

XIAYI
XIANGDUI LUN
JI CHU

刘佑昌

狭义
相对论
基础

本书以工科院校的普通物理学和高等数学为基础，论述狭义相对论的各个主要方面，包括历史背景、时空观、光学、力学和电磁学。

内容起点较低，且避免了较深的矢量分析和张量运算，便于初学者自学，取材丰富，反映了当前本学科的进展情况。在内容处理上有独到之处，涉及的佯谬较多，注意了与经典理论的对比。

本书可作各类高等工业学校的教学参考书，亦可作选修课教材。对中学教师及其他科技工作者也有参考价值。

本书经胡宁和朱培豫审查并推荐出版。

责任编辑：汤发宇 黄元铭

狭义相对论基础

刘佑昌

高等教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
河北省香河县印刷厂印装

开本850×1168 1/32 印张6.375 字数163 000

1988年8月第1版 1988年8月第1次印刷

印数00 001—3,000

ISBN 7-04-001631-1/O·679

定价 2.65 元

前 言

本书原是北京航空学院一门选修课的讲义，后来又作了修改及补充。它要求读者具有工科院校普通物理学的基础。在数学使用上，回避了较深的矢量分析及张量运算，但力求涉及的面宽一些，处理上严谨一点。

在内容安排上，与相对论以前的概念多作对比，并且尽可能去澄清那些容易引起混乱的佯谬。这样，也许是有好处的。

应该说，作为近代物理学的主要基础之一的狭义相对论，早就是成熟的经典理论了；这当然不意味着，它已经停止发展。近二十年来的事实表明，它仍然在不断地得到充实、更新，而且越来越完善。

以上几点，限于笔者的水平，不一定都能够很好地反映到书中去。特别是某些论述，限于初次尝试，错误之处，更在所难免，尚希读者不吝指正。

为了读者查阅的方便，各章所附的参考资料，并不都是第一手的权威文献。

刘佑昌

1984年6月

目 录

前言

第一章 狭义相对论的建立	1
§1-1 伽利略变换	1
§1-2 牛顿力学的绝对性	4
§1-3 电磁以太的特殊性	6
§1-4 狭义相对论的实验基础	12
§1-5 狭义相对论的基本原理	15
第二章 狭义相对论的时空观 运动学及光学	22
§2-1 洛仑兹变换	22
§2-2 粒子速度的变换	28
*§2-3 托马斯进动	31
§2-4 同时的相对性	35
§2-5 因果的绝对性	51
§2-6 表观的超光速运动	55
§2-7 光频率的变换	59
§2-8 运动镜对光的反射	65
*§2-9 光强度的变换	69
§2-10 平面光波的变换	73
第三章 动力学	81
§3-1 质量-速度关系	81
§3-2 质量-能量关系	85
§3-3 能量-动量关系	90
§3-4 质点的运动定律 (静质量恒定)	104
*§3-5 粒子的运动定律 (静质量可变)	116
§3-6 物体的平衡佯谬	119
第四章 电磁学	127
§4-1 电荷的绝对性	127

§4-2	电荷密度和电流密度	139
§4-3	库仑定律和毕奥-萨伐尔定律	136
§4-4	电磁场的场强变换	146
§4-5	载流导线的受力	151
§4-6	电磁场的能量变换	156
§4-7	电磁感应	164
§4-8	极化和磁化	169
结束语	177
附录 I	菲涅耳牵引系数	179
附录 II	光行差现象	182
附录 III	洛仑兹变换的线性要求	184
附录 IV	运动物体的平衡条件	186
附录 V	平均速度的变换	188
索引	190
人名对照	195

第一章 狭义相对论的建立

狭义相对论给物理学带来了一次巨大的变革，但它又是经典物理理论的继续和发展；割断了历史，就无法了解相对论产生的必然性，也难以理解它的基本原理的提出。

本章将着重阐述狭义相对论的实践基础及基本原理。在此之前，粗略地回顾一下十九世纪末物理学的概况，主要是牛顿力学及麦克斯韦电磁理论，这不仅对了解狭义相对论的创建有好处，而且有利于我们以后将新旧理论进行对比，并由此加深对狭义相对论本身内容的认识。

§ 1-1 伽利略变换

任何自然过程都是在时间和空间中演变和完成的，物理规律的定量表达，往往离不开空间坐标及时间参量的运用。因此，有关时间及空间的概念，在物理学中一直是极其根本、极为重要的。现在，我们首先对相对论以前的时空观，作一简要的介绍，即把日常生活中大家已经习惯的时空概念概括一下。

自古以来，人们就将时间及空间的概念绝对化了：以为同一过程的时间及同一距离的长度，不管在那个参照系里进行测量，其结果都应该一样；或者说，时间及空间的测量，是与观测者的运动状态无关的。特别突出的是，在所有参照系里都使用着一个共同的时间变量。按照牛顿的说法：“绝对的、真的及数学的时间，是自身在那里流，而因其性质，是等速的且不与外界任何对象有关系。”〔1〕这表明，各个地方的时间都同等快慢地均匀流逝着，既与物质的运动无关，也与参照的空间无关；同时的概念是绝对的，事件的时间顺序也是绝对的。对时空的这种认识，常称之为绝对时空观。

伽利略变换将绝对时空的概念定量地表达了出来；它涉及两个刚性参照系之间的坐标变换，而这些参照系，是处于彼此相对作匀速直线运动的状态。因此，使用直角坐标系是方便的，如图1-1所示，其中已选定 Σ' 系对 Σ 系的运动是沿着 x 轴正向，而速度为常量 v ，并假定二坐标系的对应轴完全重合时为计时零点，即 $t = t' = 0$ 。于是，由时空的绝对概念， Σ 系与 Σ' 系之间的坐标变换，应有如下关系：

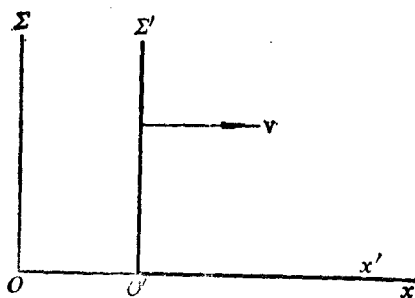


图1-1 Σ' 系对 Σ 系匀速直线运动

$$\left. \begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 1a)$$

显然，其逆变换为

$$\left. \begin{aligned} x &= x' - (-v)t' \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 1b)$$

这一组坐标变换式，就是伽利略变换。它准确地表达了时间和长度都是绝对不变量，即总有

$$\left. \begin{aligned} \Delta x' &= \Delta x \\ \Delta y' &= \Delta y \\ \Delta z' &= \Delta z \\ \Delta t' &= \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 2)$$

这里，有一点应该引起注意，就是在长度的测量中，如果被测物体与观测者之间有相对运动，一定要同时测定其两端点的位置；只有这样，才能保证物体在运动方向上的长度具有确定的意义。正是在这个规定下，我们才得出式(1·2)中的第一个等式。

将式(1·1a)中的前三个等式对时间取微商，并引入速度符号 \mathbf{u} 及 \mathbf{u}' ，就得到

$$\left. \begin{aligned} u'_x &= u_x - v \\ u'_y &= u_y \\ u'_z &= u_z \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 3a)$$

或

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{v} \quad (1 \cdot 3b)$$

这里的 \mathbf{u} 和 \mathbf{u}' ，是同一粒子分别在 Σ 系和 Σ' 系里的速度，式(1·3)表明了它们之间的变换关系；其逆变换式就不写出来了。这些变换，就象在同一个坐标系里进行速度的合成及分解一样，是按照通常矢量加减法运算的，即遵从平行四边形法则。

式(1·3)显示了速度的相对性。但是，各个参照系里粒子之间的相对速度，却仍然是绝对的；因为，若某一粒子有速度 \mathbf{u}_1 (\mathbf{u}'_1)，另一粒子有速度 \mathbf{u}_2 (\mathbf{u}'_2)，则由式(1·3b)，可得后一粒子对前一粒子的相对速度为

$$\mathbf{u}'_2 - \mathbf{u}'_1 = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1$$

这表明了相对速度的绝对性；换句话说，在伽利略变换下，相对速度是一个不变的矢量。由此可知，加速度通过坐标变换式(1·1)后，一定也是一个不变的矢量，即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a}' &\equiv \frac{d\mathbf{u}'}{dt'} \\ \mathbf{a} &\equiv \frac{d\mathbf{u}}{dt} \end{aligned} \right\} \mathbf{a}' = \mathbf{a} \quad (1 \cdot 4)$$

总之，伽利略变换概括了几千年来人类对时空及运动的全部经验；不仅在相对论以前的物理学中，起着根本的重要作用，即使在现代，人们在日常生活以及极其宽广的工程技术领域里，仍然受着这种绝对时空观的支配。

§ 1-2 牛顿力学的绝对性

牛顿在创建他的力学体系时，曾选定若干公理作为整个理论的基石，其中包括绝对时间及绝对空间的假定。

人们早就认为，宇宙万物都好象是被盛在一个绝对静止的容器里。牛顿继承了这样一个古朴的思想，以这个无所不包的容器空间为绝对空间；然而事与愿违，他自己所发现的力学规律，却丝毫反映不出这个容器（绝对空间）是客观存在着的。相反，牛顿力学对每一个惯性系都一视同仁，它在所有惯性系里都有着同样的表达形式。

首先，惯性定律理所当然地在各个惯性系中一律有效，因为惯性系正是由此而定义的。很明显，伽利略变换恰好适应了这一要求，如果 Σ 系是惯性系，则 Σ' 系一定也是惯性系；当某粒子在 Σ 系里作惯性运动时，其速度 \mathbf{u} 为常矢量，由式（1·3），它在 Σ' 系里的速度 \mathbf{u}' 也一定是常矢量，反之亦然。这表明，在伽利略变换下，不会破坏惯性运动的基本特征，任何一个惯性运动，仍将变换为惯性运动。

其次，在牛顿力学中，质量和力的概念也都是绝对的。牛顿将质量理解为“物质之量”，而物体所含有的物质之量不因其运动状态而改变，似乎是天经地义的。在时空的绝对观念中，宏观物

体之间的相互作用力，也确实应该是一个不变量。例如，两个星体的万有引力与星体之间的距离有关、弹性力取决于弹性物体的形变，只要记住了距离的大小及形变对应的长度变化都是伽利略变换下的不变量，就不难推知这些力都应该是绝对的；此外，固体在流质内的相对运动所导致的阻力，也由于这个固体的体形、横截面积及相对流体的速度的绝对性，而是一个不变量。若以 m 和 \mathbf{f} 分别标记质量和力，则

$$\left. \begin{aligned} m' &= m \\ \mathbf{f}' &= \mathbf{f} \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 5)$$

表示了它们的绝对性。由式 (1·4) 和式 (1·5)，立刻可以得出：在所有惯性系里，牛顿第二定律都具有同样的表达形式，即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{f} &= m \mathbf{a} \\ \mathbf{f}' &= m' \mathbf{a}' \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 6)$$

最后，应该谈一谈牛顿第三定律。两个相离物体之间作用力与反作用力的等值共线、同生同灭等概念，显然在任何一个惯性系里，都可以同样有效；但这些概念完全无视中间物质的存在，似乎力的传递既不需要媒介也不需要时间。据说〔2〕，牛顿自己也并不认为这种超距作用的概念是合理的。虽然他的万有引力定律毫不含糊地体现了超距作用精神，似乎远离的星体能够瞬时代地传递它们之间的作用力；但这只是表明他严格地尊重事实，善于从现象出发来进行归纳、推理，而不习惯提出假说。

综上所述，作为古典力学基本规律的牛顿定律，确实在所有惯性系里都取同一表达形式；从而说明，在机械运动的范畴里，没有任何一个惯性系优越于其它惯性系。当然，在具体处理某一个力学问题时，并不排斥人们去挑选一个有利于运算的惯性系作为参照系；但是，从根本上说，这个参照系并不在所有惯性系中处于独特的地位。因此，在牛顿力学中，绝对空间的假定在逻辑上完全不必要，我们无法利用动力学的规律来论证和检测它是否存在。

伽利略、牛顿的力学规律对所有惯性系一律有效，这常常被称之为伽利略的力学相对性原理。其实，所谓力学的相对性原理，它正好说的是力学规律的绝对性，即牛顿力学的基本定律在伽利略变换下是不变的。

尽管牛顿力学中有很多绝对化了的物理概念，这种局限性却是人类在认识自然的过程中不可避免的，并且在一定范围内，它们是客观世界的极好的近似模写；而力学的相对性原理所贯彻的各惯性系彼此平权的主张，则是物理思想宝库中的珍贵遗产，后来爱因斯坦在相对论中继承并发扬了这一思想。

§ 1-3 电磁以太的特殊性

牛顿力学兴起之后，日趋完善，大至天体的运行，小到声波的振动，无不得到精细的处理；于是，以机械观来说明所有物理现象的倾向，风靡一时。不仅提出了分子的机械运动模型，来解释有关冷热的现象；而且在光的波动说得势以后，很自然地将光波比拟于声波，认为宇宙中弥漫着一种无所不在的传播光的媒质。

这种想象中的宇宙媒质，被人们称为以太，它是Aether〔8〕的译音，其含义后来被理解为传播能量的媒介。虽然根据物体的弹性理论，很难协调以太所具有的一些自相矛盾的属性，如密度极稀而弹性又足够大等等；然而，人们总认为，它是应该存在着的。

麦克斯韦在十九世纪六十年代全面总结了电磁理论之后，认识到光的辐射不过是电磁扰动的传播，却仍然认为存在着一种电磁以太的宇宙背景。在麦克斯韦的学说里，电磁场的基本方程——麦克斯韦方程组，原来只是对以太参照系严格有效；电磁波的传播速率，也只是在以太中才严格地各向同性，其值 c 约为每秒三十万千米。

根据传统的平行四边形法则，光在其它惯性系里的速率，就会是各向异性的。设某惯性系 S' 相对以太（它也是一个惯性系）

的速度为 v ，见图1-2，则由式 (1·3b)，光线（光能）在 Σ' 系中的传播速度 c' ，与它在以太中的传播速度 c 之间，应有关系

$$c' = c - v$$

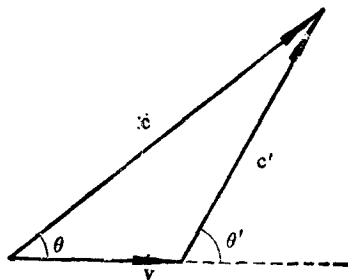


图1-2 光速的传统变换

或

$$c'^2 + v^2 + 2vc' \cos \theta' = c^2 \quad (1 \cdot 7)$$

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{\sin \theta}{\cos \theta - v/c} \quad (1 \cdot 8)$$

从式 (1·7)，即可求出

$$c' = (c^2 - v^2 + v^2 \cos^2 \theta')^{1/2} - v \cos \theta' \quad (1 \cdot 9a)$$

显然

$$\left. \begin{aligned} \theta' = 0 &\longrightarrow c' = c - v \\ \theta' = \frac{\pi}{2} &\longrightarrow c' = \sqrt{c^2 - v^2} \\ \theta' = \pi &\longrightarrow c' = c + v \end{aligned} \right\} \quad (1 \cdot 9b)$$

光速的理论值 $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ (ϵ_0 和 μ_0 分别是真空的介电常数和磁导率) 是麦克斯韦方程组的一个重要结论，既然惯性系 Σ' 里的真空光速原则上不再等于 c ，由此可以推知，在以太惯性系以外的其它惯性系里，麦克斯韦方程组不再严格地保持原有形式不变。于是，在所有的惯性系中，以太系是一个特殊的惯性系，它

在电磁学中是一个优越的惯性系。

这样一来，牛顿所信赖的绝对空间，虽然在他自己的力学体系中并无容身之处，却在麦克斯韦的电磁理论里，显示出它的存在。承认电磁以太作为整个宇宙的背景物质，实质上就是将绝对空间实体化了。

因此，从原则上来说，我们可以使用电磁学的方法，来探求相对以太运动的所谓绝对速度。其中最典型的是利用光的干涉原理。取某一点光源发出的两束光，使之通过不同的光路以后，设法将它们会聚起来产生干涉。但以下的计算表明，在精度不高的测量中，不可能得出任何的积极结果。

V/c 级干涉的基本计算 作为基本讨论，我们暂且只考虑全部

光路都通过真空的情况。仍取惯性系 Σ' ，假定它相对以太的速度为 \mathbf{v} ， A' 、 B' 是 Σ' 内的两个固定点， L'_1 及 L'_2 为其间的两条光路，如图1-3所示。显然，当光线自 A' 点出发，分别沿这两条光路到达 B' 点，所产生的时差为

$$T' = \int_{A'L'_1B'} \frac{dl'}{c'} - \int_{A'L'_2B'} \frac{dl'}{c'}$$

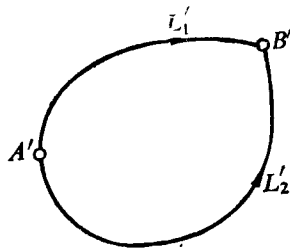


图1-3 干涉的基本计算

在处处沿光路线元 dl' 传播的光速即图1-2中的 c' 。将式(1.9a)代入后，略去 v^2/c^2 及其它更高次项，则有

$$\begin{aligned} T' &\approx \int_{A'L'_1B'} \frac{dl'}{c - v \cos \theta'} - \int_{A'L'_2B'} \frac{dl'}{c - v \cos \theta'} \\ &\approx \int_{A'L'_1B'} \left[\frac{dl'}{c} + \frac{v \cos \theta' dl'}{c^2} \right] \end{aligned}$$

$$- \int_{A'L_2'B'} \left[\frac{dl'}{c} + \frac{v \cos \theta' dl'}{c^2} \right]$$

由于

$$\begin{aligned} & \int_{A'L_1'B'} \frac{v \cos \theta' dl'}{c^2} - \int_{A'L_2'B'} \frac{v \cos \theta' dl'}{c^2} \\ &= \frac{1}{c^2} \mathbf{v} \cdot \left[\int_{A'L_1'B'} d\mathbf{l}' - \int_{A'L_2'B'} d\mathbf{l}' \right] = 0 \end{aligned}$$

就得出

$$T' \approx \int_{A'L_1'B'} \frac{dl'}{c} - \int_{A'L_2'B'} \frac{dl'}{c} \quad (1 \cdot 10)$$

这表明，在 v/c 级近似下， Σ' 系里所完成的图1-3所示的这一类干涉实验，并不能给出有关绝对速度 \mathbf{v} 的任何结果。我们也可以这样来理解式(1·10)，即将 Σ' 系当作是静止于以太中的，从而直接使用光速 c 来进行计算。

斐索流水实验 在 v/c 级干涉实验中，最著名的有斐索实验。这是1851年斐索(H. L. Fizeau)试图通过光在流水中的传播，来检验菲涅耳(A. Fresnel)于1818年提出的弹性以太理论所作的实验。

该实验的装置大致如图1-4所示，整个设备固定在地面上， S 是光源， M_1 、 M_2 、 M_3 是反射平面镜， P 是半透光、半反射的薄片， T 是望远镜。这里，在 v/c 级近似中，对望远镜 T 中观测到的干涉条纹，基本上仍然可以仿照式(1·10)来进行计算，即等效地将地球当作是静止于以太中的来处理。

先假定管中的水不流动，自光源 S 发出的光线 $SPM_1M_2M_3PT$ 及光线 $SPM_3M_2M_1PT$ ，将在望远镜中产生一定的干涉图样，然

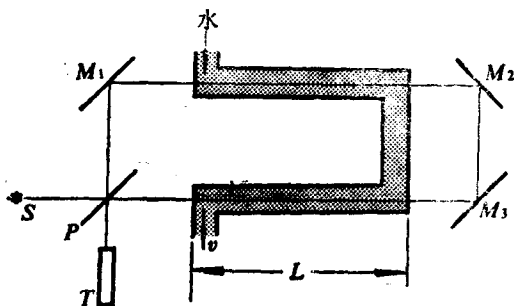


图1-4 斐索实验

后让管中的水流动，这时观测到的干涉图样会有所改变，而影响这一改变的那一部分光路，就集中在两段总长为 $2L$ 的水管中。若水的折射率为 n 、对地的流速为 v ，则光在流水里相对地面的速率，根据通常的理解，似乎顺水为 $\left(\frac{c}{n} + v\right)$ 、逆水为 $\left(\frac{c}{n} - v\right)$ 。

这已经考虑到，静水中的光速为 $\frac{c}{n}$ 。

于是，当管中的水从静止开始到以 v 速流动， T 中的干涉图样将有条纹移动，如果对流水中的光速，采用上述表示，则移动的条纹数应为

$$\begin{aligned} \Delta N &\approx 2vL\left[\left(\frac{c}{n} - v\right)^{-1} - \left(\frac{c}{n} + v\right)^{-1}\right] \\ &\approx \frac{4vn^2L}{c^2}v \end{aligned} \quad (1.11)$$

式中 v 为光的频率，近似计算保留到 v/c 级。

虽然该实验确实显示出干涉条纹的移动，但观测值却不到式(1.11)所预期的一半，如果引用菲涅耳的以太理论来验算，则实验结果与理论值比较好地一致。

在式(1.11)的计算中，无疑是假定了流水完全拖动其中的以太，菲涅耳的以太理论则不是这样的(见附录I)。按照菲涅

耳的观点，运动物体并非全部拖动了其中的以太，当光在流水里传播时，顺水的对地光速不是 $(\frac{c}{n} + v)$ ，而是被修正为 $[\frac{c}{n} + (1 - \frac{1}{n^2})v]$ ；同理，逆水的对地光速为 $[\frac{c}{n} - (1 - \frac{1}{n^2})v]$ ①。这可以理解为，运动物体只是部分地牵引了其中的以太，而称

$$\alpha = 1 - \frac{1}{n^2} \quad (1 \cdot 12)$$

为牵引系数。对于折射率 $n = 1.33$ 的水，其牵引系数 $\alpha = 0.435$ 。若依据菲涅耳牵引系数式(1·12)来修正式(1·11)中的计算，得

$$\begin{aligned} \Delta N &\approx 2vL \left\{ \left[\frac{c}{n} - \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v \right]^{-1} - \left[\frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v \right]^{-1} \right\} \\ &\approx \frac{4vn^2L}{c^2} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) v \end{aligned} \quad (1 \cdot 13)$$

以此为预期值，则斐索的实验结果基本上与之吻合。

斐索实验的精确度，原来并不是很高的。后来，迈克耳孙(A. A. Michelson)和莫雷(E. W. Morley)于1886年用类似的装置重复该实验，由移动的条纹数，求得水的牵引系数 $\alpha = 0.434 \pm 0.02$ 。显然，这结果极好地满足菲涅耳的牵引公式(1·12)。此外，菲涅耳的以太理论还可以圆满地解释1871年爱里(G. B. Airy)的光行差实验〔4〕。于是，这些实验一方面鼓舞着那些信奉以太的人们，另一方面也带来了相反的后果。由于这些 v/c 级的实验结果，与仪器在以太中的绝对运动无关，因而在任何一个惯性系里，都可以得出同样的结论；这就有利于所有惯性系彼此平权的思想，使原来对以太持批判态度的人，加深了对以太的怀疑。在 § 1-5 中将看到，爱因斯坦正是这样走上创建相对论

①严格说，这些表示式并不完全正确，但是，对于这里所作出的 v/c 级计算，我们可以这样处理，而不必涉及地球的绝对运动。见附录 I。

的道路的。

§ 1 4 狭义相对论的实验基础

麦克斯韦的电磁理论要求以太背景的存在，这就在原理上提供了用电磁学（包括光学）的方法来探求地球相对以太的绝对运动的可能；虽然，一系列的 v/c 级实验都是无能为力的，但按照以太学说，却都能给予圆满的解释。

人们很自然地想到改进设计原理，以提高实验精确度。第一个 $(v/c)^2$ 级的实验是1881年迈克耳孙所做的干涉实验，其实验原理示意于图1-5中，各符号的含义类同于图1-4。为了保证光路2总有可能平行于地球的绝对速度 v ，整个装置能够在图面内缓慢旋转，并经常记录望远镜 T 中所观测到的结果。后来，这实验又在不同的季节、不同的地点、甚至不同的海拔高度重复过。

按照以太理论，当仪器设备处于图1-5所示的状态时，由式(1.9b)，二光束在 T 处所产生的相差为

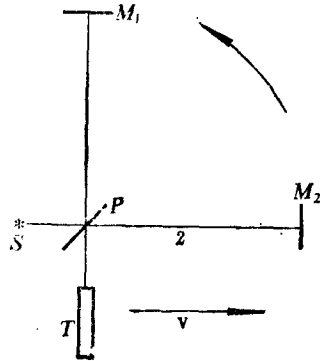


图1-5 迈克耳孙干涉实验

$$\Delta\Phi = 2\pi\nu \left[\frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} - \left(\frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} \right) \right] + \Delta\Phi_0$$

式中 L 为干涉仪的臂长， $\Delta\Phi_0$ 为其它因素带来的固有相差。保留到 $(v/c)^2$ 级，则

$$\Delta\Phi \approx -\frac{2\pi\nu Lv^2}{c^3} + \Delta\Phi_0$$

当整个装置如图旋转九十度后，这时二光束在 T 处的相差为