

内部资料首次公开

# 江苏省海门中学 高考数学 总复习训练

海门中学高三数学备课组

■ 让学生深刻、准确地领悟新高考命题的主旨，在高考答题时，迅速把握命题的意图，快速、准确地对高考试题进行解答。

■ 突出高考的命题规律，让学生全面、具体、准确地展望每一考点在未来高考中可能出现的考核情形。

■ 按照如何最大限度地提高考生高考成绩的思路对学生训练，让学生不做无用功，在高考中拿到自己应该拿到的分数。

■ 易于发现问题，便于及时采取有针对性的弥补措施。

學苑出版社

# 江苏省海门中学高考数学 总复习训练

海门中学高三数学备课组 主编

学苑出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

江苏省海门中学高考数学总复习训练/海门中学高三数学备课组主编.

—北京:学苑出版社,2002

ISBN 7-5077-2022-5

I. 江… II. 海… III. 数学课-高中-习题-升学参考资料 IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 059116 号

学苑出版社出版发行

北京市万寿路西街 11 号 100036

北京市海淀区四季青印刷厂印刷 新华书店经销

787mm×1092mm 开本 19.75 印张 602 千字

2002 年 9 月北京第 1 版 2002 年 9 月北京第 1 次印刷

印数: 1—10050 册 定价: 22.00 元

# 序

北京北师大特教育科学研究所

研究高考,不能不关注江苏省南通地区,近几年来,在该省的十三个地区中,南通地区每年高考的高分段考生均超过全省的30%,在列全省前10名的学校中,南通地区达到6所以上。为什么会取得如此令人称羨的成绩呢?南通地区的做法在于该地区各市、县普遍采取高考复习一盘棋的思路,集中优势资源,将高考备考研究与高三教学紧密结合起来,形成统一的高考复习模式,共享其成果。

在整个南通地区,高考成绩最突出的要数海门市。全市最优秀的教师集中稳定在海门中学高三年级把关,并将该市的备考研究中心放在海门中学的高三备课组,由各科备课组集体备课,形成统一的高考复习教程,在整个海门市统一使用。这种备考模式使海门这个人口仅百万的县级市高考获得了极大的成功,全市每年高考录取3000多人,即使分布在乡镇的6所完全中学,其高考升学率也达到95%以上,重点大学上线率达40%以上。

海门市取得如此好的高考成绩得益于海门中学对高考的深入研究。海门中学这所新近崛起的全国著名重点中学,在近几年的高考中屡屡创造奇迹。自1996年高考改革以来,海门中学高考升学率一直保持100%,重点大学上线率均在90%以上,每年高考中达到全国排名前12名的重点大学录取线的人数均超过50%。当地流传着这样一种说法:“只要孩子进了海门中学,就等于考上了好大学。”

海门中学的成功,是高考改革的产物。海门中学以前瞻性的眼光去研究高考命题变化的趋势,抓住了高考命题改革“以能力立意命题”的本质特征,按照高考命题的思路和规律进行备考复习,让学生训练到位,从而在高考中拿到高分。

海门中学的成功提升了海门市的高考成绩,让许许多多原本成绩平平的学生圆了大学梦。我们相信:随着这套原汁原味的资料的公开出版,将使更多中学的高考成绩迈上一个新台阶。

作为为本资料公开出版倾注大量心血的编审者,没有什么比来自读者成功的好消息更让人兴奋和激动的了,我们期待着这一天的到来!

## 编读问答

### ● 问：与一般的高考复习用书相比，本丛书有什么不同？

答：从复习程序来看，并没有什么不同。但是，本丛书既不是作者个人的讲稿，也不是作者个人编写的复习资料，而是用于整个海门市各中学统一使用的内部教程。因此，必须做到全面、具体，并且具有非常强的操作性。“考什么”、“怎么考”、“为考什么而准确什么”，每一点都实实在在，没有虚话和套话。同时，作为内部教程，它将海门中学的复习经验、应试技巧以及大量强化训练效果的“内部原创题”毫无保留地展现出来。可以说，这是一套能够让读者全面、具体、准备把握高考内容，又非常实用的高考复习用书，其使用效果立竿见影。

### ● 问：这套丛书有哪些特点？

答：第一个突出特点，就是让学生深刻、准确地领悟高考命题的主旨。由于学生长期受到“知识立意命题”考试的影响，因此，必须在最短的时间内从思维方式上拉近考生与高考命题人员之间的距离，从第一轮复习开始就引导学生能力地思考问题，在高考答题时，能迅速把握命题的意图，快速、准确地对高考试题进行解答。

第二个特点是突出了高考的命题规律。高考命题有很强的规律性，每个考点怎么考，会出现哪几种形式的考题，都有规律可循。通过这个复习套路，能够让学生全面、具体、准确地展望每一考点在未来高考中可能出现的考核情形。

第三个突出特点是注重训练效果。本复习丛书中的训练题，是按照如何最大限度地提高学生的高考成绩这一思路去选编的。对于中等难度试题的训练，做到稳扎稳打，确保得分；对于压轴性难题的训练，侧重于技巧，做到尽可能的多得一点分。这种训练思路能够让学生在复习备考中不做无功，不走弯路，发挥自己的最大潜能，在高考中拿到高分。实践证明：这个目标完全能够达到！

第四个特点是易于发现问题。从1996年开始，海门中学的高三老师在每次测验后，都要集体阅卷，将学生的错误统计分析，然后把错误率高、具有共性的题摘录下来，在下一年的高三复习中继续使用，以便学生能及时发现问题并采取有针对性的弥补措施，达到提高高考成绩的目的。

### ● 问：本丛书有哪些不足之处？

答：与一般的复习用书相比，本丛书的价格偏高，版面也比较紧凑，这是本书的不足之处。由于这是一套完整的内部教程，内容较多，考虑到价格的因素，我们不得不对版面进行压缩，如本丛书的数学分册，只好在单元训练、综合训练、专题训练的解答题之间适当留点空间作笔记之用，如果排成试卷形式，并将所有的选择题、填空题一一进行详细解答，则书价将达40元。为了不使本丛书的价格过高，我们只好将一些次要的内容舍去，力求将精髓部分保持完整，以保证本丛书的原汁原味。

# 目 录

## 第一篇 高中数学总复习基础训练

### 第一章 幂函数、指数函数、对数函数

.....	(1)
1. 集合的概念 .....	(1)
2. 集合的运算 .....	(2)
3. 映射、函数、反函数 .....	(3)
4. 函数的定义域与值域 .....	(4)
5. 函数的解析式与图象 .....	(5)
6. 集合、函数的概念单元训练 .....	(6)
7. 函数的奇偶性 .....	(8)
8. 函数的单调性 .....	(9)
9. 函数的单调性、奇偶性与 周期性 .....	(10)
10. 函数的性质单元训练 .....	(11)
11. 一次函数与二次函数 .....	(13)
12. 二次函数与一元二次方程 .....	(14)
13. 一、二次函数单元训练 .....	(15)
14. 幂、指数和对数运算, 幂函数 ..	(17)
15. 指数函数与对数函数(一) .....	(18)
16. 指数函数与对数函数(二) .....	(19)
17. 指数方程与对数方程 .....	(20)
18. 幂、指数、对数函数单元训练 ..	(21)
19. 函数的最值(一) .....	(23)
20. 函数的最值(二) .....	(24)
21. 函数的实际应用 .....	(25)
22. 函数知识的综合应用 .....	(26)
23. 函数综合训练 .....	(27)
<b>第二章 三角</b> .....	(29)
24. 三角函数的基本概念 .....	(29)
25. 诱导公式与同角三角函数的 关系 .....	(30)
26. 三角函数的图象与性质(一) ..	(31)
27. 三角函数的图象与性质(二) ..	(32)
28. 三角函数的图象与性质	

单元训练 .....	(33)
29. 三角函数式的化简 .....	(35)
30. 三角函数中的求值问题(一) ..	(36)
31. 三角函数中的求值问题(二) ..	(37)
32. 三角等式的证明 .....	(38)
33. 三角形中的计算与证明 .....	(39)
34. 解三角形 .....	(40)
35. 三角恒等变形单元训练 .....	(41)
36. 三角函数的最值问题 .....	(43)
37. 三角函数的综合应用 .....	(44)
38. 反三角函数的概念、图象和 性质 .....	(45)
39. 反三角函数的计算 .....	(46)
40. 三角综合训练 .....	(47)
<b>第三章 不等式</b> .....	(49)
41. 不等式的概念与性质 .....	(49)
42. 不等式的证明(一) .....	(50)
43. 不等式的证明(二) .....	(51)
44. 不等式的证明(三) .....	(52)
45. 不等式的性质与证明 单元训练 .....	(53)
46. 整式、分式不等式的解法 .....	(55)
47. 绝对值、无理不等式的解法 .....	(56)
48. 指数、对数不等式的解法 .....	(57)
49. 含参数不等式(一) .....	(58)
50. 含参数不等式(二) .....	(59)
51. 不等式的解法单元训练 .....	(60)
52. 不等式的应用(一) .....	(62)
53. 不等式的应用(二) .....	(63)
54. 不等式综合训练 .....	(64)
<b>第四章 数列、极限、数学归纳法</b> .....	(66)
55. 等差数列、等比数列的概念和 基本运算 .....	(66)
56. 等差数列、等比数列的性质及	

应用 .....	(67)	86. 线线角、线面角 .....	(104)
57. 数列的通项与求和 .....	(68)	87. 二面角 .....	(105)
58. 等差数列、等比数列		88. 空间的距离 .....	(106)
单元训练 .....	(69)	89. 平面图形的翻折 .....	(107)
59. 数列的极限 .....	(71)	90. 空间角与距离单元训练 .....	(108)
60. 数学归纳法 .....	(72)	91. 直线与平面综合训练 .....	(110)
61. 归纳、猜想、证明 .....	(73)	<b>第八章 多面体与旋转体</b> .....	(112)
62. 数列极限与数学归纳法		92. 棱柱、棱锥、棱台(一) .....	(112)
单元训练 .....	(74)	93. 棱柱、棱锥、棱台(二) .....	(113)
63. 数列的实际应用问题 .....	(76)	94. 圆柱、圆锥、圆台 .....	(114)
64. 数列问题的综合应用 .....	(77)	95. 截面 .....	(115)
65. 数列、极限、数学归纳法		96. 球 .....	(116)
综合训练 .....	(78)	97. 面积的计算 .....	(117)
<b>第五章 复数</b> .....	(80)	98. 体积的计算 .....	(118)
66. 复数的基本概念 .....	(80)	99. 多面体、旋转体单元训练 .....	(119)
67. 复数的代数形式、三角形式 .....	(81)	100. 立体几何综合训练 .....	(121)
68. 复数的运算(一) .....	(82)	<b>第九章 直线与圆</b> .....	(123)
69. 复数的运算(二) .....	(83)	101. 有向线段与定比分点 .....	(123)
70. 复数的几何意义、复平面上的		102. 直线方程 .....	(124)
轨迹问题 .....	(84)	103. 两直线的位置关系 .....	(125)
71. 复数的模与辐角主值 .....	(85)	104. 直线的综合问题 .....	(126)
72. 复数集上的方程 .....	(86)	105. 直线单元训练 .....	(127)
73. 复数综合训练 .....	(87)	106. 圆的方程 .....	(129)
<b>第六章 排列、组合、二项式定理</b> .....	(89)	107. 直线与圆、圆与圆的	
74. 两个基本原理,排列、组合的概念		位置关系 .....	(130)
及计算 .....	(89)	108. 对称问题 .....	(131)
75. 排列、组合应用题 .....	(90)	109. 直线与圆综合训练 .....	(132)
76. 排列、组合混合应用题 .....	(91)	<b>第十章 圆锥曲线</b> .....	(134)
77. 二项式定理 .....	(92)	110. 曲线与方程、充要条件 .....	(134)
78. 二项式定理的应用 .....	(93)	111. 椭圆 .....	(135)
79. 排列、组合、二项式定理单元		112. 双曲线 .....	(136)
综合训练 .....	(94)	113. 抛物线 .....	(137)
80. 代数部分综合训练 .....	(96)	114. 坐标轴的平移 .....	(138)
<b>第七章 空间直线与平面</b> .....	(98)	115. 圆锥曲线单元训练 .....	(139)
81. 平面、空间的两条直线 .....	(98)	116. 直线与圆锥曲线的	
82. 空间直线与平面 .....	(99)	位置关系(一) .....	(141)
83. 平面与平面 .....	(100)	117. 直线与圆锥曲线的	
84. 三垂线定理及其逆定理 .....	(101)	位置关系(二) .....	(142)
85. 直线与平面位置关系		118. 轨迹问题 .....	(143)
单元训练 .....	(102)	119. 圆锥曲线中的最值问题 .....	(144)

120. 圆锥曲线的应用问题 .....	(145)	134. 等差数列、等比数列及其	
121. 圆锥曲线的综合问题 .....	(146)	应用 .....	(167)
122. 圆锥曲线单元综合训练 .....	(147)	135. 数列的综合应用 .....	(169)
<b>第十一章 参数方程与极坐标</b> .....	(149)	136. 复数问题 .....	(171)
123. 参数方程的概念 .....	(149)	137. 空间位置关系 .....	(173)
124. 直线与圆锥曲线的		138. 空间数量关系 .....	(175)
参数方程 .....	(150)	139. 直线与圆锥曲线 .....	(177)
125. 极坐标系的概念 .....	(151)	140. 轨迹问题 .....	(179)
126. 简单的极坐标方程 .....	(152)	141. 基本数学方法 .....	(181)
127. 参数方程与极坐标		142. 函数与方程思想 .....	(183)
单元训练 .....	(153)	143. 数形结合、等价转化思想 .....	(185)
128. 解析几何综合训练 .....	(155)	144. 参数问题与分类讨论思想 .....	(187)
		145. 代数证明与范围型问题 .....	(189)
<b>第二篇 高中数学总复习专题训练</b>		146. 最值与定值问题 .....	(191)
129. 函数的概念与性质 .....	(157)	147. 应用问题 .....	(193)
130. 函数的综合应用 .....	(159)	148. 探索性问题 .....	(195)
131. 三角函数及其应用 .....	(161)		
132. 不等式的解法与证明 .....	(163)	<b>参考解答</b> .....	(197)
133. 不等式的综合应用 .....	(165)		



# 第一篇 高中数学总复习基础训练

## 第一章 幂函数、指数函数、对数函数

### 1. 集合的概念

#### 一、选择题

1. 在“(1) 很大的有理数;(2) 方程  $x^2+1=0$  的实数根;(3) 直角坐标平面的第一象限的一些点;(4) 所有等腰直角三角形”中,能够组成集合的是 ( )

- A. (2)                      B. (2)(3)(4)  
C. (2)(4)                  D. (1)(2)(3)(4)

2. 已知集合  $S = \{a, b, c\}$  中的三个元素是  $\triangle ABC$  的三边长,那么  $\triangle ABC$  一定不是 ( )

- A. 锐角三角形      B. 直角三角形  
C. 钝角三角形      D. 等腰三角形

3. 下列表述:(1)  $Z = \{\text{全体整数}\}$ ;(2)  $\emptyset \in \{a\}$ ;  
(3)  $\{\text{实数集}\} = \{\text{实数}\}$ ;(4)  $\{(a, b)\} = \{a, b\}$ ,其中正确的表述有 ( )

- A. 0个    B. 1个    C. 2个    D. 3个

4. 下列各题中的  $M$  与  $P$  表示同一个集合的是 ( )

- A.  $M = \{(1, -3)\}, P = \{(-3, 1)\}$   
B.  $M = \emptyset, P = \{0\}$   
C.  $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}, P = \{(x, y) | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$   
D.  $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}, P = \{t | t = (y - 1)^2 + 1, y \in \mathbf{R}\}$

5. 设  $M, P$  是两个非空集合,定义  $M$  与  $P$  的差集为  $M - P = \{x | x \in M, \text{且 } x \notin P\}$ ,则  $M - (M - P)$  等于 ( )

- A.  $P$     B.  $M \cap P$     C.  $M \cup P$     D.  $M^*$

#### 二、填空题

6.  $\{(x, y) | y = x^2 - 1, |x| \leq 2, x \in \mathbf{Z}\}$ ,用列举法表示应是\_\_\_\_\_.

7. 用描述法表示在平面内到两定点  $M, N$  的距离之和为常数  $2a$  ( $a > 0$ ) 的点的集合是\_\_\_\_\_.

8. 含有三个实数的集合可表示为  $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$ ,也可表示为  $\{a^2, a+b, 0\}$ ,则  $a^{2001} + b^{2002}$  的值为\_\_\_\_\_.

#### 三、解答题

9. 设  $A$  是数集,满足  $a \in A \Rightarrow \frac{1}{1-a} \in A$ ,且  $1 \notin A$ .

- (1) 若  $2 \in A$ ,求  $A$ ;  
(2)  $A$  能否为一元集?若能,把它求出来;  
(3) 证明:若  $a \in A$ ,则  $1 - \frac{1}{a} \in A$ .

10. 已知  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, B = \{a_1^2, a_2^2, a_3^2, a_4^2, a_5^2\}, a_i \in \mathbf{N} (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ ,设  $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$  且  $A \cap B = \{a_1, a_4\}, a_1 + a_4 = 10$ ,又  $A \cup B$  元素之和为 224,求:

- (1)  $a_1, a_4$ ;  
(2)  $a_2 + a_3 + a_5 + a_2^2 + a_3^2 + a_5^2$ ;  
(3)  $a_5$ ;  
(4)  $A$ .

## 2. 集合的运算

### 一、选择题

1. 设全集  $I = \{2, 3, 5\}$ ,  $A = \{|a-5|, 2\}$ ,  $\bar{A} = \{5\}$ , 则  $a$  的值为 ( )

- A. 2                      B. 8  
C. 2 或 8                D. -2 或 8

2. 设全集是实数集  $\mathbf{R}$ ,  $M = \{x | x \leq 1 + \sqrt{2}, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $N = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则  $\bar{M} \cap N$  等于 ( )

- A.  $\{4\}$                     B.  $\{3, 4\}$   
C.  $\{2, 3, 4\}$             D.  $\{1, 2, 3, 4\}$

3. 满足关系  $\{1, 2\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$  的集合  $A$  的个数是 ( )

- A. 3                        B. 6  
C. 7                        D. 8

4. 设  $I$  是全集, 集合  $P, Q$  满足  $P \subseteq Q$ , 则下面的结论中错误的是 ( )

- A.  $P \cup Q = Q$             B.  $\bar{P} \cup Q = I$   
C.  $P \cap \bar{Q} = \emptyset$          D.  $\bar{P} \cap \bar{Q} = \bar{P}$

5. 设  $A, B$  是集合,  $A$  非空, 有四个命题:

- ①  $A$  的元素都不是  $B$  的元素;  
② 存在  $A$  的元素不是  $B$  的元素;  
③ 存在  $A$  的元素是  $B$  的元素;  
④ 不是  $B$  的元素都不是  $A$  的元素.

已知“ $A$  的元素都是  $B$  的元素”是假命题, 则上述命题中, 可能成立的是 ( )

- A. ①②④                B. ②③④  
C. ①③④                D. ①②③

### 二、填空题

6. 设全集  $I = \{x | x < 10, x \in \mathbf{N}\}$ ,  $A \cap B = \{2\}$ ,  $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1\}$ ,  $\bar{A} \cap B = \{4, 6, 8\}$ , 则  $A =$  \_\_\_\_\_,  $B =$  \_\_\_\_\_.

7. 设集合  $A = \{x | -3 < x < -2\} \cup \{x | x > 2\}$ ,  $B = \{x | a \leq x \leq b\}$  ( $a, b$  为常数), 且  $A \cap B = \{x | 2 < x \leq 4\}$ ,  $A \cup B = \{x | x > -3\}$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

8. 某中学高中一年级学生参加数学小组的有 45 人, 参加物理小组的有 37 人, 其中同时参加数学小组和物理小组的有 15 人, 数学小组和物理小组都没有参加的有 127 人, 则该校高中一年级学生人数有 \_\_\_\_\_ 人.

### 三、解答题

9. 设  $A = \{x | x^2 + (p+2)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 若  $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$ , 求实数  $p$  的取值范围.

10. 已知  $f(x) = x^2 + ax + b$  ( $a, b, x \in \mathbf{R}$ ), 集合  $A = \{x | x = f(x)\}$ ,  $B = \{x | x = f[f(x)]\}$ .

- (1) 证明  $A \subseteq B$ ;  
(2) 当  $A = \{-1, 3\}$  时, 用列举法求集合  $B$ ;  
(3) 当  $A$  为单元素集时, 求证:  $A = B$ .

### 3. 映射、函数、反函数

#### 一、选择题

1. 在从集合  $A$  到集合  $B$  的映射中, 下面的说法不正确的是 ( )

- A.  $A$  中的每一个元素在  $B$  中都有像
- B.  $A$  中的两个不同元素在  $B$  中的像必不相同
- C.  $B$  中的元素在  $A$  中可以没有原像
- D.  $B$  中的某一元素在  $A$  中的原像可能不止一个

2. 设集合  $A$  和  $B$  都是自然数集合  $\mathbf{N}$ , 映射  $f: A \rightarrow B$  把集合  $A$  中的元素  $n$  映射到集合  $B$  中的元素  $2^n + n$ , 则在映射  $f$  下, 像 20 的原像是 ( )

- A. 2    B. 3    C. 4    D. 5

3. 下列函数中, 与  $y=x$  表示同一函数的是 ( )

- A.  $y=\sqrt{x^2}$
- B.  $y=(\sqrt{x})^2$
- C.  $y=\frac{x^2}{x}$
- D.  $y=\begin{cases} \frac{s^2}{s} & (s>0) \\ 0 & (s=0) \\ -\frac{s^2}{|s|} & (s<0) \end{cases}$

4. 若函数  $y=f(x)$  的反函数是  $y=g(x)$ ,  $f(a)=b$ ,  $ab \neq 0$ , 则  $g(b)$  等于 ( )

- A.  $a$     B.  $a^{-1}$     C.  $b$     D.  $b^{-1}$

5. 函数  $y=f(x)$  存在反函数  $y=f^{-1}(x)$ , 把  $y=f(x)$  的图象绕原点顺时针方向旋转  $\frac{\pi}{2}$  后, 得另一个函数的图象, 那么这个函数是 ( )

- A.  $y=f^{-1}(-x)$
- B.  $y=f^{-1}(x)$
- C.  $y=-f^{-1}(-x)$
- D.  $y=-f^{-1}(x)$

#### 二、填空题

6. 已知函数  $f(x)=a^x+k$  的图象经过点  $(1,7)$ , 其反函数  $f^{-1}(x)$  的图象经过点  $(4,0)$ , 则函数  $f(x)$  的表达式是\_\_\_\_\_.

7. 某商人购货, 进价已按原价  $a$  扣去 25%, 他希望对货物定一新价, 以便按新价让利 20% 销售后仍可获得售价 25% 的纯利, 则此商人经营这种货物的件数  $x$  与按新价让利总额  $y$  之间的函数关系是\_\_\_\_\_.

8. 已知集合  $A, B$ , 且  $A$  到  $B$  的对应法则是“ $f$ ”, 则以下对应中:

(1)  $A=\{x|x>3\}$ ,  $B=\{y|y \geq 0\}$ ,  $f: x \rightarrow y = \sqrt{x-3} (x \in A, y \in B)$ ;

(2)  $A=\{2,3\}$ ,  $B=\{3,5\}$ ,  $f: x \rightarrow y > x (x \in A, y \in B)$ ;

(3)  $A=\{\text{直线 } Ax+By+C=0\}$ ,  $B=\{a|0 \leq a < \pi\}$ ,  $f$ : 求直线  $Ax+By+C=0$  的倾斜角;

(4)  $A=\{\text{直线 } Ax+By+C=0\}$ ,  $B=\mathbf{R}$ ,  $f$ : 求直线  $Ax+By+C=0$  的斜率;

(5)  $A=B=\mathbf{R}$ ,  $f$ : 求  $A$  中每个元素的正切;

(6)  $A=B=\overline{\mathbf{R}}$ ,  $f$ : 求  $A$  中每个元素的算术平方根.

“ $f$ ”是  $A$  到  $B$  的映射的题目的序号是\_\_\_\_\_.

#### 三、解答题

9. 求下列函数的反函数:

(1)  $y=x^2-2x+3 (x>1)$ ;

(2)  $y=\begin{cases} x^2+1 & (x \geq 0) \\ x+1 & (x < 0) \end{cases}$ .

10. 乘夏利出租汽车, 行程不超过 4 公里时, 车费为 10.40 元(俗称起步价); 行程大于 4 公里但不超过 15 公里时, 超出 4 公里的部分, 每公里车费 1.60 元; 行程大于 15 公里以后, 超出 15 公里的部分, 每公里车费 2.40 元; 途中因红灯等原因而停车等候, 每等候 5 分钟收车费 1.60 元. 又计价器每半公里计一次价. 例如: 当行驶路程  $x$ (公里) 满足  $12 \leq x < 12.5$  时, 按 12.5 公里计价; 当  $12.5 \leq x < 13$  时, 按 13 公里计价. 等候时间每 2.5 分钟计价一次, 例如: 等候时间  $t$ (分钟) 满足  $2.5 \leq t < 5$  时, 按 2.5 分钟计价; 当  $5 \leq t < 7.5$  时, 按 5 分钟计价.

请回答下列问题:

(1) 若行驶 12 公里, 停车等候 3 分钟, 应付多少车费?

(2) 若行驶 23.7 公里, 停车等候 7 分钟, 应付多少车费?

(3) 若途中没有停车等候, 所付车费  $y$ (元) 是行程  $x$ (公里) 的函数  $y=f(x)$ , 画出  $0 < x < 7$  时  $y=f(x)$  的图象.

## 4. 函数的定义域与值域

### 一、选择题

(2) 求函数  $y = \lg(a^x - k \cdot 2^x)$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 的定

1. 函数  $y = \frac{(x+1)^0}{\sqrt{|x|-x}}$  的定义域是 ( ) 义域.

- A.  $(0, +\infty)$
- B.  $(-\infty, 0)$
- C.  $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$
- D.  $(-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, +\infty)$

2. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ , 则函数  $f[f(x)]$  的定义域为 ( )

- A.  $\{x|x \neq -1\}$
- B.  $\{x|x \neq -2\}$
- C.  $\{x|x \neq -1 \text{ 或 } x \neq -2\}$
- D.  $\{x|x \neq -1 \text{ 且 } x \neq -2\}$

3. 如果函数  $f(x) = (x+1)(1-|x|)$  的图象在  $x$  轴上方, 则  $f(x)$  的定义域为 ( )

- A.  $\{x||x| < 1\}$
- B.  $\{x||x| > 1\}$
- C.  $\{x|x < 1 \text{ 且 } x \neq -1\}$
- D.  $\{x|x > -1 \text{ 且 } x \neq 1\}$

4. 值域是  $(0, +\infty)$  的函数是 ( )

- A.  $y = x^2 - x + 1$
- B.  $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{1-x}$
- C.  $y = 3^{2-\frac{1}{x}+1}$
- D.  $y = |\log_2 x^2|$

5. 函数  $y = \log_{0.5}\left(x + \frac{1}{x-1} + 1\right)$  ( $x > 1$ ) 的值域是 ( )

- A.  $(-\infty, 2]$
- B.  $(-\infty, -2]$
- C.  $[2, +\infty)$
- D.  $[-2, +\infty)$

### 二、填空题

6. 函数  $y = \log_{(2x+1)}(32 - 4^x)$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

7. 函数  $y = \frac{2 - \cos x}{2 + \cos x}$  的值域是 \_\_\_\_\_.

8. 函数  $y = \begin{cases} 3^{x-1} - 2, & x \in (-\infty, 1] \\ 3^{1-x} - 2, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$  的值域是 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

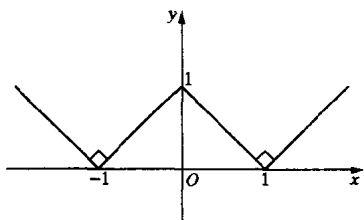
9. (1) 设  $f(x)$  的定义域为  $[0, 1]$ , 求  $y = f(2x) + f(x+m)$  ( $m > 0$ ) 的定义域;

10. 已知函数  $f(x) = \log_3 \frac{mx^2 + 8x + n}{x^2 + 1}$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 值域为  $[0, 2]$ , 求  $m, n$  的值.

## 5. 函数的解析式与图象

### 一、选择题

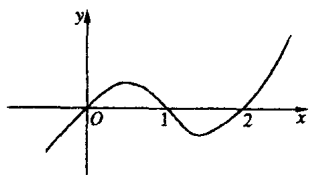
1. 若  $f(x)$  满足  $f(ab)=f(a)+f(b)$ , 且  $f(2)=p$ ,  $f(3)=q$ , 则  $f(72)=$  ( )
- A.  $p+q$       B.  $p^3+q^3$   
 C.  $2p+3q$       D.  $3p+2q$
2. 设函数  $y=f(x)$  的图象如下图所示, 那么  $f(x)$  的解析式  $f(x)=$  ( )



- A.  $\sqrt{x^2-2x+1}$       B.  $\sqrt{x^2-2|x|+1}$   
 C.  $|x^2-1|$       D.  $x^2-2|x|+1$
3. 将  $y=2^x$  的图象 ( )
- A. 先向左平移 1 个单位  
 B. 先向右平移 1 个单位  
 C. 先向上平移 1 个单位  
 D. 先向下平移 1 个单位

再作关于直线  $y=x$  对称的图象, 可得到函数  $y=\log_2(x+1)$  的图象.

4. 已知函数  $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$  的图象如下图所示, 则 ( )



- A.  $b \in (-\infty, 0)$       B.  $b \in (0, 1)$   
 C.  $b \in (1, 2)$       D.  $b \in (2, +\infty)$
5. 已知方程  $x^2+x-2=\sqrt{a^2-x^2}$  有两个实根, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )
- A.  $a \leq -2$  或  $a \geq 2$       B.  $a < -2$  或  $a > 2$   
 C.  $a \geq 2$       D.  $a > 2$

### 二、填空题

6. 若  $f(x)$  满足关系式  $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x$ , 则  $f(x)$  的解析式为\_\_\_\_\_.
7. 已知函数  $y=f(x)$  的图象关于直线  $x=-1$  对

称, 且  $x>0$  时  $f(x)=\frac{1}{x}$ , 则当  $x<-2$  时的解析式为\_\_\_\_\_.

8. 已知对一切  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(x)=f(2-x)$ , 且方程  $f(x)=0$  有五个不同的根, 则这五个根的和为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

9. 作出下列函数的图象:

- (1)  $y=-\frac{2x-3}{x-3}$ ;  
 (2)  $y=|x-2|(x+1)$ .

10. 已知  $f(x)=\frac{bx+1}{2x+a}$ ,  $a, b$  为常数, 且  $ab \neq 2$ .

- (1) 若  $f(x) \cdot f\left(\frac{1}{x}\right)=k$ , 求常数  $k$  的值;  
 (2) 若  $f[f(1)]=\frac{k}{2}$ , 求  $a, b$  的值.

## 6. 集合、函数的概念单元训练

### 一、选择题(每小题 5 分,共 60 分)

1. 已知集合  $M = \{\text{直线}\}$ ,  $N = \{\text{圆}\}$ , 则  $M \cap N$  的元素个数为 ( )

- A. 0    B. 1    C. 3    D. 不确定

2. 设集合  $P, Q$  与全集  $I$ , 下列命题  $P \cap Q = P, P \cup Q = Q, P \cap \bar{Q} = \emptyset, \bar{P} \cup Q = I$  中与命题  $P \subseteq Q$  等价的有 ( )

- A. 1 个    B. 2 个    C. 3 个    D. 4 个

3. 集合  $P = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$ ,  $Q = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$ , 下列不表示从  $P$  到  $Q$  的映射的是 ( )

- A.  $f: x \rightarrow y = \frac{1}{2}x$     B.  $f: x \rightarrow y = \frac{1}{3}x$

- C.  $f: x \rightarrow y = \frac{2}{3}x$     D.  $f: x \rightarrow y = \sqrt{x}$

4. 已知映射  $f: A \rightarrow B$ , 其中  $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $B$  中的元素都是  $A$  中元素在映射  $f$  下的像, 且对任意的  $a \in A$ , 在  $B$  中和它对应的元素是  $|a|$ , 则集合  $B$  中元素的个数是 ( )

- A. 4    B. 5    C. 6    D. 7

5. 已知  $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x > 0) \\ e & (x = 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$ , 则  $f\{f[f(-2)]\}$  的值是 ( )

- A. 0    B. e    C.  $e^2$     D. 4

6. 已知定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $f(x)$  满足  $f(a+b) = f(a) \cdot f(b)$  ( $a, b \in \mathbf{R}$ ), 且  $f(x) > 0$ , 若  $f(1) = \frac{1}{2}$ , 则  $f(-2) =$  ( )

- A. 2    B. 4    C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{1}{4}$

7. 若函数  $f(x)$  的定义域是  $[-1, 1]$ , 则函数  $f(\log_{\frac{1}{2}}x)$  的定义域是 ( )

- A.  $[\frac{1}{2}, 2]$     B.  $(0, 2]$

- C.  $[2, +\infty)$     D.  $(0, \frac{1}{2}]$

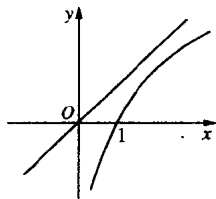
8. 若函数  $f(2x-1) = x+1$ , 则  $f^{-1}(x)$  等于 ( )

- A.  $x-1$     B.  $2x-3$     C.  $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$     D.  $2x+3$

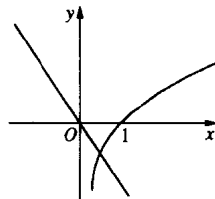
9. 函数  $y = f(x+1)$  与函数  $y = f^{-1}(x+1)$  的图象是 ( )

- A. 关于直线  $y = x$  对称  
B. 关于直线  $y = -x$  对称  
C. 关于直线  $y = x-1$  对称  
D. 关于直线  $y = x+1$  对称

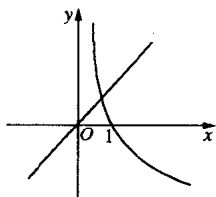
10. 当  $a > 1$  时, 函数  $y = \log_a x$  和  $y = (1-a)x$  的图象只可能是 ( )



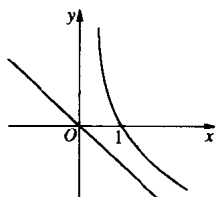
A



B



C

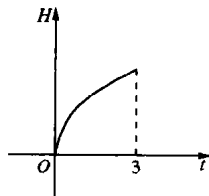
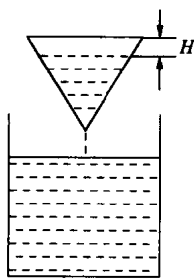


D

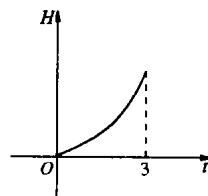
11. 对于任意的  $x \in [0, 1]$ , 函数  $f(x) = x^3$  与其反函数  $y = f^{-1}(x)$  的相应函数值之间的大小关系为 ( )

- A.  $f(x) = f^{-1}(x)$     B.  $f(x) \neq f^{-1}(x)$   
C.  $f(x) \leq f^{-1}(x)$     D.  $f(x) \geq f^{-1}(x)$

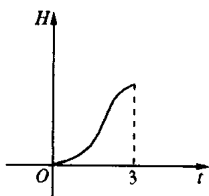
12. 如图所示, 液体从一圆锥形漏斗漏入一圆柱桶中, 开始时漏斗盛满液体, 经过 3 分钟漏完, 已知圆柱中液面上升的速度是一个常量,  $H$  是圆锥形漏斗中液面下落的距离, 则  $H$  与下落时间  $t$  (分) 的函数关系表示的图象只可能是下图中的 ( )



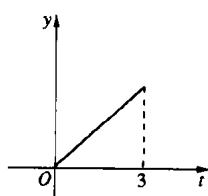
A



B



C



D

二、填空题(每小题4分,共16分)

13. 已知集合  $A=\mathbf{Z}, B=\{x|x=2n+1, n\in\mathbf{Z}\}, C=\mathbf{R}$ , 且从  $A$  到  $B$  的映射是  $f: x\rightarrow 2x-1$ , 从  $B$  到  $C$  的映射是  $x\rightarrow \frac{1}{3x+1}$ , 则从  $A$  到  $C$  的映射是\_\_\_\_\_.

14. 函数  $y=2x-3+\sqrt{13-4x}$  的值域是\_\_\_\_\_.

15. 已知函数  $f(x)=\frac{x}{ax+b}$  ( $a, b$  为常数, 且  $ab\neq 0$ ), 且  $f(2)=1, f(x)=x$  有惟一解, 则函数  $y=f(x)$  的解析式为\_\_\_\_\_.

16. 已知镭经过100年剩留原来质量的95.76%, 设质量为1的镭经过  $x$  年剩留量为  $y$ , 则  $y$  关于  $x$  的函数关系是\_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共74分)

17. (本题满分12分) 设  $A=\{1, 2, 3, m\}, B=\{4, 7, n^4, n^2+3n\}$ , 对应法则  $f: x\rightarrow y=px+q$  是从集合  $A$  到集合  $B$  的一个映射, 已知  $m, n\in\mathbf{N}$ , 1 的像是 4, 7 的原像是 2, 试求  $p, q, m, n$  的值.

18. (本题满分12分) 给定实数  $a\neq 0, a\neq 1$ , 设函数  $y=\frac{x-1}{ax-1}$  ( $x\in\mathbf{R}$ , 且  $x\neq \frac{1}{a}$ ), 证明:

- (1) 经过这个函数图象上任意两点的直线不平行于  $x$  轴;
- (2) 这个函数的图象关于直线  $y=x$  对称.

19. (本题满分12分) 设  $a$  是常数, 函数  $f(x)$  对一切实数  $x$  都满足  $f(a-x)=-f(a+x)$ , 求证: 函数  $f(x)$  的图象关于点  $(a, 0)$  成中心对称图形.

20. (本题满分12分) 设  $a>0, a\neq 1$ , 利用图象法, 求使方程  $\log_a(x-ak)=\log_a(x^2-a^2)$  有解的  $k$  的取值范围.

21. (本题满分12分) 利民商店经销某种洗衣粉, 年销售总量为6000包, 每包进价2.80元, 每包销售价3.40元, 全年分若干次进货, 每次进货均为  $x$  包. 已知每次进货运输费为62.5元, 全年保管费为1.5 $x$ 元. 试把该商店经销洗衣粉一年的利润  $y$ (元) 表示为每次进货量  $x$ (包) 的函数, 并指出该函数的定义域.

22. (本题满分14分) 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足:

(I)  $f(x_1+x_2)+f(x_1-x_2)=2f(x_1)\cos 2x_2+4a\sin^2 x_2$  ( $x_1, x_2\in\mathbf{R}, a$  为常数);

(II)  $f(0)=f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ ;

(III) 当  $x\in\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$  时,  $|f(x)|\leq 2$ .

试求:

- (1) 函数  $f(x)$  的解析式;
- (2) 常数  $a$  的取值范围.

## 7. 函数的奇偶性

### 一、选择题

1. 下列命题错误的是 ( )
- A.  $f(x) = |2x+3| - |2x-3|$  是奇函数
- B.  $f(x) = \begin{cases} 3^x - 1 & (x \geq 0) \\ 3^{-x} - 1 & (x < 0) \end{cases}$  是偶函数
- C.  $f(x) = \sqrt{x^2-1} \cdot \sqrt{1-x^2}$  既是奇函数又是偶函数
- D.  $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x}$  既是奇函数又是偶函数
2. 对于定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$ , 下列不等式一定成立的是 ( )
- A.  $f(x) - f(-x) < 0$
- B.  $f(x) - f(-x) \leq 0$
- C.  $f(x) \cdot f(-x) \leq 0$
- D.  $f(x) \cdot f(-x) > 0$
3. 已知  $f(x) = x^5 + ax^3 + bx - 8$ , 且  $f(-2) = 10$ , 那么  $f(2)$  等于 ( )
- A. -26 B. -18 C. -10 D. 10
4. 设  $f(x)$  是  $(-\infty, +\infty)$  上的奇函数,  $f(x+2) = -f(x)$ , 当  $0 \leq x \leq 1$  时,  $f(x) = x$ , 则  $f(7.5)$  等于 ( )
- A. 0.5 B. -0.5 C. 1.5 D. -1.5
5. 已知函数  $f(x)$  对任意实数  $a, b$  都有  $f(a) + f(b) = 2f\left(\frac{a+b}{2}\right)f\left(\frac{a-b}{2}\right)$ , 且  $f(0) \neq 0$ , 则  $f(x)$  是 ( )
- A. 奇函数而非偶函数
- B. 偶函数而非奇函数
- C. 既是奇函数又是偶函数
- D. 既非奇函数又非偶函数

### 二、填空题

6.  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数,  $x \geq 0$  时,  $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$ , 则  $x < 0$  时,  $f(x)$  的解析式为\_\_\_\_\_.
7. 若  $f(x) = (m^2-1)x^2 + (m-1)(n+2)x + 4$  是偶函数, 则  $m, n$  的值分别为\_\_\_\_\_.
8. 下列四个命题:
- (1) 若函数  $f(x)$  满足  $f(x-a) = f(a-x)$ , 则函数  $f(x)$  的图象关于  $y$  轴对称;
- (2) 若函数  $f(x)$  满足  $f(x-a) = f(a-x)$ , 则函数  $f(x)$  的图象关于直线  $x=a$  对称;
- (3) 函数  $y=f(x-a)$  与  $y=f(a-x)$  的图象关于

$y$  轴对称;

(4) 函数  $y=f(x-a)$  与  $y=f(a-x)$  的图象关于直线  $x=a$  对称. 其中正确的命题的序号是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

9. 若  $f(x)$  是偶函数,  $g(x)$  是奇函数, 且  $f(x) + g(x) = \frac{1}{x+1}$ , 求  $f(x), g(x)$  的解析式.

10. 已知函数  $f(x) = \frac{ma^x - 1}{a^x + 1}$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1, m \in \mathbf{R}$ ) 为奇函数.

(1) 求  $m$  的值;

(2) 解关于  $x$  的不等式  $f^{-1}(x) > \log_a 2(x+1)$ .



## 8. 函数的单调性

### 一、选择题

1. 函数  $f(x) = x^2 + 4ax + 2$  在  $(-\infty, 6)$  内递减, 则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $a \geq 3$       B.  $a \leq 3$   
C.  $a \geq -3$       D.  $a \leq -3$

2. 函数  $y = \lg|x|$  ( )

- A. 是偶函数, 在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递减  
B. 是偶函数, 在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递增  
C. 是奇函数, 在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递减  
D. 是奇函数, 在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递增

3. 如果函数  $f(x) = (m-1)x^{-1} - 2mx^{-2}$  为奇函数, 那么在区间  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$  上,  $f(x)$  ( )

- A. 是增函数  
B. 是减函数  
C. 是增函数或减函数  
D. 不是增函数也不是减函数

4. 函数  $f(x) = \log_a(2-ax)$  在  $[0, 1]$  上是减函数, 则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $(0, 1)$       B.  $(1, 2)$   
C.  $(0, 2)$       D.  $(2, +\infty)$

5. 已知定义域为  $\mathbf{R}$  的偶函数  $y = f(x)$  的一个单调增区间是  $(2, 6)$ , 则函数  $y = f(x+2)$  的 ( )

- A. 对称轴为  $x = 2$ , 且一个单调增区间是  $(-8, -4)$   
B. 对称轴为  $x = 2$ , 且一个单调增区间是  $(-4, 0)$   
C. 对称轴为  $x = -2$ , 且一个单调减区间是  $(-8, -4)$   
D. 对称轴为  $x = -2$ , 且一个单调减区间是  $(-4, 0)$

### 二、填空题

6. 函数  $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$  在区间  $(1, +\infty)$  上的单调性是\_\_\_\_\_.

7. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(2-x) = f(x)$ , 且  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  上是增函数. 设  $a = f(0)$ ,  $b = f\left(\log_2 \frac{1}{4}\right)$ ,  $c = f\left(\lg \frac{\pi}{3}\right)$ , 则  $a, b, c$  从小到大的次序是\_\_\_\_\_.

8. 设  $f(x)$  的反函数是减函数, 且  $f(x) > 0$ , 给出下列函数:

- ①  $y = \sqrt{f(x)}$ ;      ②  $y = -\frac{5}{f(x)}$ ;

③  $y = \log_5 f(x)$ ;      ④  $y = \log_{\frac{1}{2}} f(x)$ ;

⑤  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{f(x)}$ ;      ⑥  $y = 10^{f(x)}$ .

其中是减函数的函数的序号是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

9. (1) 已知函数  $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x}$ , 判别函数  $f(x)$  在定义域上的单调性;

(2) 已知函数  $f(x)$  在区间  $(-\infty, +\infty)$  上是增函数, 又实数  $a, b$  满足  $a+b \geq 0$ , 求证:  $f(a) + f(b) \geq f(-a) + f(-b)$ .

10. 已知函数  $f(x-2) = ax^2 - (a-3)x + a-2$  ( $a < 0$ , 且  $a \in \mathbf{Z}$ ) 的图象与  $x$  轴有交点.

- (1) 求  $a$  的值;  
(2) 求  $f(x)$  的解析式;

(3) 若  $g(x) = 1 - [f(x)]^2$ ,  $F(x) = c \cdot g(x) + d \cdot f(x)$ , 问是否存在  $c(c > 0), d$ , 使得  $F(x)$  在区间  $(-\infty, f(2))$  内是单调递增函数, 而在区间  $(f(2), 0)$  内是单调递减函数? 若存在, 求  $c, d$  之间的关系, 并写出推理过程; 若不存在, 说明理由.