强化和训练学生对“知识点”的理解和掌握。从中揭示各知识点应用的范围和规律,并通过示范解题培养学生分析和解决问题的能力。

①不容置疑的权威性。本套丛书的编写者全是教学第一线的特高级教师,他们具有丰富的教学经验与最新最巧的解题思路。

②新颖实用。选题新颖、难易适度,循序渐进,梯度适当,便于各年级学生跟踪学习。

③重分析、重规范。通过分析和介绍“方法”揭示规律,通过“规范解”让学生清楚怎样解题才能得高分。

④题型全、新，容量大，各类题型分配比例合理，便于学生全面系统地掌握所学知识。

⑤重效减负。所使用的例题和习题皆是名题、典型题，针对性强，有助于学生排除题海困扰达到减轻负担、事半功倍的效果。

丛书栏目

本丛书根据学科不同，设计了不同的题型。所设栏目包括【解析】【解题思路】【规范解】【答案】【得分点精析】【解题关键】【错解剖析】，体现了本丛书的实用性和示范性。

真诚愿望

本丛书内容充实实用，若读者能从中得到一点启示，快速提高学习成绩，这是我们的最大心愿。此外，由于编写时间仓促，水平有限，难免出现不足之处，恳请读者给予指正，使之日臻完善。

目 录

第一章 集合与简单逻辑	(1)
第一单元 集合	(1)
第二单元 一元二次不等式的解法和含绝对值的不等式解法	(20)
第三单元 简单逻辑	(37)
第二章 函数	(48)
第一单元 映射与函数	(48)
第二单元 幂函数、函数的单调性、函数的奇偶性和反函数	(72)
第三单元 指数函数和对数函数	(100)
第四单元 函数的图象及其变换	(129)
第三章 数列	(140)
第四章 三角函数	(187)
第一单元 任意角的三角函数	(187)
第二单元 两角和与差的三角函数	(234)
第三单元 倍角、半角的三角函数	(266)
第四单元 三角函数的图象和性质	(302)
第五单元 正弦定理、余弦定理	(362)
第五章 平面向量	(407)
第一单元 向量法则与运算	(407)
第二单元 平面向量的坐标运算、线段的定比分点	(422)
第三单元 平面向量的数量积及运算律和坐标表示平移	(432)

第一章 集合与简单逻辑

第一单元 集合

基础知识

1. 集合的有关概念

一组对象的全体形成一个集合(简称集),集合里的各个对象叫做集合的元素.

元素与集合的关系: $a \in A$ 或 $a \notin A$,二者居其一.

空集:不含任何元素的集合叫做空集.记作 $\emptyset$.

全集:在研究对象中,如果任何集合都是某个集合的子集,则称该集合为全集,记作 I .

2. 集合的表示法

列举法:如方程 $x^2 - 1 = 0$ 解集表示为 $\{-1, 1\}$.

描述法:如方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集表示为 $\{x | x^2 - 1 = 0\}$.

3. 集合与集合的关系

①子集:对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 叫做集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$),显然 $A \subseteq A$.

规定空集是任何集合的子集,即 $\emptyset \subseteq A$.

如果 A 是 B 的子集,并且 B 中至少有一个元素不属于 A ,那么集合 A 叫做集合 B 的真子集,记作 $A \subset B$ (或 $B \supset A$).

②集合相等:若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,则 $A = B$.

③交集:由所有属于集合 A ,且属于集合 B 的元素组成的集合,叫做 A , B 的交集,记作 $A \cap B$,即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

④并集:由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合,叫做 A , B 的并集,记作 $A \cup B$,即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

⑤补集:已知全集 I ,集合 $A \subseteq I$,由 I 中所有不属 A 的元素组成的集合,

叫做集合 A 在集合 I 中的补集,记作 $\bar{A}$,即 $\bar{A} = \{x | x \in I, \text{且 } x \notin A\}$. 显然, $\bar{A}$ 也是 I 的子集.

4. 集合的运算规律

① 交集的运算性质

$$A \cap B = B \cap A, A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$$

$$A \cap I = A, A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset$$

② 并集的运算性质

$$A \cup B = B \cup A, A \cup B \supseteq A, A \cup B \supseteq B$$

$$A \cup I = I, A \cup A = A, A \cup \emptyset = A$$

③ 补集的运算性质

$$\overline{\bar{A}} = A, \overline{\emptyset} = I, A \cap \bar{A} = \emptyset, A \cup \bar{A} = I$$

④ 反演律

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

⑤ 传递性

若 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$

若 $A \subset B, B \subset C$, 则 $A \subset C$

高考命题要点

1. 用适当的集合表示法表示给定的集合.
2. 用 $\in, \notin$ 表示元素与集合的关系, 用 $\subseteq, \subset, =$ 表示集合与集合的关系.
3. 求给定集合的交集、并集、补集.

经典题

A 组

一、选择题:

1. 下面定义的集合中, 不正确的是 ()
 A. 全体 3 的倍数集合
 B. 一些四边形集合

C. 平面上的点到原点 O 距离等于 5 的集合

D. 单位圆内接正多边形集合

【答案】 B

【分析】 “一些四边形”不能构成一个集合,到底哪些四边形是不知道的,范围无法衡量,因此组成它的对象是不确定的.

A、C、D 中对象是确定的,能准确判断的,范围也是可以衡量的,因此能构成集合.

【小结】 通常情况下,所谓构成一个集合,须对象(元素)是确定的,能够准确判断的,范围应是可以衡量的.

2. 给出四个命题:①任何一个集合 A 必有两个子集;②任何一个集合 A , 必有两个真子集;③若集合 A 和 B 的交集是空集,则 A 、 B 至少有一个是空集;④若集合 A 和 B 的交集是全集,则 A 、 B 都是全集. 其中错误命题的个数为().

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】 D.

【分析】 因为 $\emptyset$ 没有两个子集,也没有真子集,①②错误. 若 $A \cap B = \emptyset$, A 、 B 可以不是空集. ③错误. 若 $A \cap B = I$, 则必有 $A = B = I$.

3. 0 和 $\emptyset$ 的关系,应是以下的 ()

A. $0 \in \emptyset$ B. $0 \notin \emptyset$ C. $0 = \emptyset$ D. $0 \subset \emptyset$

【分析】 0 是一个元素, $\emptyset$ 表示空集是一个集合,元素与集合之间的关系只有属于($\in$)和不属于($\notin$),而空集 $\emptyset$ 不包含任何元素,故 0 不属于 $\emptyset$.

【答案】 B.

4. 已知 $\{1, 2\} \subset M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 则符合条件的集合 M 的个数是 ()

A. 2^7 B. $2^7 - 1$ C. 2^5 D. $2^5 - 1$

【答案】 D.

【分析】 本题是要求集合 $\{3, 4, 5, 6, 7\}$ 的非空子集的个数.

5. 已知集合 $M = \{1, 2, a^3 - a\}$, $N = \{0, a + 1, 3 - a^2\}$, 且 $M \cap N = \{0, 1\}$, 则实数 a 的解集是 ()

A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{1\}$ D. $\emptyset$

【答案】 A

【分析】 $\because M \cap N = \{0, 1\}$, 即 $a^3 - a = 0$, $\therefore a = 0$ 或 $a = \pm 1$, 分别代入

N 中知 $a = \pm 1$ 不合题意, $\therefore a = 0$.

6. 设 $P = \{\text{平行四边形}\}, R = \{\text{矩形}\}, L = \{\text{菱形}\}, S = \{\text{正方形}\}$, 那么 ().

- A. $P \cap L = S$ B. $R \cup L = P$
C. $(R \cup S) \cup L \subset P$ D. $L \cup S = R$.

【答案】 C.

【分析】 矩形、菱形、正方形都是平行四边形, 因此 $\{\text{矩形}\}$ 、 $\{\text{菱形}\}$ 、 $\{\text{正方形}\}$ 是 $\{\text{平行四边形}\}$ 的真子集.

7. 如果 $I = \{a, b, c, d, e\}, M = \{a, c, d\}, N = \{b, d, e\}$, 那么 $\overline{M} \cap \overline{N} =$ ()

- A. $\emptyset$ B. $\{d\}$ C. $\{a, c\}$ D. $\{b, e\}$

【分析】 根据补集的定义, 可以求出集合 M 的补集 $\overline{M} = \{b, e\}$, 集合 N 的补集 $\overline{N} = \{a, c\}$, 再根据交集的定义可知集合 $\overline{M}$ 与 $\overline{N}$ 没有公共元素, 可知 $\overline{M} \cap \overline{N} = \emptyset$. 本题另外还有一种做法, 即利用公式

$$\overline{M} \cap \overline{N} = \overline{M \cup N}$$

来解, 通过求 M 与 N 的并集 $M \cup N = \{a, b, c, d, e\} = I$, 得出 $\overline{M \cup N} = \overline{I} = \emptyset$, 可得 $\overline{M} \cap \overline{N} = \overline{M \cup N} = \emptyset$.

【答案】 A.

8. 设全集 $I = \{\text{三角形}\}, M = \{\text{锐角三角形}\}, N = \{\text{钝角三角形}\}$, 那么 $\overline{M} \cap \overline{N}$ 是 ()

- A. $\{\text{锐角三角形}\}$ B. $\{\text{钝角三角形}\}$
C. $\{\text{直角三角形}\}$ D. $\{\text{三角形}\}$

【答案】 C.

【分析】 $\overline{M} = \{\text{钝角三角形或直角三角形}\}, \overline{N} = \{\text{锐角三角形或直角三角形}\}$

$$\therefore \overline{M} \cap \overline{N} = \{\text{直角三角形}\}.$$

9. 设全集 $I = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$, 集合 $M = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = 1\}, N = \{(x, y) | y \neq x+1\}$, 那么 $\overline{M} \cap \overline{N}$ 等于 ()

- A. $\emptyset$ B. $\{(2, 3)\}$
C. $\{(x, y) | y = x+1\}$ D. $(2, 3)$

【分析】 本题中全集 I 表示平面直角坐标系中所有的点, 集合 N 表示

在平面直角坐标系中除直线 $y = x + 1$ 以外所有点组成的集合. 那么 $\bar{N} = \{(x, y) | y \neq x + 1\}$, 也就是直线 $y = x + 1$ 上所有点组成的集合, 而集合 M 是直线 $y = x + 1$ 上除点 $(2, 3)$ 外所有点的集合, $\bar{M}$ 表示直线 $y = x + 1$ 以外的点再加上点 $(2, 3)$, 那么 $\bar{M} \cap \bar{N}$ 中的元素就是点 $(2, 3)$, 由于 $\bar{M} \cap \bar{N}$ 是一个集合, 所以 $\bar{M} \cap \bar{N} = \{(2, 3)\}$.

【答案】 B.

10. 设全集 $I = \{2, 3, 5\}$, $A = \{2, |a - 5|\}$, $\bar{A} = \{5\}$, 则 a 的值是 ()

A. 2 B. 8 C. 2 或 8 D. -2 或 8

【分析】 根据补集的定义可知 $A = \bar{A} = \{2, 3\}$, 可知 $a - 5$ 的绝对值为 3, $a - 5$ 的值为 ± 3 , 得到 a 值是 8 或 2.

【答案】 C.

11. 设 S, T 是两个非空集合, 且 $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S$, 令 $X = S \cap T$, 那么 $S \cup X$ 等于 ().

A. X B. T C. S D. $\emptyset$

【答案】 C.

【分析】 因为 $X = S \cap T$, 所以 $X \subseteq S$ $S \cup X = S$.

12. 若记非空集合 $M - N$ 为 $M - N = \{x | x \in M \text{ 且 } x \notin N\}$ 则 $M - (M - N)$ 总等于 ().

A. B. M C. $M \cap N$ D. $M \cup N$.

【答案】 C.

【分析】 $M - N = \{x | x \in M \text{ 且 } x \notin N\}$ $M - (M - N) = \{x | x \in M \text{ 且 } x \notin (M - N)\}$, $M - N = M \cap \bar{N}$ $\therefore M - (M - N) = M \cap N$.

13. 已知方程 $x^2 - px + 15 = 0$ 与 $x^2 - 5x + q = 0$ 的解集分别为 S 与 M , 且 $S \cap M = \{3\}$, 则 $p + q$ 的值是 ()

A. 2 B. 7 C. 11 D. 14

【分析】 由交集定义可知, 3 既是集合 S 中的元素, 也是集合 M 中的元素. 亦既是方程 $x^2 - px + 15 = 0$ 与 $x^2 - 5x + q = 0$ 的公共解, 通过韦达定理, 可知 $p = 8, q = 6$ 则 $p + q$ 的值为 14.

【答案】 D.

14. 集合 $\{ \text{能被 3 或 7 整除的 100 以内的自然数} \}$ 的元素个数是 ()

A. 43 个 B. 44 个 C. 45 个 D. 47 个

【分析】 能被 3 整除的 100 以内的自然数有 33 个, 能被 7 整除的 100

以内的自然数有 14 个,二者之和有 47 个,在二者中有公共元素,即又是 3 的倍数,又是 7 的倍数,换言之是 21 的倍数,这样的数在 100 以内的自然数中共有 4 个,在计算元素个数时,这 4 个元素曾重复计算一次,所以要减去 4,得 $33 + 14 - 4 = 43$. 本题还有另一种解法,设 $A = \{\text{能被 3 整除的 } 100 \text{ 以内自然数}\}$, $B = \{\text{能被 7 整除的 } 100 \text{ 以内自然数}\}$,并规定用 $n(A)$, $n(B)$ 表示集合 A , B 中元素的个数. 则题中要求的是 $n(A \cup B)$ 的值,根据公式

$$n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B)$$

可知 $33 + 14 - 4 = 43$.

【答案】 A.

15. 已知集合 $A = \{x | x = \frac{1}{9}(2k+1), k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = \frac{4}{9}k \pm \frac{1}{9}, k \in \mathbb{Z}\}$, 则集合 A , B 之间的关系为().

A. $A \subset B$ B. $B \supset A$ C. $A = B$ D. $A \neq B$

【答案】 C.

【分析】 设 $x_1 \in A$, 且 $x_1 = \frac{1}{9}(2k_1+1)$, $k_1 \in \mathbb{Z}$, 当 $k_1 = 2n$, $n \in \mathbb{Z}$ 时 $x_1 = \frac{1}{9}(4n+1) = \frac{4}{9}n + \frac{1}{9}$, $x_1 \in B$, 当 $k_1 = 2n-1$, $n \in \mathbb{Z}$ 时 $x_1 = \frac{1}{9}(4n-2+1) = \frac{4}{9}n - \frac{1}{9}$, $\therefore x_1 \in B$, $\therefore A \subseteq B$. 又设 $x_2 \in B$ 且 $x_2 = \frac{4}{9}k_2 \pm \frac{1}{9} = \frac{1}{9}(4k_2 \pm 1)$, 而 $4k_2 \pm 1$ 表示奇数, $2n+1$ ($n \in \mathbb{Z}$) 也表示奇数 $\therefore x_2 = \frac{1}{9}(2n+1)$ ($n \in \mathbb{Z}$) $\therefore x_2 \in A$ $\therefore B \subseteq A$. 故 $A = B$.

16. 设 $P \cup Q = \{a, b\}$, 求 P, Q , 此题解答共有().

A. 9 组 B. 8 组 C. 7 组 D. 5 组

【答案】 A.

【分析】 共有 $P = \emptyset, Q = \{a, b\}, P = \{a, b\}, Q = \emptyset, P = \{a\}, Q = \{b\}, P = \{a\}, Q = \{a, b\}, P = \{b\}, Q = \{a\}, P = \{b\}, Q = \{a, b\}, P = \{a, b\}, Q = \{a\}, P = \{a, b\}, Q = \{b\}, P = \{a, b\}, Q = \{a, b\}$ 九组.

17. 设两个集合 $M = \{x | x = 4k, k \in \mathbb{Z}\}$, $P = \{x | x = 12m + 8n, m, n \in \mathbb{Z}\}$, 那么下列关系中正确的是 ().

A. $M \subset P$ B. $M \supset P$
C. $M = P$ D. $M \cap P = \emptyset$

【答案】 C.

【分析】 设 $x_1 \in P$, 且 $x_1 = 12m_1 + 8n_1, m_1, n_1 \in \mathbb{Z}$, 则 $x_1 = 4(3m_1 + 2n_1)$
 $\therefore 3m_1 + 2n_1 \in \mathbb{Z} \therefore x_1 \in M, \therefore P \subseteq M$. 又设 $x_2 \in M$ 且 $x_2 = 4k_1, k_1 \in \mathbb{Z}$. 当
 $k_1 = 2n \ (n \in \mathbb{Z}) \quad x_2 = 4 \times (2n) = 8n + 12 \times 0 \therefore x_2 \in P$. 当 $k_1 = 2n + 1$
 $(n \in \mathbb{Z}) \quad x_2 = 4(2n + 1) = 8n + 4 = 8(n - 1) + 12 \times 0, \therefore n - 1 \in \mathbb{Z} \therefore x_2 \in P$
 $\therefore M \subseteq P$ 故 $M = P$

18. 设两个集合 $S = \{x | x = 12m + 8n, m, n \in \mathbb{Z}\}, P = \{x | x = 20p + 16q, p, q \in \mathbb{Z}\}$, 则下列关系正确的是 ()

- A. $S \subset P$ B. $S \supset P$ C. $S = P$ D. 以上都不对

【答案】 C.

【分析】 由 $x_1 = 20p + 16q = 12p + 8p + 16q = 12p + 8(p + 2q) \therefore p, q \in \mathbb{Z}, \therefore p + 2q \in \mathbb{Z}$. 所以集合 P 中的元素必是集合 S 的元素, 故 $P \subseteq S$, 反之
 $x_1 = 12m + 8n = 12m + 8(m + 2q) = 20m + 16q \ (m, q \in \mathbb{Z})$ 此即说明 $x_2 \in P$
 $\therefore S \subseteq P$, 故 $S = P$.

19. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 = 0\}, B = \{x | ax - 1 = 0, a \in \mathbb{R}\}$, 如 $A \cup B = A$, 则 a 的值为 ().

- A. 0 B. 1
 C. -1 D. 0, -1, 1

【答案】 D.

【分析】 $A = \{-1, 1\}$ 因为 $A \cup B = A \therefore B$ 可为 $\emptyset, \{-1\}, \{1\}$ 三种情况, 当 $a = 0$ 时 $B = \emptyset$; 当 $a = 1$ 时 $B = \{1\}$; 当 $a = -1$ 时 $B = \{-1\}$. 所以 a 的值为 0, -1, 1.

20. 已知集合 $M = \{m | m \in \mathbb{N} \text{ 且 } 8 - m \in \mathbb{N}\}$, 则集合 M 的元素的个数为 ().

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【答案】 C.

【分析】 满足 $m \in \mathbb{N}, 8 - m \in \mathbb{N}$, 的 m 值可取 1、2、3、4、5、6、7, 所以 M 中有 7 个元素.

21. 50 名学生做物理、化学两种实验, 已知物理实验做得正确的有 40 人, 化学实验做得正确的有 31 人, 两种实验都做错的有 4 人, 那么两种实验都做对的人数是 ()

- A. 21 B. 23 C. 24 D. 25

【答案】 D.

【分析】 设两种实验都做对的有 x 人, 则 $40 + 31 - x + 4 = 50, x = 25$.

22. 设集合 $A = \{x | 0 < x \leq 2\}, B = \{M | M \subseteq A\}$, 则 A, B 之间的关系是 ()

- A. $A \in B$ B. $A \subset B$ C. $B \in A$ D. $B \subseteq A$

【答案】 A.

【分析】 B 中的元素是 A 的子集, $\therefore A \subseteq A, \therefore A$ 是 B 中的元素, $A \in B$.

23. 对任意两个集合 A, B , 下列命题正确的是 ()

- A. 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $A \cup B \neq A \cap B$
 B. 若 $A \subset (A \cup B)$, 则 $(A \cap B) \subset (A \cup B)$
 C. 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $(A \cup B) \supset (A \cap B)$
 D. 若 $A \cap B \subset A$, 则 $A \subset (A \cup B)$

【答案】 B.

【分析】 举特例, 用排除法. 若 $A = B = \emptyset$ 时 $A \cap B = \emptyset, A \cup B = \emptyset$
 $\therefore A \cup B = A \cap B$ 排除 A. 若 $A = B \neq \emptyset$ 时, $A \cup B = A, A \cap B = A. \therefore A \cup B = A \cap B$, 排除 C. 若 $A \supset B$, 则 $A \cap B = B \subset A$, 而 $A \cup B = A$, 排除 D. 故选 B..

24. 对于任意 $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$, 且 $xy = 0$, 则 $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{xy}{|xy|}$ 组成的集合所含元素的个数是 ().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】 B.

【分析】 当 $x > 0, y > 0$ 时, $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{xy}{|xy|} = 3$, 当 $x < 0, y < 0$ 时,
 $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{xy}{|xy|} = -1$, 当 $xy < 0$ 时, $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{xy}{|xy|} = -1$.

25. 设全集 $I = \{\text{三角形}\}, M = \{\text{锐角三角形}\}, N = \{\text{钝角三角形}\}$, 那么 $\overline{M} \cap \overline{N}$ 是 ()

- A. $\{\text{锐角三角形}\}$ B. $\{\text{钝角三角形}\}$
 C. $\{\text{直角三角形}\}$ D. $\{\text{三角形}\}$

【答案】 C.

【分析】 $\overline{M} = \{\text{钝角三角形或直角三角形}\}, \overline{N} = \{\text{锐角三角形或直角三角形}\}$

$\therefore \overline{M} \cap \overline{N} = \{\text{直角三角形}\}.$

26. 在以下的五个写法中, (1) $\{0\} \in \{0, 1, 2\}$, (2) $\emptyset \subset \{0\}$, (3) $\{0, 1, 2\} \subseteq \{2, 1, 0\}$, (4) $0 \in \emptyset$, (5) $0 \cap \emptyset = \emptyset$, 其中正确写法的个数有 ().

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】 A.

【分析】 其中(1)与(4)错在“ $\in$ ”, (5)错在元素与集合不能求交集, 所以只有(2)与(3)对, 选 A.

二、填空题

27. 设 $M = \{(x, y) \mid mx + ny = 4\}$ 且 $\{(2, 1), (-2, 5)\} \subset M$, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

【答案】 $m = \frac{4}{3}, n = \frac{4}{3}$.

【分析】 $\{(2, 1), (-2, 5)\} \subset M$ (2, 1) 和 $(-2, 5)$ 为方程 $mx + ny = 4$ 的两组解, 将 $x = 2, y = 1$ 和 $x = -2, y = 5$ 代入方程得到方程组

$$\begin{cases} 2m + n = 4 \\ -2m + 5n = 4 \end{cases} \quad \text{解得 } m = n = \frac{4}{3}.$$

28. 已知集合 $M = \{x \mid x^2 - 5x - 6 \leq 0, x \in \mathbb{Z}\}$, $C = \{\text{质数}\}$, $I = \mathbb{Z}$, 那 $M \cap \bar{C} =$ _____.

【答案】 $\{-1, 0, 1, 4, 6\}$.

【分析】 $M = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. 只能被 1 和本身整除的正整数叫质数, 所以 M 中不是质数的有 $-1, 0, 1, 4, 6$, 即 $M \cap \bar{C} = \{-1, 0, 1, 4, 6\}$.

29. 设 $A = \{x \mid x^2 - px + 15 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + qx + r = 0\}$, 若 $A \cap B = \{3\}$, $A \cup B = \{2, 3, 5\}$, 则 $p =$ _____, $q =$ _____, $r =$ _____.

【答案】 $p = 8, q = -5, r = 6$.

【分析】 $A \cap B = \{3\}$ $3 \in A$ 将 $x = 3$ 代入 $x^2 - px + 15 = 0$, 得 $p = 8, x = 3$ 代入 $x^2 + qx + r = 0$, 得 $3q + r = -9$ (1) 由 $A \cup B = \{2, 3, 5\}$ 知 $5 \in A$ $\therefore 2 \in B$. 将 $x = 2$ 代入 $x^2 + qx + r = 0$, 得 $2q + r = -4$ (2) 由(1)(2)解得 $q = -5, r = 6$.

30. 设 $A = \{x \mid 4x + p < 0\}$, $B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$, 若使 $A \subseteq B$, 则 p 的取值范围是_____.

【分析】 $p \geq 4$.

【分析】 $A = \{x \mid 4x + p < 0\} = \{x \mid x < -\frac{p}{4}\}$, 要使 $A \subseteq B$, 必须 $-\frac{p}{4} \leq -1$, 即 $p \geq 4$.

31. 设 $I = R, A = \{x | x = -t^2, t \in R\}, B = \{x | x = 3 + |t|, t \in R\}$, 则 $\bar{A} \cap \bar{B} =$ _____.

【答案】 $\{x | 0 < x < 3\}$

【分析】 $A = \{x | x = -t^2, t \in R\} = \{x | x \leq 0\}, B = \{x | x = 3 + |t|, t \in R\} = \{x | x \geq 3\}, \bar{A} = \{x | x > 0\}, \bar{B} = \{x | x < 3\}, \therefore \bar{A} \cap \bar{B} = \{x | 0 < x < 3\}$

32. 已知集合 $\{x | x$ 取不大于 30 的质数 $\}$ 是全集 I, A 和 B 分别是 I 的两个子集, 且满足 $A \cap \bar{B} = \{5, 13, 23\}, \bar{A} \cap B = \{11, 19, 29\}, \bar{A} \cap \bar{B} = \{3, 7\}$, 则 $A =$ _____, $B =$ _____.

【分析】 这里首先要介绍有关集合运算的两个公式:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

由此可得 $\bar{A} = \bar{A} \cap I = \bar{A} \cap (B \cup \bar{B}) = (\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B}) = \{11, 19, 29\} \cup \{3, 7\} = \{3, 7, 11, 19, 29\}, I = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}, \therefore A = \{2, 5, 13, 17, 23\}$. 同理, $\bar{B} = \bar{B} \cap I = \bar{B} \cap (A \cup \bar{A}) = (\bar{B} \cap A) \cup (\bar{B} \cap \bar{A}) = \{5, 13, 23\} \cup \{3, 7\} = \{3, 5, 7, 13, 23\}$. 则 $B = \{2, 11, 17, 19, 29\}$.

【答案】 $\{2, 5, 13, 17, 23\}, \{2, 11, 17, 19, 29\}$.

33. 已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}, B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}, C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$ 满足 $A \cap B \neq \emptyset, A \cap C = \emptyset$, 则实数 $a =$ _____.

【分析】 $\because B = \{2, 3\}, C = \{2, -4\}$, 又 $A \cap B \neq \emptyset, A \cap C = \emptyset$, 则 $2 \notin A, 3 \in A$, 则把 $x = 3$ 代入 $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$ 中, 解得 $a = 5$ 或 $a = -2$. 当 $a = 5$ 时, $A = \{2, 3\}$, 则 $A \cap C = \{2\}$, 这与 $A \cap C = \emptyset$ 相矛盾, 故舍去; 当 $a = -2$ 时, $A = \{-5, 3\}$, 符合题意. $\therefore a = -2$.

【答案】 -2 .

34. 若集合 $P = \{1, 2, 3, m\}, Q = \{m^2, 3\}$ 满足 $P \cup Q = \{1, 2, 3, m\}$, 则实数 $m =$ _____.

【分析】 由 $P \cup Q = P$ 可推出 $Q \subseteq P$, 则 $m^2 \in P$, 即 m^2 可能是 1, 2 和 m 中的一个. 当 $m^2 = 1$ 时, $m = \pm 1$, $m = 1$ 时, $P = \{1, 2, 3, 1\}$, 集合中出现了相同的元素 1, 这与集合元素的互异性相矛盾, $\therefore m = 1$ 舍去. $m = -1$ 时, $P = \{1, 2, 3, -1\}, Q = \{1, 3\}$, 符合题意. $m^2 = 2$ 时, $m = \pm \sqrt{2}$. 经检验也符合题意; $m^2 = m$ 时, $m = 0$ 或 1 , $m = 0$ 时, $P = \{1, 2, 3, 0\}, Q = \{0, 3\}$ 符合题意. $m = 1$ 时已讨论过, 不合题意. 综上所述 $m = 0, -1, \pm \sqrt{2}$.

【答案】 $0; -1$ 或 $\pm \sqrt{2}$.

35. 已知集合 $A = \{x, xy, \lg xy\}$, 集合 $B = \{0, |x|, y\}$, 且 $A = B$, 则 $x =$ _____, $y =$ _____.

【答案】 $-1, -1$.

【分析】 $\because x \neq 0, y \neq 0 \therefore \lg xy = 0, xy = 1$, 若 $xy = y$, 则有 $y = 1, x = 1$, A 中有相同元素 $x = xy = 1$, 不符合要求, 因此 $xy = |x|$, 即 $|x| = 1, x = -1, y = -1$.

36. 已知集合 $M = \{y | y = x^2 - 4x + 3, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{y | y = -x^2 + 2x + 8, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $M \cap N$ _____.

【答案】 $\{y | -1 \leq y \leq 9\}$.

【分析】 $y = x^2 - 4x + 3 = x^2 - 4x + 4 - 1 = (x - 2)^2 - 1, \therefore y \geq -1, \therefore M = \{y | y \geq -1\}, y = -x^2 + 2x + 8 = -(x^2 - 2x + 1) + 9 = -(x - 1)^2 + 9 \leq 9, \therefore y \leq 9, N = \{y | y \leq 9\} \therefore M \cap N = \{y | -1 \leq y \leq 9\}$.

37. 有 a, b, c 三本新书, 至少读过其中一本的有 18 人, 读过 a 的 9 人, b 的 8 人, c 的 11 人, 同时读过 a, b 的 5 人, 读过 b, c 的 3 人, 读过 c, a 的 4 人, 那么 a, b, c 全部读过的有 _____ 人.

【答案】 2 人

【分析】 设 $A = \{\text{读过 } a \text{ 的人}\}, B = \{\text{读过 } b \text{ 的人}\}, C = \{\text{读过 } c \text{ 的人}\}, A \cap B = \{\text{同时读过 } a, b \text{ 的人}\}, B \cap C = \{\text{同时读过 } b, c \text{ 的人}\}, A \cap C = \{\text{同时读过 } a, c \text{ 的人}\}, A \cap B \cap C = \{\text{同时读过 } a, b, c \text{ 的人}\}, A \cup B \cup C = \{a, b, c \text{ 中至少读过一本书的人}\}$, 由韦恩图可知 $n(A \cup B \cup C) = nA + nB + nC - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

$$n(A \cap B \cap C) = 18 - (9 + 8 + 11) + (5 + 3 + 4) = 2.$$

38. 设 $M \cap N = \emptyset$ 且 $M = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = a+1\}$, $N = \{(x, y) | (a^2-1)x + (a-1)y = 15\}$ 则 a 的值为 _____.

【答案】 $1, -1, \frac{5}{2}, -4$.

【分析】 当 $a = 1$ 时, $N = \{(x, y) | 0x + 0y = 15\} = \emptyset, M \cap N = \emptyset$, 当 $a = -1$ 时, $M = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = 0\} = \{(x, y) | y = 3, \text{ 且 } x \neq 2\}, M = \{(x, y) | -2y = 15\} = \{(x, y) | y = -\frac{15}{2}\} \therefore M \cap N = \emptyset, M = \{(x, y) | y = (a+1)x - 2a + 1, x \neq 2\}$ 当 $x = 2, y = 3$ 时, $(2, 3) \notin M$, 将 $x = 2, y = 3$ 代入 $(a^2-1)x +$