

本科生·研究生考试过关必备

理论力学

学习指导及考研试题精解

水利土木类

姜峰 黄丽华 李心宏 编著

LILUN LIXUE XUEXI ZHIDAO
JI KAOYAN SHITI JINGJIE



大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

理论力学学习指导及考研试题精解/姜峰,黄丽华,李心宏编著.
大连:大连理工大学出版社,2000.11(2002.1重印)
ISBN 7-5611-0844-3

I.理… I.①姜… ②黄… ③李… III.理论力学-高等学校-教学参考资料 N.O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 47090 号

大连理工大学出版社出版发行
大连市凌水河 邮政编码 116024
电话:0411-4708842 传真:0411-4701466
E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn
URL:<http://www.dutp.com.cn>
大连理工印刷有限公司印刷

开本:850毫米×1168毫米 1/32 字数:250千字 印张:10
印数:5001—10000册
2000年11月第1版 2002年1月第2次印刷

责任编辑:刘杰 责任校对:解红
封面设计:孙宝福

定价:12.00元

内 容 提 要

本书为工科高等院校(含电大、夜大等)土建、水利类及其它理论力学多学时在校生的考生和备考理论力学的考生而编写,也可作为理论力学授课教师的参考书。

本书第一部分为基础知识总结与解题指导,共有 48 个例题,第二部分为研究生入学试题及解答(土木、水利类共 17 套),大、小题目共 174 个,均作了简明解答。第三部分为考试指导,帮助考生掌握知识点、考点,进行考试指点。第四部分为模拟考题(四套),共 47 题,给出了答案。这样,全书共 269 个题目。

题目均经过考试实践的检验,具有多样性、典型性和代表性;对于从事理论力学教学的教师具有一定参考价值;对正在学习理论力学的学生和备考理论力学的考生具有一定的指导意义。

本社推出的本科生·研究生备考辅导教材

理论力学学习指导及考研试题精解(水利土木类)

理论力学学习指导及考研试题精解(综合类)

材料力学学习指导及考研试题精解(水利土木类)

材料力学学习指导及考研试题精解(综合类)

结构力学学习指导及考研试题精解(水利土木类)

结构力学学习指导及考研试题精解(综合类)

前 言

理论力学是理工科院校的一门重要的技术基础课,也是硕士研究生入学必考或选考的课程之一。

理论力学这门课程历史悠久,理论体系完整,逻辑思维严密。但是,学过理论力学的学生常常反映:“一听就懂,一做题就不会!”“公式一大套,做起题来,对不上号!”这些反映,不足为怪。生活与工程实际中到处都有力学问题,这样,解题就会产生多样性、复杂性和灵活性;另一方面,也暴露出教与学的矛盾。生活与工程实际中的力学问题,并不是杂乱无章和无章可循的,是有其规律性的。本书在解决理论力学“做题难”的问题上下了功夫。

本书分为四部分,第一部分为基础知识总结与解题指导,第一部分的内容又分静力学(第一章~第三章),运动学(第四章~第六章),动力学(第七章~第十五章)。每章均有主要内容小结、题目类型与解题步骤等内容,侧重解题思路和分析。第一部分共有48个例题(其中静力学8个,运动学11个,动力学29个)。例题具有典型性、代表性和多样性,解题方法又有灵活性。第一部分由姜峰编写,主要参考了李心宏、王增新编著的理论力学(1994年1月大连理工大学出版社出版,第一版)。第二部分为研究生入学试题及解答(土木、水利类,1989~2000年共17套)。17套考题中的前12套考题主要是李心宏命题,还有王增新、姜峰等,前12套考题,经12年硕士研究生入学考试的实践检验,考后,对试题的难度、区分度、信度和效度做了综合分析。我们认为,试题基本上符合要求。

后5套考题选自西北工业大学、西安交通大学、浙江大学、天津大学、哈尔滨建筑大学各1套。

第二部分17套考题,大、小题目共174个,由黄丽华编写并做了解答。

第三部分考试指导与第四部分模拟考题(共四套),由李心宏编写。第四部分大、小题目共47题,均给出了答案。

这样,全书共有大、小题目269个,其中222个大、小题目作了精解,47个大、小题目给出了答案。

本书由李心宏负责审稿与统稿。

本书对于正在学习理论力学的学生,特别是对备考硕士研究生要考理论力学的考生,具有一定的指导意义和参考价值。对于从事理论力学教学的同行和参加理论力学命题的老师,也起到抛砖引玉的作用。

由于水平和时间有限,肯定有不当和不足之处,欢迎提出批评指正,以便加工、修改,使其日臻完善。

本书在编著过程中,出版社社长王海山教授、李汝船副社长与刘杰责任编辑提出很多建设性意见,又得到若干院、校同行的大力支持。

向关心这本书出版的同行和出版社的同志们,表示衷心的感谢。

编者

2000年6月

目 录

第一部分 基础知识总结及解题指导

第一章	力系的简化	1
第二章	力系的平衡	6
第三章	考虑摩擦的平衡问题	12
第四章	点的合成运动	19
第五章	刚体平面运动	26
第六章	运动学综合题	32
第七章	质点运动微分方程	43
第八章	动量定理	50
第九章	动量矩定理	59
第十章	动能定理	68
第十一章	动力学普遍定理综合应用	77
第十二章	达朗伯原理与动静法	87
第十三章	虚位移原理	94
第十四章	动力学普遍方程与第二类拉格朗日方程	102
第十五章	单自由度体系的振动	113

第二部分 研究生入学考试理论力学 试题与解答(水利土木类)

(一)大连理工大学 1989 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	123
大连理工大学 1989 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	125
(二)大连理工大学 1990 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	129
大连理工大学 1990 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	131
(三)大连理工大学 1991 年硕士生入学考试	
理论力学试题 ·····	136
大连理工大学 1991 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	139
(四)大连理工大学 1992 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	144
大连理工大学 1992 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	147
(五)大连理工大学 1993 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	154
大连理工大学 1993 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	158
(六)大连理工大学 1994 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	164
大连理工大学 1994 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	167

(七)大连理工大学 1995 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	173
大连理工大学 1995 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	176
(八)大连理工大学 1996 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	182
大连理工大学 1996 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	185
(九)大连理工大学 1997 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	192
大连理工大学 1997 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	195
(十)大连理工大学 1998 年硕士生入学考试	
理论力学试题与解答·····	201
大连理工大学 1998 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	204
(十一)大连理工大学 1999 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	210
大连理工大学 1999 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	213
(十二)大连理工大学 2000 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	219
大连理工大学 2000 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	222
(十三)西北工业大学 1997 年硕士生入学考试	
理论力学试题与解答·····	226
西北工业大学 1997 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	230

(十四)西安交通大学 1996 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	241
西安交通大学 1996 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	245
(十五)浙江大学 1996 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	251
浙江大学 1996 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	253
(十六)天津大学 1995 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	259
天津大学 1995 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	260
(十七)哈尔滨建筑大学 2000 年硕士生入学考试	
理论力学试题·····	266
哈尔滨建筑大学 2000 年硕士生入学考试	
理论力学试题解答·····	269

第三部分 考试指导

一、理论力学考试的基本要求与考试范围 ·····	277
二、理论力学考试试题分析 ·····	281
三、考生答卷注意事项 ·····	285

第四部分 模拟考题(共四套)

(一)第一套模拟试题·····	289
(二)第二套模拟试题·····	294
(三)第三套模拟试题·····	299
(四)第四套模拟试题·····	305

第一部分 基础知识总结及解题指导

第一章 力系的简化

一、主要内容小结

1. 力的平移定理: 平移一力的同时必须附加力偶, 附加力偶的矩等于原来的力对新作用点的矩。平面问题中, 附加力偶矩用代数量表示; 空间问题中, 附加力偶矩用矢量表示。

力的平移定理是力系向一点简化的理论基础。

2. 平面汇交力系的合成, 可采取两种方法: 几何法和解析法。

(1) 几何法求合力。根据力多边形规则, 求得合力的大小和方向为

$$R = \sum F_i$$

合力作用线通过各力汇交点。

(2) 解析法求合力。根据合力投影定理, 求得合力的大小和方向为

$$R = \sqrt{(\sum X)^2 + (\sum Y)^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sum X}{R}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sum Y}{R}$$

合力作用线通过各力汇交点。

3. 平面任意力系向作用面内任一点 O 简化, 一般可得一个力和一个力偶。这个力 $R' = \sum F_i$, 作用在简化中心 O , 称为该力系的主矢。这个力偶的矩 $M_O = \sum m_O(F_i)$, 称为该力系对 O 点的主矩。

4. 平面任意力系向一点简化, 可能出现四种情况如下:

表 1-1

主 矢	主 矩	合成结果	说 明
$R' \neq 0$	$M_O = 0$	合力	主矢就是原力系的合力
	$M_O \neq 0$	合力	合力作用线到简化中心 O 的距离 $d = \frac{M_O}{R'}$
$R' = 0$	$M_O \neq 0$	力偶	主矩就是原力系的合力偶, 这时, 主矩与简化中心无关
	$M_O = 0$	平衡	

5. 空间任意力系向任一点 O 简化, 一般得一个力 R' 和一个力偶, 力偶矩矢为 M_O , 且

$$R' = \sum F_i \quad (\text{主矢})$$

$$M_O = \sum m_O(F_i) \quad (\text{主矩})$$

空间任意力系简化的最终结果, 与平面任意力系的简化基本相似, 不同的是: 在 $R' \neq 0, M_O \neq 0$ 的情况下, 当 $R' \parallel M_O$ 或 R' 和 M_O 成任意角时, 合成结果为力螺旋。

力螺旋是不能再合成的最简单空间力系。

6. 平行力系中心是平行力系的合力作用点, 该点的位置决定于各平行力的大小和作用点, 而与各平行力的方向无关。

7. 物体的重心是该物体重力的合力作用点, 它相对物体有确切的位置, 而与该物体在空间的摆放位置无关。

求物体重心的坐标公式为

$$x_c = \frac{\sum P_i x_i}{\sum P} = \frac{\sum P_i x_i}{P}$$

$$y_c = \frac{\sum P_i y_i}{\sum P} = \frac{\sum P_i y_i}{P}$$

$$z_c = \frac{\sum P_i z_i}{\sum P} = \frac{\sum P_i z_i}{P}$$

均质物体的重心与几何中心重合,均质体的重心又称为形心。

工程上常用求重心方法:对于简单形体,可根据对称性确定,或者查表;对于组合物体,可用分割法和负面积法(负体积法)计算;对于形状不规则和须精确确定重心位置的物体,可用悬挂法和称重法等实验方法测定。

二、解题注意事项

1. 求平面汇交力系的合力,用几何法画力多边形时,各分力要按首尾相接的一致顺序画,多边形缺口的位置是合力的位置,合力矢从第一个分力的起点指向最后一个分力的终点。

画各分力的次序可以任意,其结果是力多边形形状不同,合力不变。

2. 求平面任意力系的合成结果,是采用将力系向平面内一点简化的方法。要注意,此简化的结果,有三种情况是合成的最后结果,即 $R' = 0, M_O = 0$ (平衡); $R' \neq 0, M_O = 0$ (主矢就是合力); $R' = 0, M_O \neq 0$ (主矩就是合力偶)。但有一种情况并不是最终结果,还要进一步合成,即 $R' \neq 0, M_O \neq 0$ (进一步合成可得一合力)。

计算合力作用线到简化中心的距离,可以用式 $d = \frac{M_O}{R}$,这时式中各量均为算术值,合力作用线在简化中心哪一边由 R' 方向和 M_O 转向判断;也可以用解析式 $x = \frac{M_O}{\sum Y}$ 或 $y = -\frac{M_O}{\sum X}$,这时式中各量均为代数量,直接算出合力作用线与 x 轴或 y 轴的交点。

3. 求空间任意力系的合成结果,可参照平面力系。

4. 在用负面积法求重心坐标时, 不仅公式中坐标值是代数量, 公式中面积也是代数量: 实面积为正值, 虚面积(切除部分)为负值。

在求物体重心时, 力不可沿作用线滑动。

三、解题示例

【示例 1】 图 1-1 示正方形 $OABC$, 边长 $a = 2 \text{ m}$, 受平面力系作用。已知: $q = 50 \text{ N/m}$, $P = 400\sqrt{2} \text{ N}$, $M = 150 \text{ N}\cdot\text{m}$ 。试求力系合成的结果, 并画在图上。

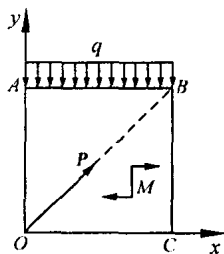


图 1-1

解: 将力系向 O 点简化, 先求力系的主矢

$$R'_x = P \cos 45^\circ = 400 \text{ (N)}$$

$$R'_y = P \cos 45^\circ - qa = 300 \text{ (N)}$$

$$\therefore R = 500 \text{ (N)}$$

$$(\mathbf{R}', i) = \arccos(R'_x/R) = 36^\circ 52'$$

$$(\mathbf{R}', j) = \arccos(R'_y/R) = 53^\circ 08'$$

求力系的主矩

$$\begin{aligned} \text{对 } O \text{ 点主矩 } M_O &= -M - qa \cdot \frac{1}{2}a = \\ &= -250 \text{ (N}\cdot\text{m)} \end{aligned}$$

可进一步合成为一个合力

$$\begin{aligned} \text{合力的作用点至 } O \text{ 点的距离 } d &= M_O/R = \\ &= 0.5 \text{ (m)}, \text{ 如图 1-2} \end{aligned}$$

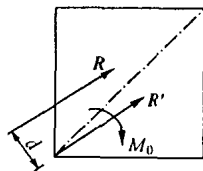


图 1-2

所示。

【示例 2】 在图 1-3 所示正立方体中, 已知: $F = 20 \text{ kN}$, $a = 1 \text{ m}$, $M = 20\sqrt{2} \text{ kN}\cdot\text{m}$, M 作用在水平面 $ABCD$ 上。试求力系向 O 点简化的主矢、主矩, 并表示在图上。

解: 将力系向 O 点简化, 先求力系的主矢

$$R'_x = -F \cos 45^\circ = -10\sqrt{2} \text{ (kN)}$$

$$R'_z = F \sin 45^\circ = 10\sqrt{2} \text{ (kN)}$$

$$R'_y = 0$$

$$R' = \sqrt{R'^2_x + R'^2_z} = 20 \text{ (kN)}$$

主矢作用在 Oxy 面上, 与 x 轴夹角为 α ,

$\cos \alpha = \frac{R'_x}{R'} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\alpha = -45^\circ$, 与 x 轴负向成 45° 角。

求对 O 点主矩

$$M_{ox} = F \sin 45^\circ a = 10\sqrt{2} \text{ (kN}\cdot\text{m)}$$

$$M_{oy} = -F \sin 45^\circ a = -10\sqrt{2} \text{ (kN}\cdot\text{m)}$$

$$M_{oz} = F \cos 45^\circ a - M = 0$$

$$M_o = \sqrt{M_{ox}^2 + M_{oy}^2} = 20 \text{ (kN}\cdot\text{m)}$$

主矩矢量作用在 Oxy 面上, 与 x 轴夹角为 β 。

$$\cos \beta = \frac{M_{ox}}{M_o} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \beta = 45^\circ, \text{与 } x \text{ 轴成 } 45^\circ \text{ 角。}$$

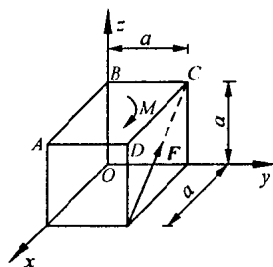


图 1-3

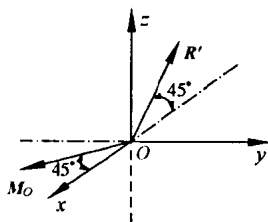


图 1-4

知识就是力量, 力量就是知识。

——培根——

第二章 力系的平衡

一、主要内容小结

1. 空间任意力系平衡的必要与充分条件是:力系的主矢等于零和力系对任一点 O 的主矩也等于零。即

$$\mathbf{R}' = \mathbf{0}; \quad \mathbf{M}_O = \mathbf{0}$$

空间任意力系平衡方程的基本形式为

$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum Z = 0$$

$$\sum m_x(\mathbf{F}_i) = 0; \sum m_y(\mathbf{F}_i) = 0; \sum m_z(\mathbf{F}_i) = 0$$

其他力系均为空间任意力系的特殊情况。

2. 几种特殊力系的平衡方程

(1) 空间汇交力系。主矩 $\mathbf{M}_O$ 等于零, 则力矩方程恒等于零, 其平衡方程的基本形式为

$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum Z = 0$$

(2) 空间平行力系。设力系中各力与 z 轴平行, 则 $\sum X \equiv 0$, $\sum Y \equiv 0$, $\sum m_z(\mathbf{F}_i) \equiv 0$, 其平衡方程的基本形式为

$$\sum Z = 0, \sum m_x(\mathbf{F}_i) = 0, \sum m_y(\mathbf{F}_i) = 0$$

(3) 平面任意力系。设力系作用在 Oxy 平面内, 则 $\sum Z \equiv 0$, $\sum m_z(\mathbf{F}_i) \equiv 0$,

$\sum m_y(\mathbf{F}_i) \equiv 0$, 其平衡方程的基本形式为

$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum m_O(\mathbf{F}_i) = 0$$

除基本形式外, 还有两种其他形式为

$$\sum X=0; \sum m_A(F_i)=0; \sum m_B(F_i)=0$$

其中 A, B 两点连线不能与 x 轴垂直。

$$\sum m_A(F_i)=0; \sum m_B(F_i)=0; \sum m_C(F_i)=0$$

其中 A, B, C 三点不能共线。

(4) 平面平行力系。设力系平行于 y 轴, 则 $\sum X \equiv 0$, 其平衡方程的基本形式为

$$\sum Y=0; \sum m_O(F_i)=0$$

(5) 平面汇交力系。设坐标原点与汇交点重合, 则 $\sum m_O(F_i) \equiv 0$, 其平衡方程的基本形式为

$$\sum X=0; \sum Y=0$$

平面汇交力系平衡的几何条件是: 力系的力多边形自行封闭。也可用几何作图法或几何三角计算法求解平面汇交力系的平衡问题。

3. 求平面静定桁架杆件内力的两种方法

(1) 节点法: 逐个取桁架中的各节点为研究对象, 应用平面汇交力系的平衡方程求出杆件内力。应注意每次选取的节点其未知力的数目不得多于 2。

(2) 截面法: 设想用一截面把要求内力的杆件割断, 将桁架分成两部分, 取其中的一部分为研究对象, 应用平面任意力系的平衡方程求出被截杆件内力。

4. 静定问题与静不定问题

对于一个物体(或物体系), 如果能够列出的独立平衡方程数目等于该物体(或物体系)的未知量, 则全部未知量都可用平衡方程求出, 这样的问题称为静定问题。否则称为静不定问题。

静力学中只研究静定问题。

二、解题注意事项

1. 求解力系平衡问题的步骤

(1)选取研究对象。这时要除去与周围其他物体的联系,一般是拆除,保持其他物体的完整性,遇到绳索和二力杆也可割断。

(2)分析力——画受力图。就是要在研究对象上画上主动力和周围其他物体对它的约束反力。不能多画,也不可漏掉。约束反力方位按约束性质画,指向除了绳受拉、光滑面受压以外,其余均可假设,计算结果某一反力为负值时,说明该力实际方向与假设相反。

(3)适当选择坐标轴和矩轴(矩心),列出力系相应的独立平衡方程并求解。选投影坐标轴和矩轴(矩心)的原则是:使较多的未知力与投影轴平行或垂直,使较多的未知力与矩轴平行或相交(即过矩心)。投影轴可以不正交,可以不作为矩轴用。

对于平面物体系统的平衡问题,只要是静定问题,总可以把系统适当分成几部分,然后对每一部分重复上述步骤,求出未知量。对于静定问题,有多少未知量,就可列出相同数目的独立平衡方程;其他不独立的平衡方程可作校核用。

2. 在计算平面静定桁架杆件内力时,把杆件的未知轴力全部设为拉力(拉杆),若计算结果某杆轴力得负值,说明此杆实际受压力(压杆)。最后结果中既要标明各杆受力的大小,又要标明是受拉还是受压。

求桁架全部杆件内力时用节点法,或联合应用节点法、截面法;求桁架中一部分杆件内力时,用截面法简捷些。

对于复杂的平面静定桁架,可寻求相应的有效方法求解,略。

三、解题示例

【示例1】 矩形板 $ABCD$ 支承如图 2-1 所示,自重不计, E 处